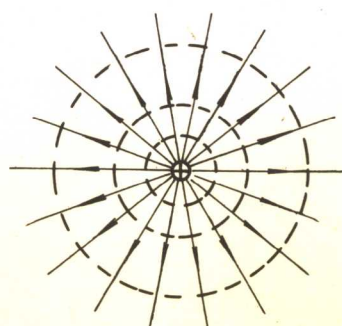


物理学

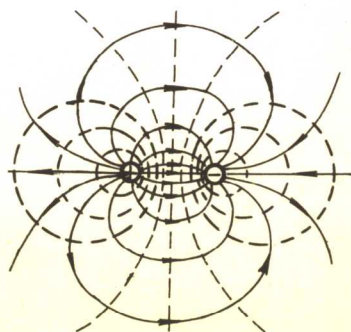
(下册)

张学恭(主编) 刘进宝(副主编)

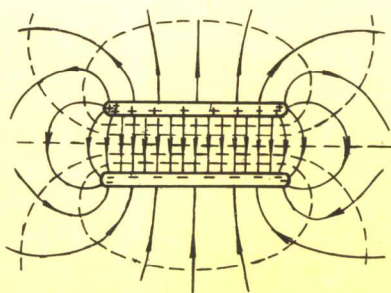
王小力 杨英民 张孝林



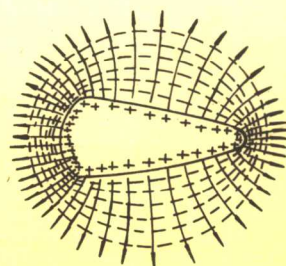
(a)正 荷



(b)电 偶



(c)正电板



(d)不规则形状带电导体

西 安 交 通 大 学 出 版 社

物 理 学

下册

张学恭（主编） 刘进宝（副主编）
王小力 杨英民 张孝林

西安交通大学出版社

内 容 提 要

本书是为高等工业院校低学时本科专业和专科学生编写的大学物理课教材。下册共八章,包括真空中的静电场、静电场中的导体和电介质、电流的磁场、电磁感应与电磁场、波动光学、狭义相对论、量子物理基础和阅读材料。各节后有思考题,各章后有习题,书后给出了习题答案,可供参考。

(陕)新登字 007 号

物理学(下册)

张学恭(主编) 刘进宝(副主编)等

责任编辑 李 勤

*

西安交通大学出版社出版发行

(西安市咸宁西路 28 号 邮政编码:710049)

西安新视点印务有限责任公司印装

各地新华书店经销

*

开本:787×1092 1/16 印张:14.5 字数:351千字

1996年4月第1版 1996年12月第2次印刷

印数:4001—6000

ISBN7-5605-0858-8/O·126 定价:17.00元

前 言

本书是根据高等工业学校物理课程教学基本要求的精神,结合多年的教学实践编写而成的。全书分上、下两册,包括力学、振动和波、热学、电磁学、光学及近代物理等内容。

物理课是高等工科院校的一门重要的基础理论课,通过本课程的学习,应使学生着重掌握基本概念、基本知识以及运用它们分析解决一般问题的思路和方法。

在本书的编写过程中,我们力求能使学生学到物理学中最基本的规律和概念,掌握比较完整的物理图象,而在理论深度上要求适度。在内容的精选和更新上,在深广度的掌握上,都作了认真的探讨。编者的目的,是使本书除了帮助学生掌握物理学的基本内容、基本规律外,还要使学生掌握科学的分析方法和思维方法。本书对物理概念的阐述和分析,力求清晰、简明,富有系统性、逻辑性、哲理性,隐含方法论;在系统阐述物理的基本规律、基本方法、基本概念的同时,引导和培养学生用高等数学来分析和解决物理问题的能力,以便对学生进行科学思维的训练。

参加本书编写工作的有张学恭(1、2、3、4章)、杨英民(5、6、13章)、王小力(7、8、15章)、刘进宝(9、10、11、12章)、张孝林(14、16章)。本书由张学恭主编,刘进宝副主编。

在本书的编写过程中,得到了西安交通大学物理教研室同志们的大力协助和支持,在此表示感谢。

由于编者水平有限,时间仓促,不妥之处在所难免,诚心希望使用本书的教师和读者批评指正。

编者

1995.12

目 录

9 真空中的静电场

- 9.1 电荷 库仑定律 (1)
- 9.2 电场强度及其计算 (3)
- 9.3 电通量 高斯定理 (10)
- 9.4 电场力的功 电势 (20)

习题

10 静电场中的导体和电介质

- 10.1 静电场中的导体 (31)
- 10.2 静电场中的电介质 (35)
- 10.3 电容 电容器 (41)
- 10.4 电场的能量 (44)

习题

11 电流的磁场

- 11.1 磁场 磁感应强度 (50)
- 11.2 毕奥-萨伐尔定律 (53)
- 11.3 磁场的高斯定理和安培环路定理 (59)
- 11.4 磁场对运动电荷和载流导线的作用 (67)
- 11.5 磁介质中的磁场 (73)

习题

12 电磁感应与电磁场

- 12.1 电磁感应的基本规律 (85)
- 12.2 动生电动势和感生电动势 (90)
- 12.3 自感和互感 (96)
- 12.4 磁场的能量 (100)
- 12.5 麦克斯韦电磁场理论与电磁波简介 (103)

习题

13 波动光学

- 13.1 光的相干性 (113)
- 13.2 相干光的获得 (114)
- 13.3 光程 光程差 (117)
- 13.4 薄膜等厚干涉 (120)
- 13.5 惠更斯-菲涅耳原理 单缝衍射 (127)

13.6	光栅衍射.....	(132)
13.7	光学仪器的分辨本领.....	(137)
13.8	光的偏振现象 马吕斯定律.....	(139)
13.9	与偏振有关的几个现象.....	(142)
	习题	
14	狭义相对论	
14.1	力学相对性原理 伽利略变换.....	(148)
14.2	狭义相对论的两个基本原理.....	(152)
14.3	洛伦兹变换.....	(153)
14.4	狭义相对论的时空观	(157)
14.5	狭义相对论动力学的一些结论.....	(165)
	习题	
15	量子物理基础	
15.1	普朗克能量子假设.....	(172)
15.2	光电效应.....	(175)
15.3	康普顿散射.....	(179)
15.4	氢原子光谱和玻尔理论.....	(182)
15.5	实物粒子的波动性.....	(188)
15.6	不确定关系.....	(191)
15.7	波函数 一维定态薛定谔方程.....	(193)
15.8	激光的产生与特性.....	(196)
	习题	
16	阅读材料	
16.1	火箭.....	(202)
16.2	光纤通信.....	(205)
16.3	偏振光的干涉和应用.....	(208)
16.4	固体能带结构的基本知识.....	(212)
	习题	
	习题答案.....	(216)

9 真空中的静电场

静电场是相对观察者静止的电荷在其周围产生的电场。这一章主要研究真空中电场的性质,引入描述静电场性质的两个物理量,即电场强度 E 与电势 U ,讨论静电场遵守的规律,电场强度叠加原理和高斯定理以及电场强度环流定理等。

9.1 电荷 库仑定律

9.1.1 电荷

人们对电荷的认识,最初来源于摩擦起电和自然界的雷电现象。公元三世纪,晋朝的张华著《博物志》中就记载着“今人梳头、解著衣,有随梳解结,有光者,亦有咤声”。这里记述了摩擦起电引起闪光和噼啪之声。据目前所知,这是关于摩擦起电的世界上较早的记述之一。事实上,两种不同质料的物体,如丝绸与玻璃棒,经相互摩擦后,都能吸引轻小物体,如羽毛、纸屑等。这时我们就说物体带了电,或说它们带上了电荷。带电体所带电荷的多少叫电量。电量常用 q 或 Q 表示。在国际单位制(SI)中,电量的单位是库仑(C)。

实验证明,自然界仅存在着两种电荷。叫正电荷和负电荷,分别用“+”和“-”号表示。电荷之间有力的作用,同号电荷相排斥,异号电荷相吸引。

摩擦起电的原因是由于物体本身的电结构。摩擦的结果,只是把物体中原来存在的正负电荷分离,使一物体失去了一些带负电的电子,显示出正电性。而获得电子的另一物体就带上了负电。

大量实验证明:不论采取什么方法使物体带电,电荷既不能创生,也不能消亡,它们只能从一物体转移到另一物体,或从一物体的这一部分转移到另一部分。对一个系统,如果没有净电荷出入其边界,则该系统的正负电荷电量的代数和将保持不变。这就是电荷守恒定律。

9.1.2 库仑定律

库仑定律是关于静止的点电荷之间相互作用的规律。

点电荷是带电体的一种理想模型。当带电体本身的几何线度比起问题中所涉及的空间距离小得多时,我们就可以把这个带电体称为点电荷。

库仑在经过了大量的实验之后,于1785年总结出两点电荷之间相互作用的规律,称为库仑定律。库仑定律叙述如下:

真空中两个点电荷之间相互作用力的大小与它们的带电量 q_1 和 q_2 的乘积成正比,与它们之间距离的平方成反比;作用力的方向沿着它们的连线,同号电荷相斥,异号电荷相吸,如图9-1所示, q_2 受到 q_1 的作用力 F_{21} 和 q_1 受到 q_2 的作用力 F_{12} 大小相等方向相反,即

$$F_{21} = -F_{12}$$

当规定从 q_1 到 q_2 的矢径用 r_{12} 表示时,则 q_2 所受的作用力 F_{21} 可写成

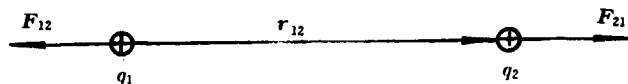


图 9-1 两点电荷之间的作用力

$$F_{21} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} r_{12}^0 \quad (9-1)$$

式中 r_{12}^0 是 r_{12} 方向上的单位矢量。 q_1 和 q_2 同号时, F_{21} 与 r_{12}^0 方向相同, 表明 q_1 和 q_2 之间的作用力是斥力, 图 9-1 所示的就是这种情况。若 q_1 和 q_2 反号, 则 F_{21} 与 r_{12}^0 方向相反, 表明 q_1 和 q_2 之间的作用力是引力。上式同时给出了作用力的大小和方向。

在国际单位制中, 电量的单位用库仑(C), 长度的单位用米(m), 力的单位用牛顿(N), 实验测定比例系数 k 为

$$k = 8.988 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \approx 9.00 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$$

为使后面库仑定律推出的其他常用公式得以简化, 在这里常用另一个常数代替 k , 在真空中, 令

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

即

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} \approx 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$$

ϵ_0 叫做真空电容率, 引入 ϵ_0 后, 式(9-1)可写成

$$F_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} r_{12}^0 \quad (9-2)$$

例题 9-1 氢原子中电子和核之间相距 $5.3 \times 10^{-11} \text{ m}$, 求两粒子之间的静电作用力和万有引力的大小。

解 由于电子的电荷量为 $-e$, 质子(氢原子核)的电量为 $+e$, $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$, 电子质量 $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$, 质子质量 $m_p = 1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$ 。

由库仑定律得两粒子之间的静电力的大小为

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = 9 \times 10^9 \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{(5.3 \times 10^{-11})^2} = 8.2 \times 10^{-8} \text{ N}$$

由万有引力定律求得两粒子之间的万有引力的大小为

$$F_g = G \frac{m_e m_p}{r^2} = 6.7 \times 10^{-11} \frac{9.1 \times 10^{-31} \times 1.7 \times 10^{-27}}{(5.3 \times 10^{-11})^2} = 3.7 \times 10^{-47} \text{ N}$$

两力相比

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{8.2 \times 10^{-8}}{3.7 \times 10^{-47}} = 2.2 \times 10^{39}$$

由此计算看出, 在一切原子内, 电子与原子核之间的万有引力比起它们之间的静电引力是完全可以忽略不计的。这样, 电子绕核作圆周运动所需要的向心力就可认为完全由静电引力所提供, 即

$$F_e = \frac{mv^2}{r}$$

故电子的运动速度为:

$$v = \sqrt{\frac{F_e r}{m}} = \sqrt{\frac{8.2 \times 10^{-8} \times 5.3 \times 10^{-11}}{9.1 \times 10^{-31}}} = 2.19 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

当考虑两个以上的点电荷之间的作用力时,实验指出,两个点电荷之间的作用力并不因第三个点电荷的存在而有所改变。因此两个以上点电荷对一个点电荷的作用力等于各个点电荷单独存在时对该点电荷的作用力的矢量和。即

$$\mathbf{F} = \sum_i \mathbf{F}_i$$

这个结论称为静电作用力的叠加原理。

思 考 题

9-1 何为点电荷? 点电荷的线度一定要很小吗?

9-2 试述电荷守恒定律的内容,你如何理解它?

9-3 在库仑定律的数学表达式中,若 $r \rightarrow 0$,则 $F \rightarrow \infty$,公式 $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$ 变得无意义,试对此作出解释。

9-4 库仑定律运用的条件是什么?

9.2 电场强度及其计算

9.2.1 电场

两个电荷,在不相接触的情况下,互相之间就有力的作用,这个力是靠什么传递的呢?在电荷周围的空間中存在着一種特殊物质,这种物质就是电场。两个带电体的相互作用是通过电场来实现的,场与实体物质的不同点是:它不是由分子、原子所组成,但它具有实体物质所具有的某些特性,如它具有能量等。除电场外,还有磁场以及我们学过的引力场等等。人们对电场的物质性的认识是通过下述实验建立起来的:

(1) 进入电场空间的任何带电体都要受到电场力的作用;

(2) 带电体在电场中运动时,电场力将对它作功,这表明电场具有能量。

9.2.2 电场强度

我们承认电荷周围存在着电场,如何描述电场呢? 可以用一个正的试验电荷 q_0 来进行研究。首先试验电荷必须是一个带电量很小的电荷,把这个电荷引入电场,不会影响原电场的分布,其次这个电荷的线度也须充分小,即把它放在电场中,有确定的位置。

从实验知道,一般情况下,把试验电荷放在电场中不同位置上,其受力的大小和方向都是不同的,但都是确定的。见图 9-2 所示。在电场中某一点处, q_0 所受力的方向和大小是一定的,如果改变 q_0 的大小,实验发现, q_0 所受力的方向不变,但力的大小,随 q_0 的量值成正比地变化。可见,电荷在电场中某点受到的力,不仅与电荷所在点的电场性质有关,而且还与试验电荷的电量有关。试验证明,在场中某一点处, q_0 所受的力 F 与 q_0 成正比,即 $F \propto q_0$ 。而 F 与 q_0 的

比值 F/q_0 是一个与 q_0 无关的量,它能唯一地反映电场的性质。为此,我们就定义它为电场中某点的电场强度,令

$$E = \frac{F}{q_0} \quad (9-3)$$

电场强度是一个矢量。电场中某点的电场强度等于单位正电荷在该点所受的力。

在国际单位制中,电场强度的单位是牛顿每库仑($\text{N} \cdot \text{C}^{-1}$),以后会看到,电场强度也常用另一个单位伏特每米($\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$),它们是等价的。

需要指出,只要有电荷存在,该电荷周围就有电场,电场的存在与所引入的试验电荷无关。

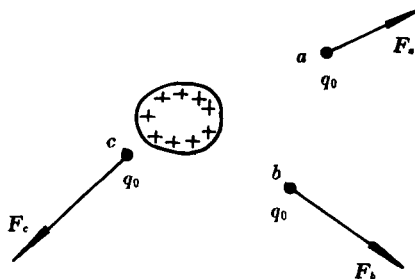


图 9-2 试验电荷 q_0 在电场中的受力情况

9.2.3 点电荷电场中的电场强度

设真空中有一点电荷,所带电量为 q ,试计算在 q 的电场中一点的电场强度。

设想取一试验电荷 q_0 ,放在距点电荷矢径为 r 的 P 点,如图 9-3 所示。由库仑定律知, q_0 所受的力为

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} r^0$$

式中 r 是 q 到 q_0 的距离, r^0 是矢径 r 方向上的单位矢量,由电场强度的定义

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} r^0 \quad (9-4)$$

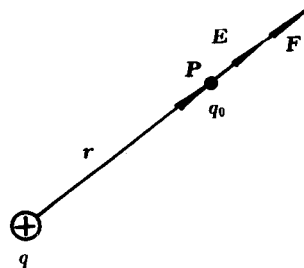


图 9-3 点电荷电场中的电场强度

当 $q > 0$ 时, E 的方向与矢径 r 方向相同。当 $q < 0$ 时, E 的方向与矢径 r 方向相反。由式(9-4)看出,点电荷电场中一点的电场强度的大小与场源电荷所带的电量 q 成正比,与场源电荷到场点的距离 r 的平方成反比。

9.2.4 电场强度叠加原理

当空间存在若干个电荷 $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$ 时,这样的带电系统称为点电荷系统,简称点电荷系。在这个点电荷系的空间中,电场是由这一组点电荷共同产生的。在这个电场中任意一点 P 处的电场强度,按电场强度的定义,应等于放在该点的单位正电荷受力的大小和方向。当把试验电荷 q_0 放在 P 点时, q_0 将受到每一个点电荷对它的作用力, q_0 所受的合力是每一个点电荷单独存在时对它的作用力的矢量和,即

$$F = F_1 + F_2 + \dots + F_n$$

将上式两边同除以 q_0 ,得

$$\frac{F}{q_0} = \frac{F_1}{q_0} + \frac{F_2}{q_0} + \dots + \frac{F_n}{q_0}$$

按电场强度的定义,上式右边分别是各个点电荷在 P 点产生的电场强度,左边为总电场强度
即

$$E = E_1 + E_2 + \cdots + E_n \quad (9-5)$$

上式说明,电场中任一点的电场强度等于各点电荷单独存在时,在该点产生的电场强度的矢量和,这就是电场强度叠加原理。要指出的是电场强度叠加原理不仅对点电荷成立,对于不能直接当作点电荷处理的连续带电体,也同样可以应用。对连续带电体可把它分成许许多多可视为点电荷的电荷元 dq ,先求出一个 dq 在场点的电场强度 dE

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} r^0$$

整个带电体在场点产生的电场强度应是各电荷元在该点产生的电场强度的矢量和。由于电荷是连续分布的,故求和可用矢量积分代替,即

$$E = \int dE = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} r^0 \quad (9-6)$$

式中 r^0 是指 dq 到场点的矢径方向上的单位矢量。上述矢量积分,在运算时都要化成它在各坐标轴上的分量式,然后再求积分。

在计算带电体的电场强度时,常需要引入电荷密度的概念。若电荷连续分布在细线上,则定义线电荷密度 λ 为

$$\lambda = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{dq}{dl}$$

式中 dq 是线状带电体上的线元 dl 所带的电量,根据式(9-6),全部线分布电荷在场点产生的电场强度为

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_L \frac{\lambda dl}{r^2} r^0$$

若电荷连续分布在平面或曲面上,可定义面电荷密度 σ 为

$$\sigma = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta S} = \frac{dq}{dS}$$

式中 dq 是面积元 dS 所带的电量,根据式(9-6),全部面分布电荷在所求场点的电场强度为

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint_S \frac{\sigma dS}{r^2} r^0$$

若电荷连续分布在一个体积内,可定义体电荷密度 ρ 为

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{dq}{dV}$$

dq 是体积元 dV 内所带的电量。根据式(9-6),全部体分布电荷在所求场点产生的电场强度为

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_V \frac{\rho dV}{r^2} r^0$$

两个大小相等的正负电荷,相距为 l ,当 l 与问题中所涉及的距离相比小得多时,这一对电荷系称为电偶极子。电偶极子是一个很有用的模型,在研究电介质极化、电磁波的发射与吸收等许多问题时,都要用到这个概念。连结两电荷之间的直线,称为电偶极子的轴线。从负电荷到正电荷的矢径 l 的方向为轴线的正方向,如例题 9-2 图(a),电量 q 与矢径 l 的乘积 ql 称为电偶极子的电矩或称为电偶极矩,用符号 P 表示,电偶极矩 P 的方向规定为从负电荷到正电荷的方向,即

$$P = ql$$

下面通过几个例题,来说明电场强度的计算方法。

例题 9-2 有两个电量相等而符号相反的点电荷 $-q$ 和 $+q$, 相距为 l , 如图所示, 求其中垂线上一点 P_1 和延长线上一点 P_2 的电场强度。

解 以 l 的中点 O 为原点建立坐标系, 如图(a)所示。设 P_1 点到 O 点的距离为 y , 电荷 $+q$ 和 $-q$ 在 P_1 点产生的电场强度分别用 E_+ 和 E_- 表示, 它们的大小相等, 为

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{y^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}$$

方向如图所示。

P_1 点的电场强度为 E_+ 和 E_- 的矢量和, 即

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_-$$

E 的 X 轴分量为

$$\begin{aligned} E_x &= (E_+)_x + (E_-)_x \\ &= - (E_+ \cos\theta + E_- \cos\theta) \end{aligned}$$

由图知

$$\cos\theta = \frac{\frac{l}{2}}{\left[y^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}}$$

所以

$$\begin{aligned} E_x &= -2E_+ \cos\theta = -2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{y^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} \frac{\frac{l}{2}}{\left[y^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}} \\ &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql}{\left[y^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \end{aligned}$$

由图看出

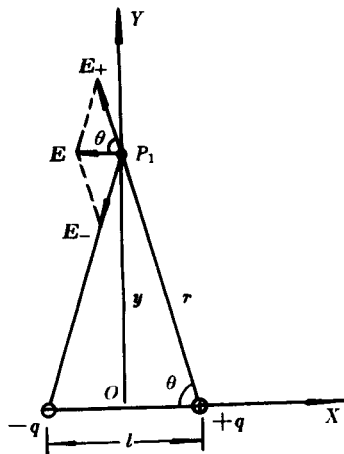
$$E_y = E_+ \sin\theta - E_- \sin\theta = 0$$

合电场强度只有 X 轴分量。在 $l \ll y$ 的条件下

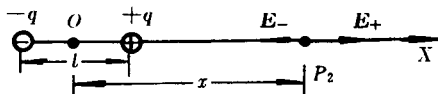
$$\left[y^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}} \approx y^3$$

$$E = E_x = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql}{y^3}$$

写成矢量形式, 即



例题 9-2 图(a)



例题 9-2 图(b)

$$E = -\frac{P}{4\pi\epsilon_0 y^3}$$

E 的方向沿 X 轴的负方向。

再求轴的延长线上 P_2 点的电场强度,如图(b)所示, P_2 点到 O 点的距离为 x , $-q$ 和 $+q$ 在 P_2 点产生的电场强度分别为 E_- 和 E_+ ,其大小分别为

$$E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\left(x + \frac{l}{2}\right)^2}$$

$$E_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\left(x - \frac{l}{2}\right)^2}$$

E_- 的方向与 OX 轴正方向相反, E_+ 的方向与 OX 轴正方向相同。 P_2 点的合电场强度为这两个电场强度的矢量和,其大小为

$$\begin{aligned} E &= E_+ - E_- = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \left(x - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \left(x + \frac{l}{2}\right)^2} \\ &= \frac{2qlx}{4\pi\epsilon_0 x^4 \left(1 - \frac{l}{2x}\right)^2 \left(1 + \frac{l}{2x}\right)^2} \end{aligned}$$

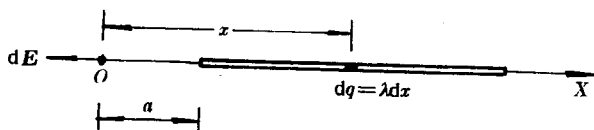
当 $x \gg l$ 时, $\frac{l}{2x}$ 可忽略不计,所以

$$E = \frac{2ql}{4\pi\epsilon_0 x^3} = \frac{2P}{4\pi\epsilon_0 x^3}$$

E 的方向与 OX 轴正方向相同,即与电矩 P 同方向

$$E = \frac{2P}{4\pi\epsilon_0 x^3}$$

例题 9-3 有一电荷均匀分布的带电细线,长度为 l ,带电量为 q ($q > 0$),求细线的延长线上距线一端距离为 a 处的 O 点的电场强度。



例题 9-3 图

解 这个带电细线可视为

电荷连续分布的线带电极,由于电荷均匀分布,所以线电荷密度为

$$\lambda = \frac{q}{l}$$

以 O 点处为坐标原点建立坐标轴 OX 轴,沿带电线向右为 OX 轴正方向,如图所示。在线上取一线元 dx ,其带电量为 $dq = \lambda dx$,该电荷元在 O 点产生的电场强度为

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 x^2} = \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0 x^2}$$

各电荷元在 O 点产生电场强度的方向相同,所以 O 点的总电场强度应为上式对线长的积分,即

$$E = \int dE = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_a^{a+l} \frac{dx}{x^2} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{x} \right) \Big|_a^{a+l}$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+l} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{a(a+l)}$$

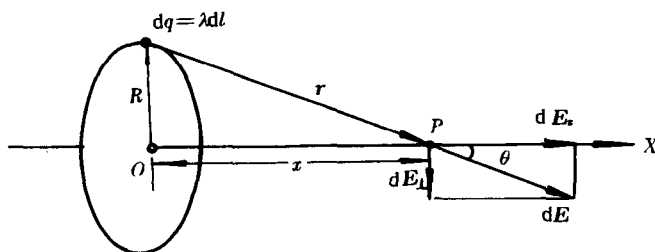
E 的方向与 OX 轴反向。

若 $l \ll a$, 即线的长度比线到所求点的距离小得多时, 有

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^2}$$

这时所得结果和一点电荷的电场强度相同, 这在我们意料之中。

例题 9-4 如图所示。一半径为 R 的均匀带电圆环, 带电量为 $q (q > 0)$, 试求圆环轴线上任一点 P 的电场强度。



例题 9-4 图

解 因为圆环上均匀带电, 设线电荷密度为 λ , 则 $\lambda = \frac{q}{2\pi R}$ 。在圆环上取一线元 dl , 它带电量为 $dq = \lambda dl$, 这电荷元 dq 在 P 点产生的电场强度可视为点电荷在 P 处产生的电场强度, 即

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dl}{r^2} r^0$$

dE 的方向为从电荷元 dq 到 P 点的矢径 r 的方向, 可见各电荷元在 P 点的电场强度方向不同, 因此先把 dE 分解, 把 dE 分别投影到 OX 轴方向和垂直于 OX 轴的方向上。由于圆环上电荷分布的轴对称性, 很易看出, 各电荷元的电场强度在垂直于 X 轴方向上的分量 $dE_{\perp}$ 相互抵消, 即圆环上所有电荷的 $dE_{\perp}$ 分量的矢量和为零。因而 P 点的总电场强度只是沿 X 轴方向的分量 dE_x 的总和。这里

$$dE_x = dE \cos \theta = \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos \theta$$

因为 $\cos \theta = \frac{x}{r} \quad r^2 = R^2 + x^2$

所以

$$\begin{aligned} E_P &= \int dE_x = \frac{\lambda x}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi R} dl \\ &= \frac{2\pi R \lambda x}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}} \end{aligned}$$

由于

$$2\pi R \lambda = q$$

得

$$E_p = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

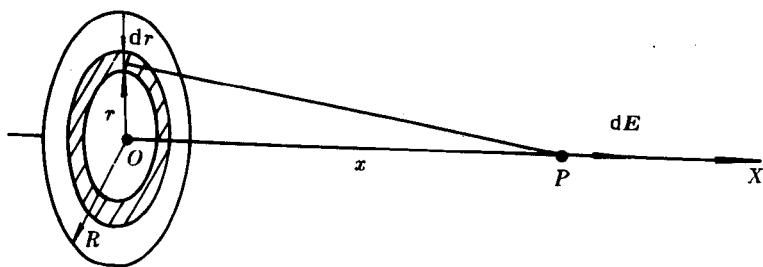
E_p 的方向沿 OX 轴的正方向。

当 $x \gg R$ 时, $(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}} \approx x^3$

$$E_p = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x^2}$$

即在很远处, 一个带电圆环可视为点电荷, 它的电场强度和点电荷产生的电场强度相同。

例题 9-5 设一均匀带电薄圆盘, 半径为 R , 面电荷密度为 σ ($\sigma > 0$), 求圆盘轴线上任一点的电场强度。



例题 9-5 图

解 把圆盘分成许多同心的细圆环, 如图所示, 考虑到半径为 r , 宽度为 dr 的细圆环, 所带的电量为

$$dq = 2\pi r \sigma dr$$

由例题 9-4 中计算出的带电圆环在轴线上一点产生的电场强度, 有

$$\begin{aligned} dE &= \frac{x dq}{4\pi\epsilon_0(x^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} \\ &= \frac{x\sigma}{4\pi\epsilon_0(x^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} 2\pi r dr \end{aligned}$$

由于每个带电同心圆环在 P 处的电场强度方向皆为 X 轴方向, 因而 P 点的总电场强度应是对上式的积分, 即

$$\begin{aligned} E_p &= \int dE = \int_0^R \frac{2\pi x \sigma}{4\pi\epsilon_0} \frac{r dr}{(x^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} \\ &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{x}{(R^2 + x^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \end{aligned}$$

E_p 的方向为 X 轴正方向。

当 $x \ll R$ 时, 圆盘可视为无限大带电平面, 有

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

可见, 无限大均匀带电平面产生匀强电场。对有限的带电平面, 在平面中部的附近部分, 电场也可视为均匀的。

思考题

9-5 试验电荷与点电荷有何区别? 若用点电荷来定义电场强度,有何问题?

9-6 公式 $E=F/q$ 与 $E=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\mathbf{r}^0$ 有何区别与联系。当 $r\rightarrow 0$ 时, $E=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\mathbf{r}^0$ 还成立吗?

如何解释?

9-7 在例题 9-2 与例题 9-3 中,计算电偶极子的电场时,作了怎样的近似运算? 这样作有何意义?

9-8 在计算不能视为点电荷的带电体的电场强度时,应采用什么方法,对矢量积分,要注意些什么问题?

9-9 一电荷在电场中某点受到的电场力很大,该点的电场强度是否也一定很大?

9.3 电通量 高斯定理

9.3.1 电场线

为了形象地表示电场的分布,我们引入电场线的概念。

在静电场中,每一点的电场强度 E 都有确定的大小和方向,我们可以按一定的要求,作出一簇带箭头的曲线,这样的一簇曲线叫做电场线。作电场线的要求为

(1) 电场线上每一点正切线的方向都与该点的电场强度方向相同,如图 9-4 所示。

(2) 过电场线上某一点作垂直于电场强度方向的面元 $dS_{\perp}$,若穿过此面元的电场线的条数为 $d\Phi_e$,应满足

$$\frac{d\Phi_e}{dS_{\perp}} = E \quad (9-7)$$

亦即,在电场中任一点通过垂直于电场强度方向的单位面积的电场线条数等于该点电场强度的大小。按此规定画出的电场线,密度大的地方电场较强,密度小的地方电场较弱。图 9-5 中给出了几种常见电场的电场线图。从电场线图,可以总结出电场线有以下规律

(1) 在静电场中,电场线起始于正电荷,终止于负电荷。(或从正电荷延伸至无限远处,或从无限远终止于负电荷。)

(2) 静电场中的电场线是有头有尾的不闭合曲线。

(3) 在无电荷存在的电场空间中,电场线不能中断,也不可能相交。

电场线虽然是人为的画出来的,但可以用实验的方法显示出来。在盛有蓖麻油的容器中,撒入一些花粉或草籽,把它们搅拌均匀,在容器内再分别放入各种形状的导体电极,在电极带电后,微微振动容器,则原来杂乱分布的花粉或草籽,就在电场力的作用下,沿一定的规律排列,花粉或草籽排列的形状就如同该电极的电场线的图形一样。

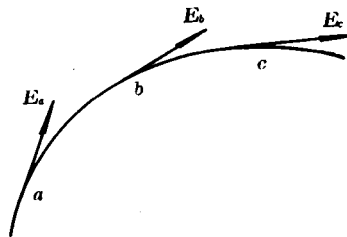


图 9-4 电场线图

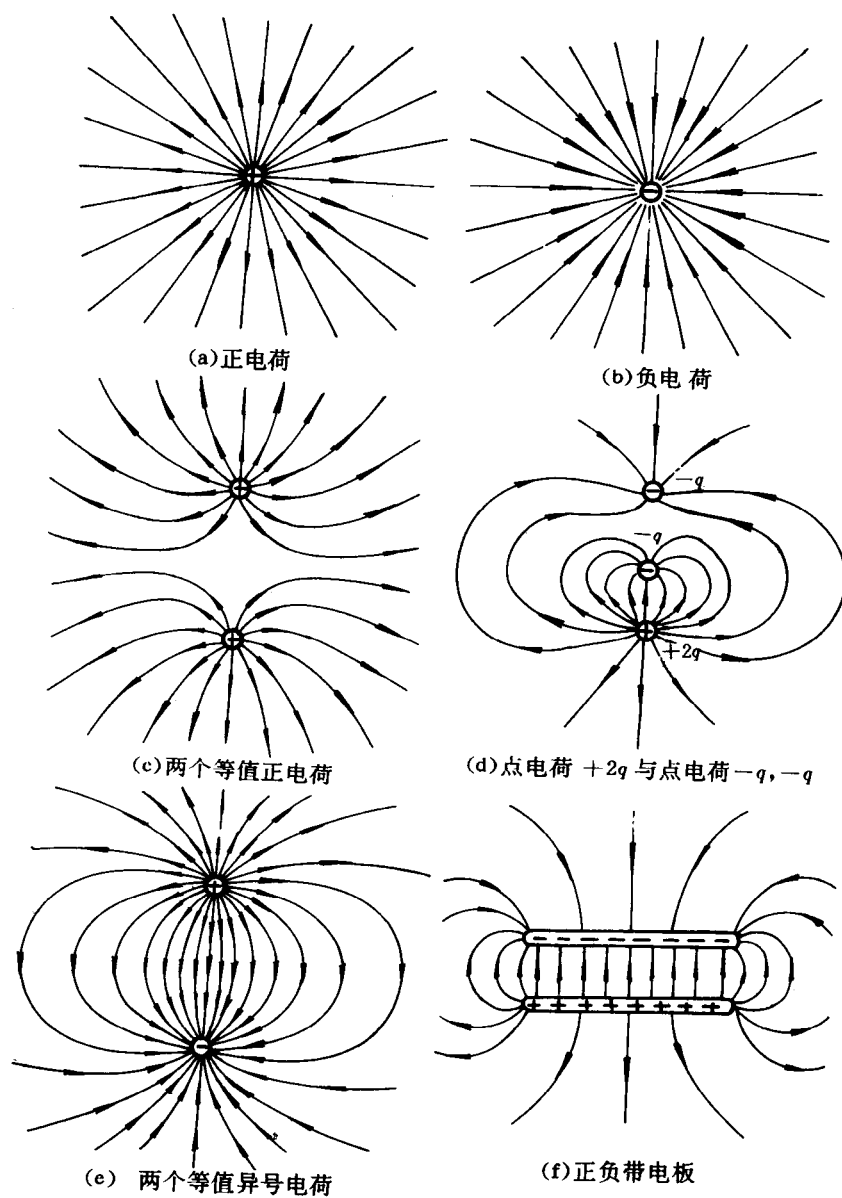


图 9-5 几种常见电场的电场线图