

1997 年高考全真模拟试卷

数学

王建民 中国科技大学附中特级教师

邵光砚 清华大学附中高级教师

邓 均 北京大学附中高级教师

董世奎 北京大学附中高级教师

蒋大凤 北京大学附中高级教师

杨文焕 北京大学附中高级教师

现代出版社

1997年高考全真模拟试卷

数 学

本书编写人员：

- | | |
|-----|--------------|
| 王建民 | 中国科技大学附中特级教师 |
| 邵光砚 | 清华大学附中高级教师 |
| 邓 均 | 北京大学附中高级教师 |
| 董世奎 | 北京大学附中高级教师 |
| 蒋大风 | 北京大学附中高级教师 |
| 杨文焕 | 北京大学附中高级教师 |

现 代 出 版 社

责任编辑:张俊国

图书在版编目(CIP)数据

1997 年高考全真模拟试卷:数学、物理、化学:理科/邓均等编
著·—北京:现代出版社,1996.11

ISBN7-80028-348-8

I. 19… II. 邓… III. ①数学课—高中—试题—升学
参考资料②物理课—高中—试题—升学参考资料③化学课—高
中—试题—升学参考资料 IV. G632.479

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 20953 号

1997 年高考全真模拟试卷

数学

王建民等编著

现代出版社出版发行

(北京市安定门外安华里 504 号 邮编 100011)

各地新华书店经销

保定市河北小学印刷厂印刷

开本:787×1092 1/16 印张:17.5

字数:488 千字 印数:10001~18000 册

1996 年 11 月第 1 版 1996 年 11 月第 1 次印刷

书号:ISBN 7-80028-348-8/G·089

定价(数学、物理、化学共三册):18 元

出版说明

经验证明,复习阶段通过解答适量的高质量的习题,临近考试阶段做适量的高质量的模拟试题,是迅速提高考试成绩的有效途径。为此,我们组织北京大学附中、清华大学附中、中国人民大学附中、北京四中等全国著名重点中学的特级、高级教师编写了《1997年高考同步强化训练》和《1997年高考全真模拟试卷》

以上二套复习用书突出了以下特点:

1. 博采众长,各取优势

《1997年高考同步强化训练》和《1997年高考全真模拟试卷》由北京大学附中、清华大学附中、中国人民大学附中、中国科技大学附中、北京四中、北京一中、北京五中、北京八中、北京实验中学、北京航空航天大学附中、北京工业大学附中等十几所全国著名重点中学的教师联合编写,各取优势。各学校牵头负责自己优势科目的编写,再融通汇总,集体讨论、审订,最后定稿,每一个环节都是极为认真、极其严格的。

2. 根据复习进度编写,对1997年高考进行有效预测

《1997年高考同步强化训练》紧扣教学大纲,根据高三毕业班复习的进度编写,与总复习进度同步,便于学生循序渐进复习。每个单元都配有单元测试题,在几个单元之后,还配有一份综合测试题。《1997年高考同步强化训练》题型全,题量足,基础题与提高题比例适当,由浅入深,尤其注意高考的最新趋势,对常考题型以及常考内容提供了大量的练习。

《1997年高考全真模拟试卷》是在充分研究近年来高考命题和国家教委考试中心《考试说明》的基础上精心编写的,融高考大纲精神于各套试卷,每门课程均有10套实战性试卷,题型题量完全模拟实际考试。可以说,《1997年高考全真模拟试卷》既是对考生复习的检测,更是对1997年高考试题的有效预测。

3. 阵容强大,全部由特级、高级教师编写

《1997年高考同步强化训练》和《1997年高考全真模拟试卷》的编写,集中了一大批北京地区的优秀教师,涉及到十几所重点中学。参加编写的老师大都连年从事高三毕业班课程的复习与教学工作,积累了丰富的应考教学经验。各门课程的分工如下(详见下页):

《1997 年高考全真模拟试卷》编者

科 目	编 写 者		
语 文	邱忠孝	北京大学附中	高级教师
	张 玳	北京大学附中	高级教师
	赖国盛	北京八中	高级教师
数 学	王建民	中国科技大学附中	特级教师
	邵光砚	清华大学附中	高级教师
	邓 均	北京大学附中	高级教师
	董世奎	北京大学附中	高级教师
	蒋大凤	北京大学附中	高级教师
	杨文焕	北京大学附中	高级教师
英 语	范存智	北京大学附中	高级教师
	齐平昌	北京四中	高级教师
	王英民	清华大学附中	高级教师
	沈信予	北京实验中学	高级教师
	马 燕	天津南开中学	高级教师
物 理	陈育林	北京大学附中	特级教师
	丁敬忠	北京大学附中	高级教师
	陈立容	人民大学附中	高级教师
	董连生	北京四中	高级教师
	李康华	北京航空航天大学附中	高级教师
	赵大恒	北京八中	高级教师
化 学	胡 兰	北京五中	一级教师
	张 琛	北京一中	高级教师
	刘秀丽	北京一中	一级教师
	耽世惠	北京一中	高级教师
	刘 恕	北京市东城区教研中心教研员	高级教师
历 史	陈卫聪	北京大学附中	高级教师
	于秀娟	人民大学附中	高级教师
	任一林	北京工业大学附中	高级教师
政 治	舒嘉文	北京大学附中	高级教师
	邵思若	北京大学附中	高级教师
	张玉安	北京大学附中	高级教师

目 录

1997 年高考数学全真模拟试卷(一)(理工类)	1
1997 年高考数学全真模拟试卷(二)(理工类)	5
1997 年高考数学全真模拟试卷(三)(理工类)	9
1997 年高考数学全真模拟试卷(四)(理工类)	13
1997 年高考数学全真模拟试卷(五)(理工类)	17
1997 年高考数学全真模拟试卷(六)(理工类)	21
1997 年高考数学全真模拟试卷(七)(理工类)	25
1997 年高考数学全真模拟试卷(八)(理工类)	29
1997 年高考数学全真模拟试卷(九)(理工类)	33
1997 年高考数学全真模拟试卷(十)(理工类)	37
参考答案	41

1997 年高考数学全真模拟试卷(一)(理工类)

第 I 卷 (选择题 共 65 分)

一、选择题:本大题共 15 小题,第 1—10 题每小题 4 分,第 11—15 题每小题 5 分,共 65 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。请将所选选项代号填在题后的括号中。

- 设 x 是实数, $f(x) = (x+1)(x+2)$, $g(x) = (x-3)(x+6)$ 那么

(A) $f(x) > g(x)$ (B) $f(x) < g(x)$ (C) $f(x) = g(x)$ (D) $f(x)$ 与 $g(x)$ 大小不确定
- 已知非空集合 M 和 N , 规定 $M - N = \{x | x \in M, x \notin N\}$, 那么 $M - (M - N)$ 等于

(A) $M \cup N$ (B) $M \cap N$ (C) M (D) N
- 直线 c, d 与异面直线 a, b 都相交, 则直线 a, b, c, d 可以确定平面的个数为

(A) 2 个 (B) 3 个 (C) 3 个或 4 个 (D) 2 个或 3 个
- 函数 $y = 2\sin x(\sin x + \cos x)$ 的单调递减区间分别是

(A) $[k\pi - \frac{\pi}{8}, k\pi + \frac{3\pi}{8}] (k \in \mathbb{Z})$ (B) $[k\pi + \frac{3\pi}{8}, k\pi + \frac{7\pi}{8}] (k \in \mathbb{Z})$

(C) $[2k\pi - \frac{\pi}{8}, 2k\pi - \frac{7\pi}{8}] (k \in \mathbb{Z})$ (D) $[2k\pi + \frac{7\pi}{8}, 2k\pi + \frac{15\pi}{8}] (k \in \mathbb{Z})$
- 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + a_4 + a_7 = 39$, $a_2 + a_5 + a_8 = 33$, 则 $a_3 + a_6 + a_9$ 的值是

(A) 30 (B) 27 (C) 24 (D) 21
- 若 $(1-2x)^5$ 展开式中的第二项小于第一项, 且不小于第三项, 则实数 x 的取值范围是

(A) $x < -\frac{1}{10}$ (B) $-\frac{1}{10} < x \leq 0$ (C) $-\frac{1}{4} \leq x < -\frac{1}{10}$ (D) $-\frac{1}{4} \leq x \leq 0$
- 如果过圆锥顶点的面积最大的截面是圆锥的轴截面, 圆锥侧面展开图的圆心角为 α , 则 α 的取值范围是

(A) $(0, 2\pi)$ (B) $(0, \pi)$ (C) $(0, \sqrt{2}\pi]$ (D) $\{\sqrt{2}\pi\}$
- 有甲、乙、丙三项任务, 甲需 2 人承担, 乙、丙各需 1 人承担, 现从 10 人中选派 4 人承担这三项任务, 不同的选法共有

(A) 1260 种 (B) 2025 种 (C) 2520 种 (D) 5040 种
- 方程 $\begin{cases} x = \frac{3t^2}{1+t^2} \\ y = \frac{5-t^2}{1+t^2} \end{cases}$ (t 为参数) 表示的图形是

(A) 椭圆 (B) 直线 (C) 射线 (D) 线段
- 若椭圆 $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{n} = 1 (m > n > 0)$ 和双曲线 $\frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{b} = 1 (a > b > 0)$ 有相同的焦点 F_1 和 F_2 , 点 P 是椭圆和双曲线的一个交点, 则 $|PF_1| \cdot |PF_2|$ 的值是

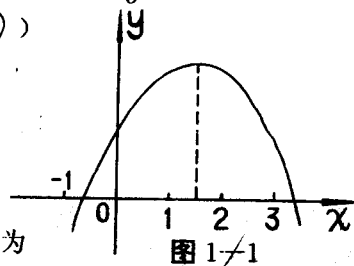
(A) $m-a$ (B) $\frac{1}{2}(m-a)$ (C) m^2-a^2 (D) $\sqrt{m}-\sqrt{a}$

11. 半径为 $\sqrt{6}$ 的球内接正四体的体积是

- (A) $\frac{16\sqrt{2}}{3}$ (B) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (C) $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ (D) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

12. $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图象 1-1, 可见有

- (A) $a+b+c < 0$
(B) $2a+b < 0$
(C) $abc > 0$
(D) $b > a+c$



13. 双曲线的极坐标方程是 $\rho = \frac{6}{1-4\cos\theta}$, 则过极点且倾角为

$\frac{\pi}{3}$ 的直线交双曲线于 A, B 两点, 则 $|AB|$ 长等于

- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10

14. 集合 $A = \{x | \sqrt{2(x-1)} \leq 5-x\}$, $B = \{x | x^2 - ax \leq x-a\}$, 当 $A \subset B$ 时, a 的取值范围是

- (A) $3 < a < 9$ (B) $a > 9$ 或 $a < 3$ (C) $1 \leq a \leq 3$ (D) $a > 3$

15. 已知复数 Z_1, Z_2 满足 $Z_1 + Z_2 = \frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$, $|Z_1| = |Z_2| = 1$, 则 $\frac{Z_1}{Z_2}$ 等于

- (A) $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ (B) $-\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$ (C) $\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$ (D) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

第 II 卷 (非选择题 共 85 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题; 每小题 4 分, 共 16 分。把答案填在题中横线上。

16. 复数 $1 - \sin 100^\circ + i \cos 100^\circ$ 的辐角主值为_____。

17. 已知 $0 < d < 1$, 且 $\log_a d < \log_b d < 0 < \log_c d$, 则 a^c, b^a, c^b 的大小顺序是_____ < _____ < _____。

18. 函数 $y = (\log_{\frac{1}{2}} \frac{x}{4})(\log_{\frac{1}{4}} \frac{x}{2})$ 的单调递减区间是_____。

19. 已知 $\sin(\frac{\pi}{4} - \alpha) = \frac{5}{13}$, $\alpha \in (0, \frac{\pi}{4})$, 那么 $\frac{\cos 2\alpha}{\cos(\frac{\pi}{4} + \alpha)} =$ _____。

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 69 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

20. (本小题满分 11 分)

已知: $0 < \beta < \frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$, $\cos(\frac{\pi}{4} - \alpha) = \frac{3}{5}$, $\sin(\frac{3\pi}{4} + \beta) = \frac{5}{13}$, 求 $\sin(\alpha + \beta)$ 的值。

$$\sin(\frac{3\pi}{4} + \beta) = \sin(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} + \beta)$$

$$= \sin(180^\circ - \frac{3}{4}\pi - \beta) = \sin(\frac{\pi}{4} - \beta) = \frac{5}{13}$$

$$\sin(\frac{\pi}{4} - \beta) = \frac{5}{13}$$

$$\cos(\frac{\pi}{4} - \beta) = \frac{12}{13}$$

$$\cos(\frac{\pi}{4} - \alpha) = \frac{3}{5}$$

$$-\frac{\pi}{4} < \alpha < -\frac{3}{4}\pi$$

$$\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{4} - \alpha < \frac{\pi}{4} - (-\frac{3}{4}\pi)$$

$$0 < \frac{\pi}{4} - \alpha < \frac{1}{2}\pi$$

$$\sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta$$

$$= \frac{15}{13}$$

$$\sin(\frac{\pi}{4} - \alpha - (\frac{\pi}{4} - \beta))$$

$$= \sin[(\frac{\pi}{4} - \alpha) - (\frac{\pi}{4} - \beta)]$$

$$=$$

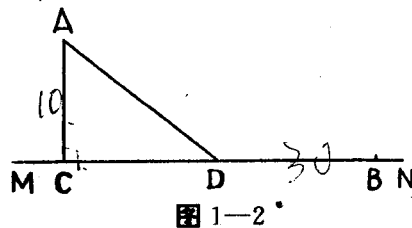
21. (本小题满分 12 分)

解关于 x 的不等式

$$3|2 - \log_2 x| - |3 + 2\log_{\frac{1}{4}} x| < 1.$$

22. (本小题满分 10 分)

如图, 假设河的一条岸边为直线 MN , 又 $AC \perp MN$ 于 C , 点 B, D 在 MN 上, 现将货物从 A 处运往 B 处, 经陆路 AD 与水路 DB , 已知 $AC = 10$ 公里, $BD = 30$ 公里, 又陆路单位距离的运价是水路运价的 2 倍, 为使运费最少, D 点应选在距 C 点多远处?



23. (本小题满分 12 分)

设椭圆一双曲线有共同的焦点 $F_1(-1, 0)$ 和 $F_2(1, 0)$, 并且椭圆的长轴长是双曲线实轴长的二倍, 试求椭圆和双曲线交点轨迹。

24. (本小题满分 11 分)

在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB=4$, $BD=2$, $\angle A=60^\circ$. 沿对角线 BD 向上把 $\triangle ABD$ 翻折到 $\triangle A'BD$ 的位置, 使二面角 $A'-BD-A$ 为 30° .

(1) 求三棱锥 $A'-BCD$ 的体积;

(2) 求 AB 与 $A'D$ 所成的角.

25. (本小题满分 12 分)

已知 $f(x+1)+f(x-1)=2x^2-8x+8$, $f(x+1)-f(x-1)=4(x-2)$, 并且 $f(x-1), -\frac{1}{2}, f(x)$ 是一个递增的等差数列 $\{a_n\}$ 的前三项, 求此数列的通项公式及 $a_2+a_5+a_8+a_{11}+\cdots+a_{26}$.

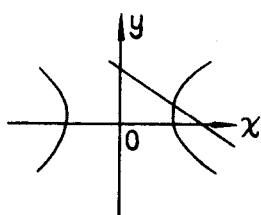
$$\frac{n-1}{2}$$

1997 年高考数学全真模拟试卷(二)(理工类)

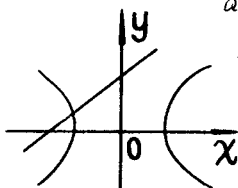
第 I 卷 (选择题 共 65 分)

一、选择题:本大题共 15 小题;第 1—10 题每小题 4 分,第 11—15 题每小题 5 分,共 65 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。请将所选项代号填在题后的括号中。

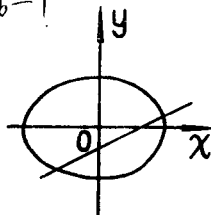
- 满足 $\{a, b\} \subset A \subset \{a, b, c, d, e\}$ 的集合 A 的个数为 (D)
(A) 9 个 (B) 8 个 (C) 7 个 (D) 6 个
- 直线 $l_1: ax + 2y + 6 = 0$ 与直线 $l_2: x(a-1)y + a^2 - 1 = 0$ 平行但不重合,则 a 等于 (C)
(A) -1 (B) 2 (C) -1 或 $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{2}{3}$
- 已知 $ab < 0$, 方程 $y = -2x + b$ 和 $bx^2 + ay^2 = ab$ 表示的曲线只可能是 (B)
 $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = 1$



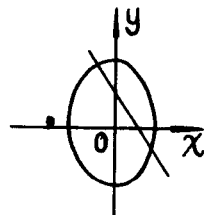
(A)



(B)



(C)



(D)

图 2-1

- 在四棱锥的四个侧面中,直角三角形最多可有 (D)
(A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个
- 已知 $0 < x < y < 1$, 设 x^x, x^y, y^x, y^y 中最大值记作 M , 最小值记作 m , 那么 ()
(A) $M = x^x, m = y^y$ (B) $M = y^y, m = x^x$ (C) $M = x^y, m = y^x$ (D) $M = y^x, m = x^y$
- 函数 $f(x)$ 的图象与函数 $g(x) = \cos x, x \in [\pi, \frac{3\pi}{2}]$ 的图象关于 $y = x$ 对称, 则 $f(x)$ 为 ()
(A) $y = \arccos(-x) + \pi, x \in [-1, 1]$ (B) $y = \arccos(-x), x \in [-1, 0]$
(C) $y = 2\pi - \arccos x, x \in [-1, 0]$ (D) $y = \pi + \arccos x, x \in [-1, 0]$
- 一个圆台的母线长是上、下底面半径的等差中项, 且侧面积为 $8\pi \text{ cm}^2$, 那么母线长为 ()
(A) 4cm (B) $2\sqrt{2} \text{ cm}$ (C) 2cm (D) $\sqrt{2} \text{ cm}$
- 复数 Z 满足 $|Z - 3 + \sqrt{3}i| \leq \sqrt{6}$, 则 $\arg Z$ 的取值范围是 ()
(A) $[-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{12}]$ (B) $[0, \frac{\pi}{12}] \cup [\frac{5\pi}{12}, 2\pi)$
(C) $[0, \frac{\pi}{12}] \cup [\frac{19\pi}{12}, 2\pi)$ (D) $[0, \frac{\pi}{12}] \cup [\frac{19\pi}{12}, 2\pi]$
- 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1 = 25, S_{17} = S_9$, 则 S_{1993} 等于 ()
(A) 4009 (B) -3959 (C) 3959 (D) -4009

10. 如果 $ax^2+bx+c>0$ 的解集为 $\{x|x<-2 \text{ 或 } x>4\}$, 那么对于函数 $f(x)=ax^2+bx+c$ 有 ()
- (A) $f(5)<f(2)<f(-1)$ (B) $f(2)<f(5)<f(-1)$
 (C) $f(-1)<f(2)<f(5)$ (D) $f(2)<f(-1)<f(5)$
11. 函数 $y=(\frac{1}{2}-\cos x)^2$ 的单调递减区间分别是 ()
- (A) $[2k\pi-\pi, 2k\pi-\frac{\pi}{3}], [2k\pi, 2k\pi+\frac{\pi}{3}] (k \in \mathbb{Z})$
 (B) $[2k\pi-\pi, 2k\pi-\frac{\pi}{3}] \cup [2k\pi, 2k\pi+\frac{2\pi}{3}] (k \in \mathbb{Z})$
 (C) $[2k\pi-\frac{\pi}{2}, 2k\pi] (k \in \mathbb{Z})$
 (D) $[2k\pi-\pi, 2k\pi-\frac{\pi}{3}] (k \in \mathbb{Z})$
12. 为使函数 $y=\sin \omega x (\omega>0)$ 在区间 $[0, 1]$ 上至少出现 50 个最大值, ω 的最小值是 ()
- (A) 98π (B) $\frac{197}{2}\pi$ (C) $\frac{199}{2}\pi$ (D) 100π
13. 用 1, 2, 3, 4, 5 五个数码, 可以组成有且仅有两位数字相同的三位数的个数是 ()
- (A) 30 (B) 60 (C) 100 (D) 120
14. 过双曲线 $2x^2-y^2-8x+6=0$ 的右焦点作直线 l 交双曲线于 A, B 两点, 若 $|AB|=4$, 则这样的直线存在 ()
- (A) 一条 (B) 二条 (C) 三条 (D) 四条
15. 已知函数 $f(x)=\log_a|x+1|$ 在 $(-1, 0)$ 上有 $f(x)>0$, 那么 ()
- (A) $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上是增函数 (B) $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上是减函数
 (C) $f(x)$ 在 $(-\infty, -1)$ 上是增函数 (D) $f(x)$ 在 $(-\infty, -1)$ 上是减函数

第 II 卷 (非选择题 共 85 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分。把答案填在题中横线上。

16. $(x-1)(x+1)^8$ 的展开式中, x^5 的系数是_____。

17. $\frac{1}{2}\csc 10^\circ - 2\sin 70^\circ =$ _____。

18. 抛物线 $y^2=ax (a \neq 0, a \in \mathbb{R})$ 截直线 $2x-y-4=0$ 所得的弦长为 $3\sqrt{5}$, 则 $a=$ _____。

19. 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2}{n+2} - an \right) = b$, 则 $a=$ _____, $b=$ _____。

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 69 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

20. (本小题满分 11 分)

已知 $2\sin^2 x - \cos^2 x + \sin x \cos x - 6\sin x + 3\cos x = 0$, 求 $\frac{2\sin^2 x + \sin 2x}{1 + \tan x}$ 的值。

$= \cos^2 x$
 $-\cos 2x + \frac{1}{2}\sin 2x - 6\sin x$

21. (本小题满分 12 分)

已知斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$, 底面 $\triangle ABC$ 是直角三角形, $\angle C=90^\circ$, 侧棱与底面成 60° 角. 点 B_1 在底面 ABC 上的射影 D 恰为 BC 的中点, $BC=2\text{cm}$.

(1) 求证: $AB_1 \perp BC_1$;

(2) 若 $A-BB_1-C$ 为 30° 二面角, 求四棱锥 $A-B_1BCC_1$ 的体积.

22. (本小题满分 12 分)

满足 $Z + \frac{5}{Z}$ 是实数, 且 $Z+3$ 的辐角主值为 $\frac{3\pi}{4}$ 的虚数 Z 是否存在? 若存在求出虚数 Z , 若不存在请说明理由.

23. (本小题满分 10 分)

某地现有耕地 10000 公顷, 规划 10 年后粮食单产比现在增加 22%. 人均粮食占有量比现在提高 10%. 如果人口增产率为 1%, 那么耕地平均每年至多只能减少多少公顷(精确到 1 公顷)

$$\left(\text{粮食单产} = \frac{\text{总产量}}{\text{耕地面积}}, \text{人均粮食占有量} = \frac{\text{总产量}}{\text{总人口}} \right)$$

24. (本小题满分 12 分)

设直线 $L_1: y = (a+13)x - a^2 + 2a + 16$ 与抛物线 $C: y = 7x^2 + 14x + 8$ 有两个交点 $A(x_1, y_1)$ 和 $B(x_2, y_2)$, 并且 $-1 \leq x_1 < 0 < x_2 \leq 1$; 设 u 是线段 AB 的中点的纵坐标。问: 当 a 取何值时, u 达到最大值? 并求出这个最大值。

25. (本小题满分 12 分)

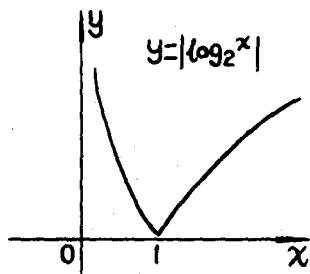
已知函数 $f(x)$ 定义在自然数集 N 上, 且对于任意自然数 m, n 都满足 $f(m+n) = f(m) + f(n) + mn$, 且 $f(1) = \frac{3}{2}$, 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \cdots + \frac{1}{f(n)} \right)$ 。

1997 年高考数学全真模拟试卷(三)(理工类)

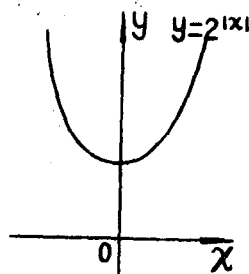
第 I 卷 (选择题 共 65 分)

一、选择题:本大题共 15 小题;第 1—10 题每小题 4 分,第 11—15 题每小题 5 分,共 65 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。请将所选项代号填在题后的括号中。

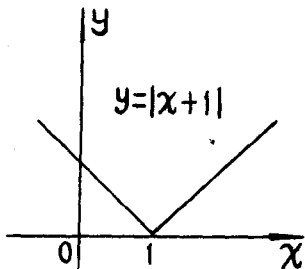
- 已知集合 $A = \{x \mid \frac{1}{x} < 2\}$, $B = \{x \mid (\frac{1}{2})^x < \frac{1}{2}\}$, 则 $A \cap B$ 用区间表示为 (C)
 (A) $(\frac{1}{2}, 1)$ (B) $(-\infty, 0) \cup (\frac{1}{2}, 1)$ (C) $(1, +\infty)$ (D) $(-\infty, 0) \cup (0, \frac{1}{2})$
- 椭圆 $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ ($a > b > 0$), 如果固定 a , 改变离心率, 当离心率增加时, 有 (A)
 (A) 椭圆面积减小, 焦点与对应准线间的距离减小
 (B) 椭圆面积增大, 焦点与对应准线间的距离增大
 (C) 椭圆面积减小, 焦点与对应准线间的距离增大
 (D) 椭圆面积增大, 焦点与对应准线间的距离减小
- 复数集 C 内的方程 $x^2 + px + q = 0$, p, q 是实数, 是该方程有两个互为共轭复数根的 (B)
 (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
 (C) 充分且必要条件 (D) 既不充分也不必要的条件
- 下列四个函数及其图象中, 不正确的是 (C)



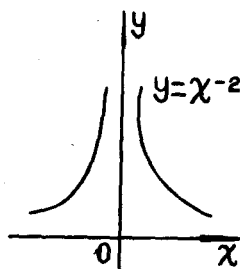
(A)



(B)



(C)



(D)

图 3—1

5. 关于幂函数, 下列论断中不正确的是

- (A) 除点(0,0)外, 任何一个幂函数的图象与坐标轴再没有其他交点
 (B) 任意两个幂函数图象的交点的个数不会超过 3 个
 (C) 任何一个幂函数不是奇函数, 就是偶函数
 (D) 定义域为 $\mathbb{R}$ 的幂函数, 如果它是奇函数, 它就有反函数

6. 三棱锥 $A-BCD$ 的各条棱均相等, M 是三棱锥内的一点, 它到各面的距离相等, 过 M 作平面平行于底面 BCD 而得截面 EFG , 那么三棱锥 $A-EFG$ 和棱台 $EFG-BCD$ 的体积之比是

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{8}{19}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{27}{37}$

7. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, A 点到对角面 A_1B_1CD 的距离为 d_1 , A 点到对角线 A_1C 的距离为 d_2 , 那么

- (A) $d_1 > d_2$ (B) $d_1 = d_2$ (C) $d_1 < d_2$ (D) 以上三种关系都有成立的可能

8. 函数 $y = \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2x - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ($\frac{\pi}{12} \leq x \leq \frac{7\pi}{12}$) 的反函数是

- (A) $y = \frac{\pi}{3} + \frac{1}{2} \arcsin x$ ($-1 \leq x \leq 1$)
 (B) $y = \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} \arcsin x$ ($-1 \leq x \leq 1$)
 (C) $y = \frac{2\pi}{3} + \arcsin x$ ($-1 \leq x \leq 1$)
 (D) $y = \frac{2\pi}{3} - \arcsin x$ ($-1 \leq x \leq 1$)

9. 设 $\{a_n\}$ 是由正数组成的等比数列, 公比 $q=2$, 且 $a_1 a_2 a_3 \cdots a_{30} = 2^{30}$ 那么 $a_3 a_6 a_9 \cdots a_{30}$ 等于

- (A) 2^{10} (B) 2^{20} (C) 2^{16} (D) 2^{15}

10. 如果双曲线的两条渐近线的方程是 $y = \pm \frac{3}{2}x$, 焦点是 $(-\sqrt{26}, 0)$, $(\sqrt{26}, 0)$. 则它的两准线间的距离是

- (A) $\frac{8\sqrt{26}}{13}$ (B) $\frac{4\sqrt{26}}{13}$ (C) $\frac{18\sqrt{26}}{13}$ (D) $\frac{9\sqrt{26}}{13}$

11. 极坐标方程 $\rho = \frac{k}{(k^2+1)-2k\cos\theta}$ ($k>0$) 表示的曲线是

- (A) 椭圆 (B) 抛物线 (C) 双曲线 (D) 椭圆或抛物线

12. F_1, F_2 是椭圆的两个焦点, A 是椭圆上任一点, 从焦点 F_1 向 $\triangle AF_1 F_2$ 的顶角 A 的外角的平分线引垂线, 垂足为 P , 那么 P 点的轨迹是

- (A) 圆 (B) 椭圆 (C) 双曲线 (D) 抛物线

13. 如果 $(x - \sqrt{1-y^2}) \cdot (y - \sqrt{1-x^2}) = 0$, 那么 $x+y$ 的最小值和最大值分别是

- (A) -1 和 $\sqrt{2}$ (B) $-\sqrt{2}$ 和 1 (C) $-\sqrt{2}$ 和 $\sqrt{2}$ (D) -1 和 1

14. 椭圆 $a^2 x^2 + y^2 = a^2$ ($0 < a < 1$) 上离顶点 $A(0, a)$ 最远的点恰好是另一个顶点 $B(0, -a)$, 这个事实成立的充要条件是

- (A) $0 < a < 1$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2} < a < 1$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{2} \leq a < 1$ (D) $0 < a < \frac{\sqrt{2}}{2}$

15. 某次数学考试, 共设 10 道选择题, 每答对一题得 4 分, 答错一题得 (-1) 分, 不答得 0 分, 那么这个考试得分的不同情况最多有

- (A) 44 种 (B) 45 种 (C) 46 种 (D) 47 种

第 II 卷 (非选择题 共 85 分)

二、填空题:本大题共 4 小题;每小题 4 分,共 16 分,把答案填在题中横线上。

16. 不等式 $x^{\log \frac{1}{2} x} < \frac{1}{x}$ 的解集是_____。

17. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = \sin \theta$, $a_{n+1} = a_n \cdot \cos \theta$, 如果 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + a_2 + \dots + a_n) = 1$, 那么 $\theta =$ _____。
 $a_n = \sin \theta \cdot (\cos \theta)^{n-1}$

18. 三棱锥 A-BCD 的体积是 V, 棱 BC 长为 a, $\triangle ABC$ 和 $\triangle DBC$ 的面积分别是 S_1 和 S_2 , 二面角 A-BC-D 等于 α , 那么用 a、V、 S_1 、 S_2 表示 $\sin \alpha$, 结果是 $\sin \alpha =$ _____。
 $a_2 = a \sin \theta \cos \theta$

19. 抛物线 $y = 2x^2 - 4x + m$ ($m \in \mathbb{R}$) 的焦点在 x 轴上, 则 $m =$ _____。

三、解答题:本大题共 6 小题;共 69 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

20. (本小题满分 11 分)

求值 $\frac{\sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} 48^\circ - 1}{2 \sec 48^\circ} - \cos 36^\circ$

$$= \frac{\sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} 48^\circ - 1 - \cos 36^\circ}{2 \cos 48^\circ}$$

21. (本小题满分 12 分)

如果二次函数 $y = x^2 + ax + 2$ 的图象与连结 A(0,1)、B(2,3) 的线段有两个交点, 求 a 的取值范围。

22. (本小题满分 12 分)

三棱锥 S-ABC 中, 底面 $\triangle ABC$ 的顶角 $\angle ABC = \alpha$, 底面 $AC = a$, 且 $AB \perp BC$. $\angle SCA = 90^\circ$, $SC = b$ 侧面 SAC 与底面 ABC 所成二面角为 θ ($0 < \theta \leq \frac{\pi}{2}$), E 是 SA 中点, D 是 AC 中点。

(1) 求证: 无论 θ 、 α 为何值, 点 S 到平面 BED 的距离为定值。

(2) 求三棱锥 S-ABC 的体积。