

高等院校通信与信息工程类规划教材

数字信号处理

——基础与应用

张延华 姚林泉 郭 玮 编著



11001010100110101

00101001101010010101000110



高等院校通信与信息工程类规划教材

数字信号处理

——基础与应用

张延华 姚林泉 郭 玮 编著



机械工业出版社

本书系统介绍了数字信号处理的基本概念、基本分析方法及应用技术。针对时域、频域的重要概念及其时-频转换关系进行了详细讨论。全书共11章，内容包括离散时间信号与系统的基础理论，离散时间傅里叶分析(DTFT)，离散傅里叶变换(DFT)及快速算法(FFT)，数字滤波器的结构及IIR和FIR滤波器的设计，自适应滤波等。书中特别用两章篇幅讨论了许多应用实例，以期帮助读者在理论和实践之间建立联系。

本书在传统的基础理论和先进的计算工具——MATLAB/Simulink之间进行了二者的整合，为每章的理论提供了相应的MATLAB子程序或Simulink仿真模型。随书光盘配有书中全部例题及大部分论题的MATLAB程序(包括Simulink仿真模型)。

本书适宜作为高等院校数字信号处理课程的教材，也可作为从事数字信号处理工作的工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理：基础与应用/张延华等编著. —北京：机械工业出版社，
2005.1

高等院校通信与信息工程类规划教材

ISBN 7-111-15397-9

I. 数… II. 张… III. 数字信号—信号处理—高等学校—教材
IV. TN911.72

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第104246号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

策划编辑：周娟

责任编辑：于苏华 版式设计：霍永明 责任校对：申春香

封面设计：姚毅 责任印制：李妍

北京蓝海印刷有限公司印刷·新华书店北京发行所发行

2005年2月第1版第1次印刷

787mm×1092mm 1/16 · 21.75 印张 · 540 千字

定价：36.00元（含ICD）

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换
本社购书热线电话(010) 68993821、88379646

68326294、68320718

封面无防伪标均为盗版

前　　言

众所周知，数字信号处理（DSP）作为一门具有重要应用前景的学科分支，正在诸如通信、雷达、声纳、控制、神经网络、地震勘探、生物医学电子学、人口统计以及金融、证券等领域不断地取得新的进展。由此不仅发展出适应自身特殊需要的精深的 DSP 技术，而且对基础理论和应用亦产生了革命性的影响。鉴于 DSP 有相对自成体系的应用背景、数学需求、算法研发和各种专门的技术，因而在内容的深度和广度上使初学者很难全面理解和掌握最新的 DSP 技术，但它同时也促进了众多学科领域的高年级大学生、研究生和应用工程师学习和掌握 DSP 的迫切需求。

显而易见，学习 DSP 应包括两方面的内容：一是学习 DSP 涉及的重要概念、基本理论和方法；二是掌握适用于某一专业领域的特殊算法或者应用技术。所幸的是，在过去的几年中，随着计算机硬件性能的大幅提升和软件功能的日益增强，促使 DSP 的教学方式发生了深刻的变化。首先，过去作为研究生课程的数字信号处理，其基础部分现已纳入许多大学本科阶段的教学计划中；第二，教学方式也由过去单一的课堂讲授发展到今天的讲课和实验一体化的模式，其中包括算法的仿真和 DSP 硬件的实现；第三，针对 DSP 概念抽象、算法计算量大的特点，引入先进的数学软件进行 DSP 的教学和实验已成为趋势；第四，由于 MATLAB 能够有效地提高 DSP 课程的教学效果，在国外已成为该课程的标准教学软件并取得了良好的效果^[1,8,14,20~24]。

本书的编写正是基于这样一种考虑，即传统的 DSP 资料一般是为专业读者准备的，因为他们需要严密的数学来理解 DSP 的最新理论和潜在的可能应用；但大多数 DSP 的应用技术并非需要高深的数学理论才能被掌握。因此，作为适应多专业需求的 DSP 应用教程，作者希望在强调 DSP 的基本概念、基础理论和方法的同时，在不追求算法设计的详细数学论证的前提下，基于 MATLAB 语言对一些应用问题通过图形建模和可视化计算手段，形象和生动的揭示算法设计及实现的流程，为读者了解和掌握 DSP 的理论及应用打下坚实的基础，提高应用理论解决实际问题的综合能力。

关于读者

本书在编写上对读者的专业背景无所偏倚，但假定读者对初等微积分和复变函数已有一定的了解，对矩阵代数也有初步的认识。

本书的组成

本书强调 DSP（即变换和滤波器）的基本原理及应用。通过对时域、频域重要概念及其时-频转换关系的讨论，希望读者能够在时域和频域中进行自由的思考，并能不太费力地在两者中进行转换。因此，本书在内容的安排上进行了精心的组织，力求为读者使用本书提供最大的方便。

全书共 10 章。第 1 章信号和信号处理，第 2 章离散时间信号与系统，第 3 章离散时间

傅里叶分析，第 4 章 z 变换，第 5 章离散傅里叶变换及快速算法，第 6 章数字滤波器结构，第 7 章 IIR 滤波器的设计，第 8 章 FIR 滤波器的设计，第 9 章自适应滤波及其应用和第 10 章数字信号处理的应用。

本书的使用

本书一方面可作为高等院校数字信号处理课程的教科书，另一方面也能够成为多种专业工程技术人员的基础参考书。作为教科书，它直接面向高年级工程类学生；作为参考书，则试图通过每章中的应用例题以及后几章中引入的一些独立论题来扩大视野。本书光盘配有书中全部例题及大部分论题的 MATLAB 程序（包括 Simulink 仿真模型），这些程序不仅仅是例题或者算法的演示程序，它们同样可以用于解决实际问题并进行 DSP 的高级设计。

本书的特点

与同类教材相比，本书具有如下特点：

- (1) 通过实例说明 DSP 的基本概念和基本方法，强调它们的重要性和相互关系。
- (2) 公式和算法一般都有图形解释，疑难之处处理得体。
- (3) 在传统的基础理论和先进的计算工具——MATLAB/Simulink 之间进行了二者的整合。这样有助于读者在学习数字信号处理理论的同时，借助 MATLAB/Simulink 加深对问题的理解，有利于读者用计算机实践 DSP 的众多理论和算法，同时也为把这些理论和算法应用于工程实际打下很好的基础。
- (4) 本书给出许多经典而又内容丰富的应用实例，特别是这些例子均是“活”的，就是说例子的框图一般就是它的 Simulink 仿真模型。
- (5) 随书光盘给出书中所有例子和应用的 MATLAB 程序（包括 Simulink 仿真模型）。

软件说明

本书在 DSP 的基础理论和先进的计算软件——MATLAB/Simulink 之间进行了二者的整合，为每章的论题提供了相应的 MATLAB 子程序或 Simulink 仿真模型。这些子程序可以进行自身演示，也可以用来加深印象、巩固基本概念和验证算法结果，并且有助于解决一些实际的设计问题。当然，我们的主要目的是介绍 DSP 技术而不是应用软件，所以在正文中没有引入 MATLAB/Simulink 的使用介绍。如果读者需要了解 MATLAB/Simulink 的有关知识，可以浏览 MATLAB 的官方网站：<http://www.mathworks.com>。

本书第 1 至第 6 章由张延华编写；第 7 至第 9 章由姚林泉编写；第 10 章算例及全书程序由郭玮提供和验算。全书由张延华统稿。

编著者

2004 年 9 月

目 录

前言

第 1 章 信号和信号处理 1

- 1.1 数字信号处理的起源 1
- 1.2 信号的特征和分类 2
- 1.3 典型信号运算 3
- 1.4 典型信号处理实例 10
- 1.5 典型信号处理应用 14
- 1.6 数字信号处理与模拟信号处理的比较 19
- 1.7 关于 MATLAB 及其工具箱的一些说明 21

第 2 章 离散时间信号与系统 23

- 2.1 离散时间信号 23
- 2.2 离散时间系统 27
- 2.3 卷积和（离散卷积） 32
- 2.4 解（反）卷积 34
- 2.5 差分方程 35
- 2.6 零输入和零状态响应 36
- 2.7 数字滤波器 36
- 2.8 使用 MATLAB 和 Simulink 37
- 习题 51

第 3 章 离散时间傅里叶分析 54

- 3.1 离散时间傅里叶变换（DTFT） 54
- 3.2 DTFT 的性质 55
- 3.3 DTFT 的周期性和对称性 56
- 3.4 系统函数 62
- 3.5 滤波器 64
- 3.6 系统的互联 65
- 3.7 应用 66
- 3.8 使用 MATLAB 和 Simulink 74
- 习题 80

第 4 章 z 变换 82

- 4.1 双边 z 变换 82

- 4.2 收敛域 84
- 4.3 双边 z 变换的性质 86
- 4.4 常用序列的 z 变换 88
- 4.5 零点、极点和 z 平面 90
- 4.6 系统（传递）函数 92
- 4.7 逆 z 变换 95
- 4.8 单边 z 变换 98
- 4.9 双边 z 变换和单边 z 变换的区别 100
- 4.10 应用 MATLAB 101
- 习题 105

第 5 章 离散傅里叶变换及快速算法 108

- 5.1 离散傅里叶级数 108
- 5.2 离散傅里叶变换（DFT） 112
- 5.3 DFT 的性质 115
- 5.4 关于 DFT 的几点认识 122
- 5.5 用 DFT 计算线性卷积 124
- 5.6 计算 DFT 的快速算法——FFT 127
- 5.7 MATLAB 和 Simulink 的应用 131
- 习题 135

第 6 章 数字滤波器的结构 138

- 6.1 引言 138
- 6.2 IIR 滤波器的结构 139
- 6.3 FIR 滤波器的结构 149
- 6.4 格型滤波器的结构 154
- 习题 160

第 7 章 IIR 滤波器的设计 163

- 7.1 引言 163
- 7.2 模拟滤波器的原型 165
- 7.3 模拟 - 数字滤波器变换 172
- 7.4 频率转换 175
- 7.5 基于 MATLAB 函数的滤波器设计技术 177
- 7.6 典型 IIR 滤波器的比较 192
- 7.7 基于 MATLAB 工具箱的滤波器设计

技术	195
习题	200
第 8 章 FIR 滤波器的设计	202
8.1 对称序列与线性相位	202
8.2 FIR 滤波器	216
8.3 频带变换	229
8.4 频率采样滤波器的设计	231
8.5 等波纹线性相位滤波器的设计	232
8.6 基于 MATLAB 函数的滤波器设计	
技术	233
8.7 设计举例	246
8.8 基于可视化计算的滤波器设计举例	253
习题	257
附录 任意响应 FIR 滤波器的设计	258
第 9 章 自适应滤波及应用	262
9.1 自适应滤波的概念	262
9.2 自适应 LMS 滤波器	263
9.3 几种改进的 LMS 算法	276
9.4 自适应滤波的应用	282
9.5 讨论	296
附录 一个实现 LMS 算法的快速算法	297
第 10 章 数字信号处理的应用	299
10.1 双音多频 (DTMF) 信号的检测	299
10.2 太阳黑子活动周期的分析	302
10.3 数据分析	307
10.4 数字音频回声系统的模拟	316
10.5 二进制数据通信系统	318
10.6 扩展频谱通信系统	320
10.7 多址接入技术	323
10.8 基于 Wiener 滤波器的图像去模糊	331
10.9 基于加窗技术的向量转换处理	335
参考文献	342

第1章 信号和信号处理

数字信号处理（Digital Signal Processing, DSP）是当前科学和工程最强有力的支持技术之一。它已在非常广泛的领域中取得了革命性的进展：语音处理、数字通信、医学影像、雷达、声纳、控制、石油勘探、人口统计以及金融、证券等等。毋庸置疑，DSP 在这些应用中的各个方面都形成了自成体系的数学需求、算法设计和特殊应用技术，因而在理论和应用的深度和广度上造成了初学者很难全面理解和掌握最新的 DSP 技术。显而易见，DSP 的教程应包括两方面的任务：一是学习 DSP 涉及的重要概念、基本理论和方法；二是学习应用于某一专业领域的某一特殊算法或者技术。

本章概述数字信号处理的基本概念和方法。首先介绍信号的数学特性及信号的分类；随后将详细讨论一些典型信号和信号所承载信息的种类；然后回顾一些常用的信号处理技术；最后是一些典型信号处理应用举例。

1.1 数字信号处理的起源

数字信号处理不同于一般学科领域的是它所涉及的特殊数据类型——信号。通常，这些信号来源于现实世界中的各种传感器数据，如地震波形，大气压力，视频流，医学影像，遥测、遥感以及无线电波等。DSP 就是在这些信号被获取并被转换成数字形式之后，对其进行特殊运算或处理的一项技术，事实上可以认为是数学和算法的一种特殊运用。这种数学和算法的运用包含了多种意图或目的，比如提高视频流的播放质量，语音识别及合成，数据压缩，信号重构等等。假如我们给计算机接入一个数据采集器用以采集外部数据（如心电图数据），随后的任务是什么呢？至少有一点可以明确，不论下面你干什么，肯定离不开 DSP。

DSP 起源于 20 世纪 60~70 年代，当时数字计算机已初步具备大规模进入科研和工业领域的基本条件。虽然那时的计算机还十分昂贵，DSP 也只有一些有限的应用，但在下面四个关键领域却取得了开创性的成就：

- (1) 雷达和声纳 源于冷战时期东西方对峙导致的军备竞赛和关于国家安全的考虑。
- (2) 石油勘探 对能源需求的快速增长导致大量地震勘探数据的处理需求。
- (3) 空间探测 捕获的珍贵数据不可能再次得到。
- (4) 医学图像 出于拯救生命的需要。

到了 20 世纪 80~90 年代，这种应用上的需求已经不再被政府和军事的需求所拉动，因为个人计算机的革命开始促使人们尝试用 DSP 技术对新的应用进行积极的探索。于是 DSP 的发展突然间被广阔的应用前景和良好的商业投资所驱动，如蜂窝移动电话、CD 播放机、语音电子邮件等。

在大学教育方面情况也大致如此，20 世纪 80 年代 DSP 课程还仅仅出现在研究生教学计划中；90 年代开始，DSP 成为本科教学计划中标准专业技术课程的一部分。今天，DSP 更是众多领域的科学家和工程师们应该或必须掌握的一项基本技能。其发展的形式可以和以前的

一项技术革命相提并论，那就是电子学。尽管电子学仍然属于电子工程的范畴，但现在几乎每个科学家和工程师似乎都应该具备电路设计的基本知识和技能。可以说，没有了电子学的基本背景，科学家和工程师们将会在技术的世界中迷失方向，DSP 也同样如此。

由此可见，DSP 是一门建立在众多领域应用背景之中的交叉学科，而且它们之间的界限并不非常明显。了解 DSP 的发展历史对于学习和应用 DSP 会产生巨大的影响。假设读者面对一个数字信号处理方面的问题需要找到解决方案，查阅资料之后，他找到的很可能是一页接一页的数学公式、不太好懂的数学符号和陌生的技术术语。事实上，DSP 方面的很多资料即使是对那些在这一领域很有经验的人来说也是困难的。这倒不是说这些技术文献本身有什么问题，而是因为这些文献确实是为一些专业读者所准备的。因为科学家需要这种高深的数学理论来阐述其工作的理论意义，而工程师需要这种详细的数学来理解这项工作的应用前景。

1.2 信号的特征和分类

根据自变量的特性和函数值来定义信号。例如，自变量可以是连续变量或离散变量。这样，信号就可以被划分为连续函数或离散函数。此外，信号还可以被分为实值函数和复值函数。

信号可以由一个或多个信号源产生。前者是一个标量信号，而后者一般是一个矢量信号或称作多路信号。

一维信号 (1 - D) 是拥有一个自变量的函数，二维信号 (2 - D) 是拥有两个自变量的函数，多维信号 (M - D) 是拥有一个以上自变量的函数。例如，语音信号是典型的以时间为自变量的一维信号；一幅照片是以二维空间为自变量的二维信号。黑白视频信号的每一帧是一个二维图像信号，它是二维离散空间变量的函数；又因为它的每一帧都以固定（离散）的时间间隔顺序出现，因此，黑白视频信号可以认为是一个三维信号的例子（三个自变量分别是两个空间变量加一个时间变量）。彩色视频信号是由三个分别代表三基色（红、绿、蓝，RGB）的三维信号组成的。为了方便传输，RGB 电视信号通常被转换成一种由亮度分量和两个色度信号分量组成的三通道信号。

当信号的自变量取确定值时，信号的取值就被称作幅值。信号的幅值随自变量的变化而变化，这种变化的图形描述称作信号的波形。

对于一维信号，自变量通常被标定为时间。如果自变量是连续的，信号就称为连续时间信号。如果自变量是离散的，信号则被称为离散时间信号。连续时间信号在时间坐标的每一点上都有定义，而离散时间信号则在时间坐标的离散点上才有定义，因此，它是一个时间序列。

具有连续幅值的连续时间信号一般被称作模拟信号，它在现实世界中随处可见。语音信号是典型的模拟信号。有限数字描述的具有离散幅值的离散时间信号被称为数字信号，比如 MP3 格式的数字音频信号。另外，时间上离散、幅值上连续的信号被称作抽样信号。数字信号是被量化的抽样信号。最后，具有离散幅值的连续时间信号可以被看成是量化的矩形信号。

在数学表示上可以清楚地看到信号的函数相关性。对于一维连续时间信号，其自变量通常用时间 t 表示；对一维离散时间信号，其自变量一般用时间的离散值 n 表示。这样， $u(t)$ 代表一维连续时间信号，而 $\{v(n)\}$ 表示一维离散时间信号序列， $\{v(n)\}$ 中的每一个

元 $v(n)$ 是离散时间信号的一个样本。在许多应用中，离散时间信号是由连续时间信号在归一化时间区间上抽样产生的。如果离散时间信号的时间间隔是均匀分布的，那么离散时间自变量 n 可以被归一化为整数值。

在二维连续时间信号中，自变量一般是空间坐标，可用 x 和 y 表示。例如，一幅黑白图像的亮度可以用 $u(x, y)$ 表示，而一幅数字化图像则是二维离散时间信号，它的两个自变量是离散的空间坐标变量 m 和 n ，因此，数字图像可以用 $v(m, n)$ 表示。同样，黑白视频信号是三维信号，可用 $u(x, y, t)$ 表示，这里 x 、 y 分别代表两个空间坐标变量，而 t 代表时间变量。彩色视频信号是由代表红、绿、蓝三基色的三个信号分量组成的信号向量

$$\mathbf{u}(x, y, t) = \begin{bmatrix} r(x, y, t) \\ g(x, y, t) \\ b(x, y, t) \end{bmatrix}$$

信号还可以根据其统计特性来分类。其中可以用数学表达式、规则或者表查寻来完全描述的信号被称为确定性信号；而那些随机产生的，或者不可预测的信号则被称为随机信号。本书中主要讨论确定性离散时间信号。然而，由于实际离散时间系统使用有限字长来存储信号以及实现信号处理算法，研究有限字长对于离散时间系统的影响就变得尤为重要。现已发现，把一些相关信号表示为随机信号并用统计学方法进行分析有其方便之处。

1.3 典型信号运算

在实际应用中，需要对各种信号进行形式多样的处理和操作。对于模拟信号，大部分信号处理的运算都在时域中进行；但离散时间信号的运算却可以在时域，亦可以在频域中进行。信号的运算往往可以通过一些基本运算关系的组合实时实现，若有需要，也可以非实时即离线实现。

1.3.1 基本时域操作

三种最基本的时域信号运算是比例（或加权）、时延和叠加运算。

1) 比例运算是用一个正或负的常数乘以信号。对于模拟信号，如果这个常数的模大于 1，则这种运算称之为放大；反之称之为衰减。如果 $x(t)$ 是一个模拟信号，比例运算将产生一个新的信号 $y(t) = \alpha \cdot x(t)$ ，其中 α 是常数。

2) 时延运算是原信号经过延时环节后产生的新信号。假如一个模拟信号 $x(t)$ 延时 t_0 ，则产生一个新的信号 $y(t) = x(t - t_0)$ 。如果 $t_0 > 0$ ，定义为前向（或右移）运算；如果 $t_0 < 0$ ，则为后向（或左移）运算。

3) 叠加运算是两个或两个以上信号的线性组合运算，如

$$y(t) = x_1(t) + x_2(t) - x_3(t)$$

的运算。

1.3.2 滤波

滤波是一种广泛应用于复杂信号处理的过程或运算。滤波通常是指信号经过一个系统时允许某些频率成分无失真通过，同时滤除信号的其他频率成分的过程或操作。信号无失真通过的频段定义为信号的通带，信号被滤除的频带定义为信号的阻带。通常，应用于模拟信号的滤波器是线性的，且可以用卷积积分描述

$$y(t) = h(t) * x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t - \tau)x(\tau)d\tau \quad (1-1)$$

式中, $x(t)$ 是滤波器的输入信号; $h(t)$ 是滤波器的单位冲激响应; $y(t)$ 则是滤波器的输出信号。

低通滤波器允许所有低于某一特定频率 f_c 的低频信号通过, 同时滤除高于频率 f_c 的所有信号, 频率 f_c 被称为截止频率。高通滤波器与低通滤波器的作用相反, 它允许所有高于某一特定频率 f_c 的(高频)信号通过, 并且滤除低于这一频率的所有信号。带通滤波器允许频率成分在两个截止频率 f_{c1} 和 f_{c2} ($f_{c1} < f_{c2}$) 之间的信号通过, 并且滤除这个频段之外的所有信号。带阻滤波器则滤除两个截止频率 f_{c1} 和 f_{c2} ($f_{c1} < f_{c2}$) 之间的频率成分, 并允许这个频段之外的所有信号通过。

图 1-1 给出了由 5Hz、15Hz 和 30Hz 正弦信号组合的信号, 右图从上到下依次给出该组合信号通过上述四种滤波器滤波的结果。其中低通滤波器的截止频率为 40rad/s, 高通滤波器的截止频率为 140rad/s, 带通滤波器和带阻滤波器上下截止频率均为 40rad/s 和 140rad/s。

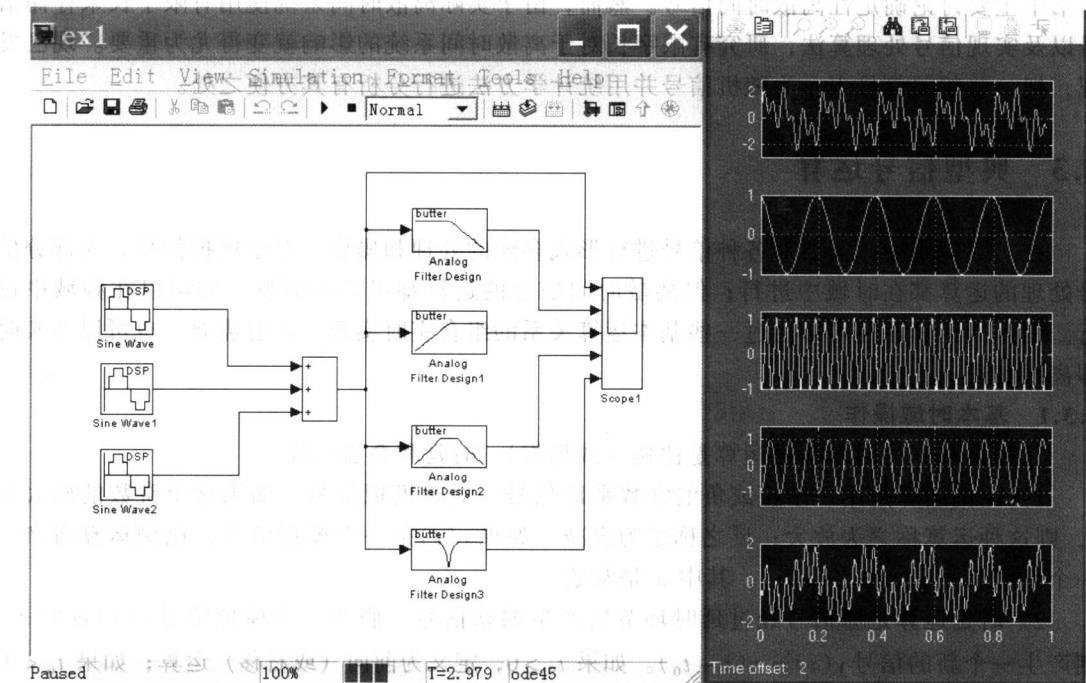


图 1-1 混合信号及其滤波

对某个特殊频率成分进行滤除的带阻滤波器称为陷波滤波器。而多频带滤波器有多个通带和多个阻带。梳状滤波器则滤除一个低频信号的整数倍频率。

信号可能会受到有意或无意的不期望信号的影响。这种不期望的信号常被称为干扰或噪声信号。在很多应用中, 期望信号往往占据了从直流到某一频率为 f_L 的低频带部分, 而这个信号可能被一个频率为 f_H ($f_H > f_L$) 的高频噪声所干扰。这时, 若使被噪声污染的信号通过一个截止频率为 f_c ($f_L < f_c < f_H$) 的低通滤波器, 则可以恢复为原来的信号。通常, 公共的噪声源是电源线辐射的电磁波。由电源线产生的噪声表现为频率 50Hz 或者 60Hz 的正弦波

信号，被这种噪声干扰的信号可以使其通过陷波频率为 50Hz 或 60Hz 的陷波滤波器来滤除噪声。

1.3.3 复信号的产生

如前所述，信号可分为实信号和复信号。所有物理产生的信号都是实信号。但在某些应用中，需要将实信号转换成复信号，以便获取信号更为详尽的信息。由于因果性的限制，可对实信号 $x(t)$ 求其 Hilbert 变换，也就是使 $x(t)$ 通过一个传输函数为 $H_{HT}(j\omega)$ 的系统来求得这个信号的 Hilbert 变换。其中 $H_{HT}(j\omega)$ 为

$$H_{HT}(j\omega) = -j \operatorname{sgn}(j\omega) = \begin{cases} -j, & \omega > 0 \\ j, & \omega < 0 \end{cases} \quad (1-2)$$

它的冲激响应为

$$h_{HT}(t) = \frac{1}{\pi t} \quad (1-3)$$

$x(t)$ 的连续 Fourier 变换为

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad (1-4)$$

式中， $X(j\omega)$ 也称为信号 $x(t)$ 的频谱。实信号的幅度频谱为偶对称，而相位频谱为奇对称。因此，实信号 $x(t)$ 的频谱 $X(j\omega)$ 既包含正频率，又包含负频率，可以表示为

$$X(j\omega) = X_p(j\omega) + X_n(j\omega) \quad (1-5)$$

式中， $X_p(j\omega)$ 是 $X(j\omega)$ 中包含正频率范围的部分，而 $X_n(j\omega)$ 是 $X(j\omega)$ 中包含负频率范围的部分。如果信号 $x(t)$ 经过 Hilbert 变换，则其输出 $\hat{x}(t)$ 可由 $x(t)$ 和 $h_{HT}(t)$ 的线性卷积描述，即

$$\hat{x}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_{HT}(t-\tau) x(\tau) d\tau \quad (1-6)$$

$\hat{x}(t)$ 的频谱 $\hat{X}(j\omega)$ 则由 $x(t)$ 和 $h_{HT}(t)$ 的连续 Fourier 变换的乘积给出，即

$$\hat{X}(j\omega) = H_{HT}(j\omega) X(j\omega) = -j X_p(j\omega) + j X_n(j\omega) \quad (1-7)$$

由于 $\hat{X}(j\omega)$ 的幅度和相位分别是偶函数和奇函数，则由上式知， $\hat{x}(t)$ 也是实信号。

实信号 $x(t)$ 的解析信号 $x_a(t)$ 定义为

$$x_a(t) = x(t) + j\hat{x}(t) \quad (1-8)$$

解析信号 $x_a(t)$ 的实部 $x(t)$ 和虚部 $\hat{x}(t)$ 互为 Hilbert 变换。例如，实信号 $x(t) = \cos \omega t$ 的解析信号为

$$x_a(t) = x(t) + j\hat{x}(t) = \cos \omega t + j \sin \omega t = e^{j\omega t}$$

通过对解析信号 $x_a(t) = x(t) + j\hat{x}(t)$ 取 Fourier 变换，利用式 (1-4) 和式 (1-7)，可以得到

$$\begin{aligned} X_a(j\omega) &= X(j\omega) + j[-\operatorname{sgn}(j\omega)] X(j\omega) \\ &= X(j\omega)[1 + \operatorname{sgn}(j\omega)] = \begin{cases} 2X(j\omega), & \omega > 0 \\ 0, & \omega < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (1-9)$$

显然，解析信号只有正频率分量。

1.3.4 调制和解调

在长距离信号的传输中，采用的传输媒介通常是电缆、光缆（有线）或者大气（无线）。

每种传输媒介针对不同频率的信号都存在一个能够有效传输信号的带宽。因此，为了通过信道传输低频信号，首先必须利用调制技术把低频信号变换成高频信号。在信号的接收端，再对这种已调高频信号进行解调，经进一步处理后，就可以得到我们需要的低频信号。实际应用中一般采用四种模拟信号调制方法：幅度调制、频率调制、相位调制和脉冲幅度调制。其中，幅度调制概念上比较简单，将作为重点介绍。

在幅度调制模式中，高频正弦信号 $A \cos(\omega_0 t)$ （称为载波信号）的幅度随低频带限信号 $x(t)$ （称为调制信号）的变化而变化，由此产生的高频信号（称为已调信号）为

$$y(t) = Ax(t)\cos(\omega_0 t) \quad (1-10)$$

因此，幅度调制可以用调制信号和载波信号的乘积来实现。为了说明幅度调制的频率变换特性，令带限（或调制）信号 $x(t) = \cos(\omega_1 t)$ ，其中 $\omega_1 \ll \omega_0$ 。从式 (1-10)，可以得到

$$\begin{aligned} y(t) &= A \cos\omega_1 t \cos\omega_0 t \\ &= \frac{A}{2} \cos(\omega_0 + \omega_1)t + \frac{A}{2} \cos(\omega_0 - \omega_1)t \end{aligned} \quad (1-11)$$

可以看出已调信号 $y(t)$ 是由两个频率分别为 $\omega_0 + \omega_1$ 和 $\omega_0 - \omega_1$ 的正弦波信号组成。由于 $\omega_1 \ll \omega_0$ ，所以这两个频率更接近载频 ω_0 。

信号 $y(t)$ 的频谱具有重要意义。从它的连续时间 Fourier 变换性质考虑，可以得到

$$Y(j\omega) = \frac{A}{2} X[j(\omega - \omega_0)] + \frac{A}{2} X[j(\omega + \omega_0)] \quad (1-12)$$

式中， $X(j\omega)$ 是调制信号 $x(t)$ 的频谱。图 1-2 (ch_01/dsb.mdl) 给出了幅度调制的框图以及调制信号、载波信号和已调信号的波形。

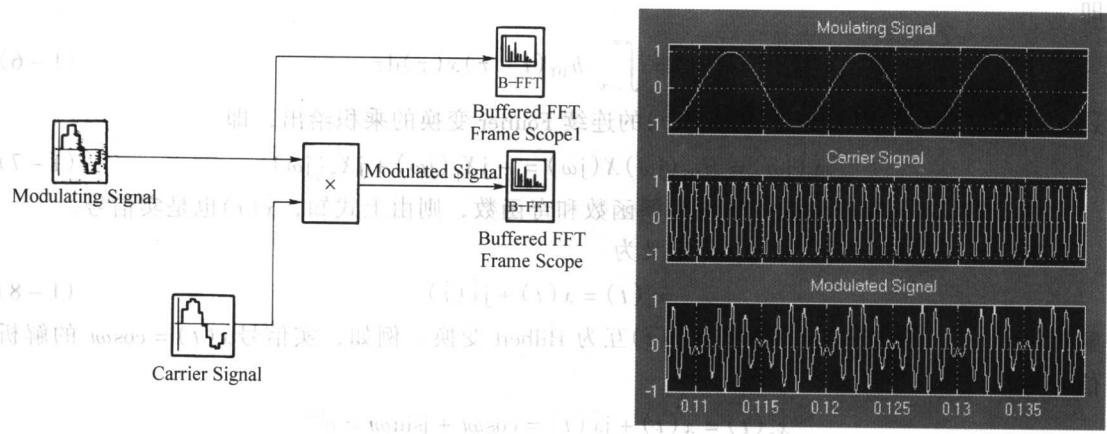


图 1-2 幅度调制框图以及调制信号、载波信号和已调信号的波形

a) 幅度调制框图 b) 信号波形

图 1-3 给出了当 $\omega_0 \gg \omega_m$ 时，调制信号和已调信号的频谱。从中可以看出，已调信号 $y(t)$ 是一个以 ω_0 为中心频率，带宽为 $2\omega_m$ 的带限高频信号。

已调幅信号在 ω_0 和 $\omega_0 + \omega_m$ 的部分被称为上边带，在 ω_0 和 $\omega_0 - \omega_m$ 的部分被称为下边带。由于在已调信号中产生了两个边带并且没有了载波成分，所以这种调制被称为双边带抑制载波调制 (DSB-SC)。

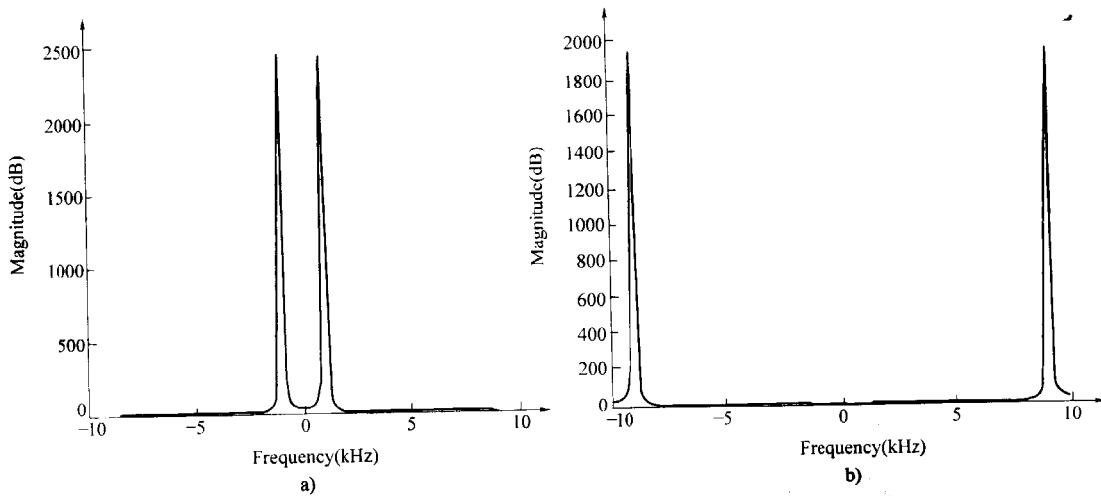


图 1-3 $\omega_0 \gg \omega_m$ 时调制信号和已调信号的频谱

a) 调制信号频谱 b) 已调信号频谱

假设 $\omega_0 > \omega_m$, 对信号 $y(t)$ 的解调可以分两步实现: 首先, 用 $y(t)$ 和一个与载波信号同频率的正弦波信号进行相乘, 即

$$r(t) = y(t) \cos \omega_0 t = A x(t) \cos^2 \omega_0 t \quad (1-13)$$

上式可重写成

$$r(t) = y(t) \cos \omega_0 t = \frac{A}{2} x(t) + \frac{A}{2} x(t) \cos(2\omega_0 t) \quad (1-14)$$

上式表明, 该乘积信号是由原调制信号乘以 1/2 比例因子之后再和一个载频为 $2\omega_0$ 的已调信号组合而成。

其次, 使 $r(t)$ 通过一个截止频率为 ω_c 且满足 $\omega_m < \omega_c < 2\omega_0 - \omega_m$ 的低通滤波器来重构原调制信号。滤波器的输出就是乘了一个比例因子的调制信号。

调制、解调过程的框图 (ch_01/mo_de.mdl) 如图 1-4 所示。上述解调过程的一个重要假设是接收端可以产生一个与载波信号相同的正弦波信号。显然, 难以保证在整个工作期间被解调正弦波信号的频率严格等于载波信号的频率。为了解决这个问题, 在传送已调幅射频信号的过程中, 若考虑修改调制过程以便被传输信号中能够包含载波信号, 则通过重新定义幅度调制, 就可以得到这样的信号

$$y(t) = A[1 + mx(t)] \cos(\omega_0 t) \quad (1-15)$$

式中, m 是调制系数。 m 的选择需保证对所有 t , 满足 $[1 + mx(t)] > 0$ 。图 1-5 给出 $m = 1$ 时由频率 200Hz 的调制正弦波信号和频率为 5000Hz 的载波信号生成的已调制信号、已解调信号以及重构信号的波形。注意, 已调载波信号的包络与调制信号的波形基本上相同。可以看出, 这种调制信号总是包含载波, 故称其为双边带调制。在接收端, 载波信号首先被分离, 然后再解调。

图中已调信号的频谱如图 1-6 所示。

1.3.5 多路复用和信号分离

为了更有效地利用信道带宽, 多路窄带低频信号经组合形成所谓的复合宽带信号作为单

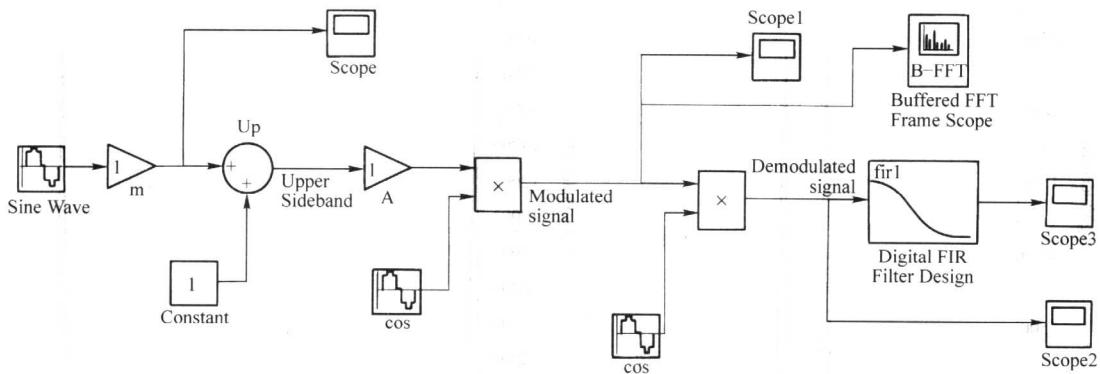


图 1-4 调制、解调过程框图

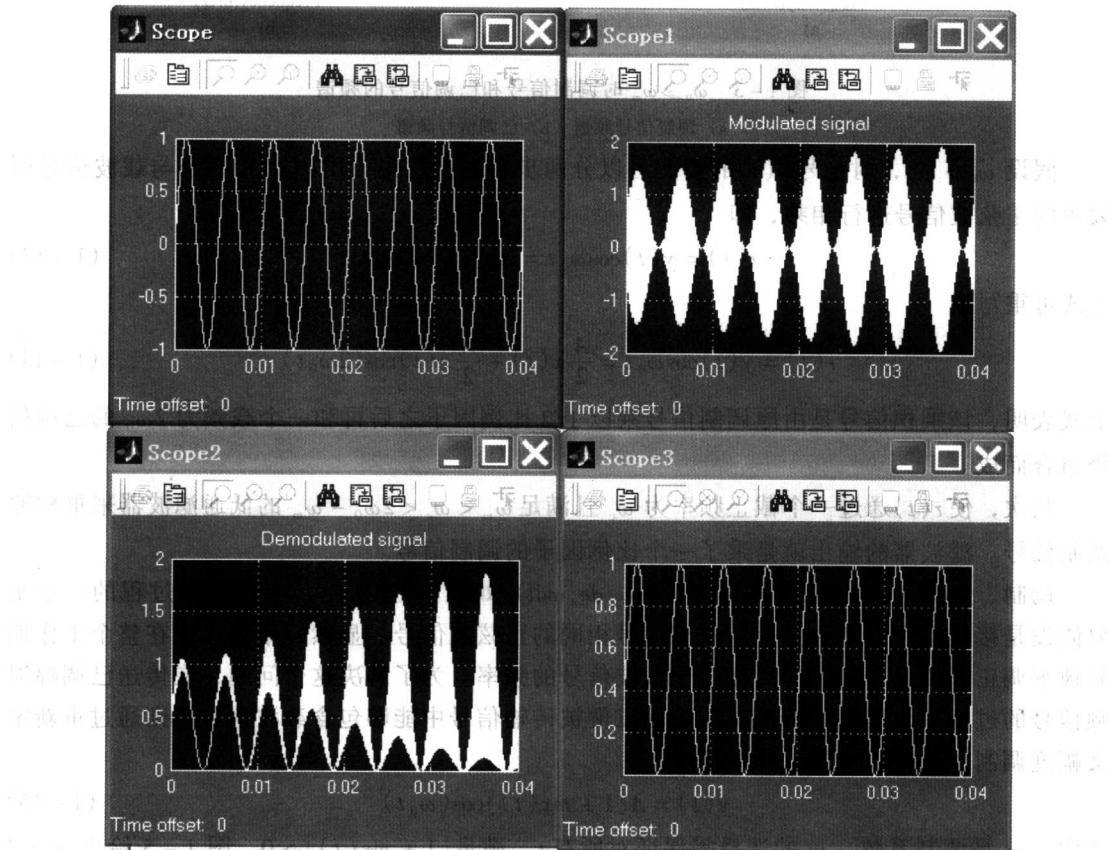


图 1-5 调制、已调、解调和重构信号波形

一信号传输。这种信号的复合过程被称为多路复用（技术），它需保证在接收端能够恢复原始窄带低频信号。这种恢复过程被称为解复用或信号分离。

在电话系统中，一种可将不同语音信号复用的技术被称为频分多路（FDM）。其中，每一个带宽限制在 $2\omega_m$ 的低频语音信号用式（1-10）描述的幅度调制模式变频到一个更高的频段。相邻已调幅信号的载波频率间隔为 ω_0 ，且满足 $\omega_0 > 2\omega_m$ ，这样就可保证当这些已调信号相加形成一个基带复用信号后，各自的频谱不会出现交叠。然后将这个基带信号调制到

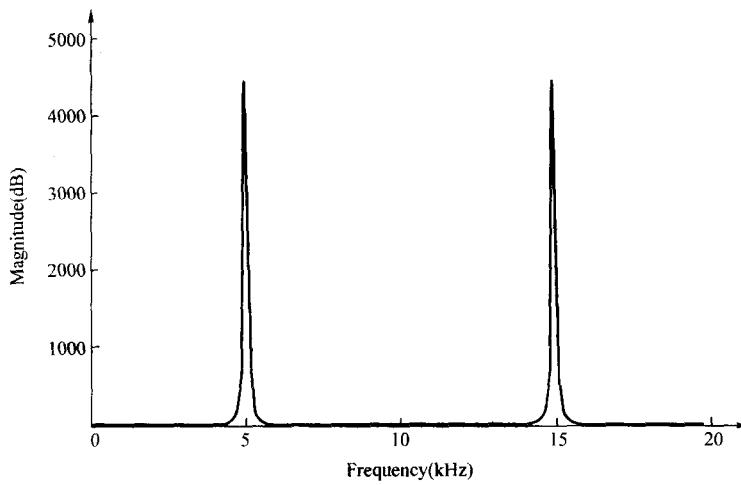
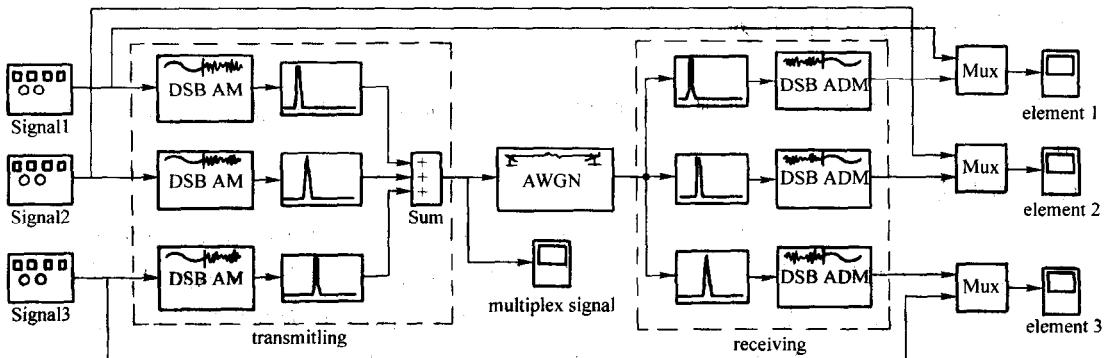


图 1-6 已调信号的频谱

主载波上形成 FDM 信号传输。

在接收端，首先通过解调从 FDM 信号中分离出复合基带信号。然后使这个复合基带信号通过带通滤波器组，分离出每个独立的已变频信号。每个带通滤波器的中心频率与相应的载波频率相同，带宽略大于 $2\omega_m$ 。最后解调带通滤波器的输出，从而恢复出原语音信号。图 1-7 的三路频分复用仿真模型（ch_01/fdma-demo.mdl）展示了这一过程。

从图 1-3 可以看出，普通幅度调制的已调信号的带宽为 $2\omega_m$ ，而调制信号的带宽为 ω_m 。为了增加信道容量，通常采用同时传播上、下边带已调信号的幅度调制方法。这种方法称之为单边带（SSB）调制，以别于双边带（DSB）调制模式。



```
F0=50;F2=80;F4=110;ts=.002;[num0,den0]=butter(2,F0/2*ts);[num4,den4]=butter(2,F4/2*ts);[num2,den2]=butter(2,F2/2*ts);
```

图 1-7 三路频分复用（FDMA）仿真模型

1.3.6 正交幅度调制（QAM）

通过前面的讨论可知，双边带调制的频谱利用率是单边带频谱利用率的一半。正交幅度调制（QAM）利用双边带调制方法调制两个不同的信号，使它们占据同样的带宽，因此 QAM 占据的带宽和单边带调制占据的带宽一样。为了理解 QAM，首先讨论一些基本概念，设 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 是两个带宽同为 ω_m 的带限低频信号，它们分别被两个载波信号 $A \cos \omega_0 t$ 和 $A \sin \omega_0 t$ 调制，然后相加得到一个复合信号

$$y(t) = Ax_1(t)\cos(\omega_0 t) + Ax_2\sin(\omega_0 t) \quad (1-16)$$

注意，两个载波信号的频率同为 ω_0 ，但存在一个 90° 的相位差。通常称载波信号 $A\cos(\omega_0 t)$ 为同相分量，称载波信号 $A\sin(\omega_0 t)$ 为正交分量。复合信号 $y(t)$ 的频谱为

$$\begin{aligned} Y(j\omega) &= \frac{A}{2} \{ X_1[j(\omega - \omega_0)] + X_1[j(\omega + \omega_0)] \} + \\ &\quad \frac{A}{2j} \{ X_2[j(\omega - \omega_0)] - X_2[j(\omega + \omega_0)] \} \end{aligned} \quad (1-17)$$

可以看出，上式占据的带宽和 DSB 相同。

为了恢复原调制信号，可以分别用载波的同相和正交分量乘以复合信号，从而得到两个信号

$$\begin{aligned} r_1(t) &= y(t)\cos(\omega_0 t) \\ r_2(t) &= y(t)\sin(\omega_0 t) \end{aligned} \quad (1-18)$$

将式 (1-16) 代入式 (1-18)，得到

$$\begin{aligned} r_1(t) &= \frac{A}{2}x_1(t) + \frac{A}{2}x_1(t)\cos 2\omega_0 t + \frac{A}{2}x_2(t)\sin 2\omega_0 t \\ r_2(t) &= \frac{A}{2}x_2(t) + \frac{A}{2}x_1(t)\sin 2\omega_0 t - \frac{A}{2}x_2(t)\cos 2\omega_0 t \end{aligned} \quad (1-19)$$

若使信号 $r_1(t)$ 和 $r_2(t)$ 通过截止频率为 ω_m 的低通滤波器，就可得到两个调制信号。

和抑制载波双边带 (DSB) 调制一样，正交幅度调制 (QAM) 也需要在接受端有一个与发送端完全一致的载波信号用于解调。因此这种方法一般并不用于模拟信号的直接传输，而是在数据传输及离散时间序列的传输方面得到应用。

1.4 典型信号处理实例

为了更好地理解数字信号处理及其面临的任务，下面给出一些典型信号以及它们的典型应用。

1.4.1 远程通信

远程通信的任务就是把多种信息，如音频、视频信号，计算机文件格式和其他类型的数据信息从一个地方传输到另一个地方。为了传输信息，通常需要一个在两地间建立联系的信道。信道可以是电话线、光纤、互联网络或大气等。长途通信公司为客户提供这些信息的传输业务，但他们必须建立和维护这一传输信道。其中的利益规则既简单又明确，在单一信道上能够传输的信息越多，就越有效益。DSP 使得远程通信在很多方面发生了革命性的变化，如信号铃音的生成和检测，频带搬移，滤除电源线的交流干扰等等。下面讨论三个典型的例子，它们是多路技术、压缩和回声抑制。

1. 多路技术

全世界大约有 10 多亿部电话。当一个用户按下几个数字键后，电话交换网络允许这一部电话与世界上任何一部别的电话在几秒钟内建立连接。这种连接的复杂程度是难以想象的。直到 20 世纪 60 年代，任意两部电话之间的连接依然需要通过继电式交换机转换和传输模拟语音信号，一次连接就需要一对电话线。DSP 技术使这种情况发生了根本的变革，它将