

数学教育丛书

SX

数学考试论

贺贤孝 杨树林 著



★广西教育出版社

数学教育丛书

主编 马忠林

数学考试论

贺贤孝 杨树林 著

广西教育出版社

数 学 考 试 论

贺贤孝
杨树林 著

☆

广西教育出版社出版

南宁市鲤湾路8号

邮政编码: 530022 电话: 5851225 5850219

广西新华书店发行 广西民族语文印刷厂印刷

※

开本 850×1168 1/32 9.5印张 插页4 225千字

1994年5月第1版 1994年5月第1次印刷

ISBN 7-5435-2002-8/G·1543 定价: 6.55元

(桂)新登字05号

总 序

马 忠 林

《数学教育丛书》的出版，标志着我国数学教育研究进入了一个新时期。

中国是数学发祥地之一。远在公元6世纪我国古算家已完成了《算经十书》这样的伟大著作，成为长达近二千年流传着的算学教材，作为我国数学教育（初期）媒介，起着巨大作用，直至清末算学教育也仍以此为鉴。我国早期的数学教育，实际上是来自田园、作坊、家庭，其教学形式不外是父教子、师带徒的个别传授。后来才进而发展为私塾、家馆及学社式的教学，这可称之为数学教育的萌芽时期。这一时期的数学教育，严格地说，只是一种教学行为。因为它并没有明确的教育制度、教学目的，甚至缺乏必要的教学手段等。

18世纪欧洲工业革命以后，西方传教士东来中国，设立教会学校，西算开始输入中国。至本世纪初，我国改学堂为学校，数学也被列入教学课程，开始使用翻译的西书及国人编纂的数学教科书，开始讲究教学方法，教学组织形式也已由个别教育改为班级制的集体教育，这就更有利于大量地培养懂科学和数学的人才。数学教育的这种进步，是可喜的。但仍有其很大局限性，因为人们还不甚了解数学教育的重要性，教学基本上是注入式的，在这种教育制度下只能培养出死记硬背知识的“书生”。这时期，除教科书外，很少有可供教师和学生阅读、参考的读物。此可谓近代数学教育的特点。

本世纪初期，由于社会、经济、科学技术的不断发展和进步，传统的数学教育已不适应客观的需要，教育改革已提到日程上来了。首先，在本世纪初英国皇家理科大学教授培利(J.Perry)在他的以“数学教育”为题的讲演中，提倡数学的实用性，批判了英国保守的传统教育。继之，德国的克莱茵(F.Klein)、法国的波莱尔(Borel)、美国的穆尔(Moore)等相继响应培利的革新数学教育的倡议，并提出种种改良数学教育方案。后来人们把这次向传统数学教育挑战的改革称为培利—克莱茵运动。此可谓数学教育的先声。

更大的数学教育改革运动，是本世纪60年代的数学教育现代化运动(新数学运动)。其涉及面之广，改革程度之深，是前所未有的。一举突破了传统数学教育的旧框框，企图编写理想的、新的教材，实行新的教学组织形式。改革虽不能说完美成功，但一改过去长期沉寂的数学教育，进行新的尝试与实践，还是难能可贵的。

到本世纪60年代，数学教育的重要性已引起世人的瞩目。1969年国际数学教育委员会(ICMI，成立于1908年)恢复了组织，并于同年在里昂(法)召开了战后第一次国际数学教育会议(ICMEI)。并相继在艾克西特(英)、卡尔斯洛赫(西德)、伯克利(美)、阿德里德(澳)、布达佩斯(匈)召开了会议，广泛开展国际交流，研讨数学教育的改革。会议中心议题，通常为“如何适应变革着的社会的数学教育”。正如现任国际数学教育会议主席法国南巴黎大学教授卡汉(Kahane)所说：“世界不啻是一个数学教育实验室，ICME实为一个交流经验基地”。国际数学教育界多年来的交流，成果累累。

建国以来，我国国民经济迅速发展，与此相应，党和政府一贯重视科学、重视教育，数学教育进行了多次改革，中学数学教学大纲已作了六次修订，编写了多种教材，研讨教学方法，改革

教育制度，教学质量不断提高。

近10年来，我国数学界还开展了频繁的国际数学交流，不但了解了外国的数学教育改革的情况，而且结合我国实际取其长、弃其短，对数学教育进行了大力改革。

数学教育界同仁近10年来，在党的领导下，做出了巨大努力，进行了有效的工作，在教育制度、教材、教学方法各方面进行多种实验，有些取得了可喜成果。当前数学教育改革的研究，已深入到理论研究领域。各级研究会及学报、杂志发表了大量很好的研究文章，出版了多种专著，数学教育已初步形成系统化、科学化，能指导数学教学实际的一门科学——数学教育学。从事这门科学的研究队伍规模之大和研究成果之丰，在我国数学教育史上是前所未有的。所以说，我国数学教育研究，进入了一个新时期。

在系统研究我国数学教育的历史和现状之后，我们深感前人在数学教育方面留下来的资料，远远不能适应数学教育与研究之所需。有鉴于此，我们就非常需要加强学科理论基础建设工程。因此，把我国现阶段的一些研究成果分专论汇集起来，作为数学教育丛书出版，把它作为文化财富奉献给吾侪同仁，留给后人，的确是一件有意义的事。勿庸讳言，这套丛书的出版，在我国还是初创。其内容可能不够成熟，但我们希望它在现阶段，能供读者有所参考，得到读者的培植，使它在读者关怀下发挥些微作用。如果读者在阅读中，还能有些收获，则更是作者、编者、出版者深感荣幸和欣慰的。

广西教育出版社，从事业职责出发，付出巨大努力出版这套丛书，这是值得称赞的。

多年来渴望此类教育丛书出版，兹当它得以面世之际，赘数言以为序。

前 言

自古至今，考试一直是检查教育和教学效果的主要方式，也是鉴定和选拔人才的重要手段。作为一门科学，考试理论在实践中此起彼伏地发展着，特别是近百年来，这是一个成就累累然而又是问题成堆的领域。

1978年邓小平同志在全国教育工作会议上指出：“考试是检查学习情况和教学效果的一种重要方法，如同检验产品质量是保证工厂生产水平的必要制度一样。当然也不能迷信考试，把它当作检查学习效果的唯一方法，并且要认真研究、试验，改进考试的内容和形式，使它的作用完善起来。”

本书通过对我国数学考试的研究，认真剖析现行数学考试的利与弊，以现代教育测量学理论为依据，结合数学考试实践，探讨符合我国国情的、具有数学学科特点的数学考试理论。对这一既古老又新兴的科学，意在草创，抛砖引玉。

对于考试，广大中学数学教师极为关注的是试卷的设计与命题。为此，本书在考查了数学考试的历史与现状，总结了广大数学教育工作者的各种经验的基础上，对数学命题的理论与实践、主观性试题与客观性试题的使用与评价以及数学教学中的考试、中考、会考、高考等都做了较为广泛深入的总结与探索，并通过我们精心收集的大量的有代表性的数据、图表和典型实例加以阐述，尽量做到理论与实际相结合。为了能引起教育同行的共同研究，本书还提出了一些至今尚未解决的数学考试的理论问题。

全书共九章，其中第一、五、六、九章以及第二章2·3节、第七章7·3节第一部分由杨树林撰写，第二（除2·3节）、三、四、七

(除7·3节第一部分外)、八章由贺贤孝撰写。

在本书的撰写过程中,收到了马忠林教授的书面指导意见,得到了赵汝明编辑的关心与支持,他对本书进行了精心的修改和编辑加工。辽宁师大数学教育研究生吴培群提供了有关的日本资料并阅读了部分章节,提出了一些宝贵意见。在此一并表示感谢。此外,撰写本书时,还参阅了大量书籍与文章并引用了其中的一些资料,对我们的写作帮助极大,在此也向有关的作者表示衷心的感谢。

数学考试理论正在发展中,旧的问题尚未充分解决,新的问题又层出不穷。但我们的理论与实践水平不高,必然使本书带有很大的局限性和不足,错误也在所难免,望教育界同行不吝赐教。

作者

1993年3月

目 录

第一章 数学考试的历史与现状	(1)
1.1 我国数学考试的历史发展.....	(1)
一、古代的数学考试	(1)
二、近现代的数学考试	(5)
三、现行数学考试的改革	(9)
1.2 国外数学考试 的现状.....	(11)
一、美国的数学考试	(11)
二、英国的数学考试	(13)
三、日本的数学考试	(16)
四、前苏联的数学考试.....	(18)
1.3 世界数学考试改革的趋势.....	(20)
一、成绩考试向评价靠近	(20)
二、兼顾主观性试题和客观性试题	(21)
三、逐步实现考试的标准化	(21)
四、大学招生入学考试成绩和平时学业成绩	(22)

第二章 数学考试的测量特点、质量标准与功能	(23)
2.1 数学水平的可测性.....	(23)
一、中学数学教学目的剖析.....	(23)
二、数学水平的可测性	(26)
2.2 数学考试及其质量标准：效度与信度.....	(29)
一、测量、教育测量与数学考试	(29)
二、效度与信度	(31)

2.3 数学考试的功能	(40)
一、数学考试的教育功能	(41)
二、数学考试的管理功能	(44)
三、数学考试的预测功能	(45)

第三章 数学试卷的编制、分数的使用与试卷评析

3.1 数学试卷的编制	(47)
一、明确考试意图	(47)
二、制定考试计划	(48)
三、编拟试题	(54)
四、试卷的合成	(54)
3.2 分数的使用	(54)
一、分数的意义	(54)
二、试卷的抽样、分数的整理、统计量与分布形态	(56)
三、评分系统	(72)
四、对分数作用的评价	(82)
3.3 试卷评析	(86)
一、非选择题分析	(87)
二、选择题分析	(88)
3.4 区分度与难度、信度的关系	(91)
一、区分度与难度的关系	(91)
二、区分度与信度的关系	(92)

第四章 数学考试题型研究、试题编拟及试卷合成

4.1 主观性试题	(93)
一、数学题答案、解答过程与数学水平的差异	(94)
二、语言表达能力与数学能力的关系	(95)
三、主观题对学习态度与方式的影响	(95)
四、评分误差问题	(96)

五、试题的覆盖面与取样问题	(100)
4.2 主观性试题编拟的基本准则	(101)
一、编拟的基本准则	(101)
二、违背科学性准则的原因评析及其纠正与防止	(104)
4.3 试题编拟方法	(112)
一、对现实原型的数学化	(112)
二、逻辑加工	(114)
4.4 主观性试题的客观化	(128)
一、大题分解	(128)
二、解答过程与作答方式的限制	(129)
三、合理评分标准的制定	(129)
4.5 主观性试题的改革	(130)
一、构造反例的数学试题及其编拟	(132)
二、结论未确定的数学试题	(134)
三、开放型问题	(136)
4.6 客观性试题	(139)
一、客观性试题的产生	(139)
二、客观性数学试题的主要形式	(139)
4.7 填空题	(144)
一、填空题命题准则	(144)
二、填空题的编拟	(146)
4.8 选择题	(150)
一、题干的编写	(150)
二、选项的编写	(152)
4.9 选择题解法对选择题考试效度的影响	(161)
一、特例法	(161)
二、特例法作答选择题的机理分析	(163)
4.10 猜测心理对选择题考试效度与信度的影响	

及其矫正	(165)
一、猜答的产生及其对考试的影响	(165)
二、猜答实测的统计结果	(166)
三、应付猜答的对策	(169)
4.11 对客观性试题的评价	(173)
一、客观性试题的利弊分析	(173)
二、选择题与填空题的比较分析	(180)
4.12 试卷的合成	(181)
一、题量(试卷长度)的确定	(182)
二、主观题与客观题的比例	(182)
三、选择题、填空题与解答题的题型选择	(183)
四、试卷的难度分布	(183)
五、难度的预估	(186)
六、试卷分数的分配	(187)
4.13 试题库的建立	(187)
一、试题库及其作用	(187)
二、试题库的建立与使用	(188)

第五章 数学教育中的平时考试

5.1 数学前提性考试	(191)
一、准备考试	(192)
二、超前考试	(193)
5.2 数学形成性考试	(194)
一、形成性考试试卷的编制	(195)
二、形成性考试的实施	(197)
5.3 数学总结性考试	(200)
一、总结性考试试卷的编制	(201)
二、总结性考试的实施	(204)

5.4 有关平时考试的其它问题.....	(205)
一、采取“口试”方法的问题.....	(205)
二、如何评分的问题.....	(205)
三、关于数学成绩评定.....	(206)

第六章 我国中考数学命题研究..... (207)

6.1 中考与初中义务制数学教育.....	(207)
一、中考的性质.....	(207)
二、中考对初中义务制数学教育的影响与作用.....	(208)
6.2 近几年中考数学命题的特点.....	(209)
一、重达标、兼选拔,形成两种试卷模式.....	(209)
二、依靠靠本,注重双基.....	(210)
三、命题结构趋于稳定.....	(211)
四、知识覆盖面增大.....	(212)
五、试题具有“小”、“新”、“活”的特点.....	(213)
六、传统试题命题有一定规律.....	(214)
6.3 中考数学命题的指导思想和原则.....	(217)
一、指导思想.....	(217)
二、中考数学命题原则.....	(217)

第七章 我国数学高考研究..... (220)

7.1 数学高考的性质、命题意图及试卷结构.....	(220)
一、我国数学高考的性质.....	(220)
二、命题组的命题意图分析.....	(223)
三、高考数学试卷的结构.....	(227)
7.2 数学高考的标准化问题.....	(231)
一、我国标准化考试的现状.....	(231)
二、标准化考试的含义.....	(233)

三、标准化考试的组织实施.....	(233)
7.3 高中毕业会考以及会考后数学高考的 展望.....	(236)
一、高中毕业会考.....	(236)
二、会考后高考考生的状况.....	(238)
三、会考后数学高考要求的变化	(238)
四、会考后数学高考的试卷结构	(240)

第八章 数学竞赛的历史、教育价值及其命题..... (241)

8.1 数学竞赛的历史概况.....	(241)
一、数学竞赛的首创及其在各国的普及.....	(241)
二、国际数学奥林匹克 (IMO) 的兴起与壮大	(244)
三、我国数学竞赛的概况	(246)
8.2 数学竞赛的教育价值.....	(247)
一、培养良好的学习数学的动机、意志和情感, 促进智力 发展	(248)
二、数学拔尖人才的发现与培养	(251)
三、改善了数学教育的社会环境	(252)
8.3 数学竞赛的命题.....	(252)
一、我国数学竞赛的目的与命题准则.....	(252)
二、数学竞赛的命题	(254)

第九章 数学考试的对策..... (259)

9.1 数学考试的心理对策.....	(259)
一、数学考试与考生心理	(259)
二、数学考试的心理指导策略.....	(262)
9.2 数学考试的应考指导策略.....	(265)
一、指导考生有效备考	(265)

二、教给考生临考策略	(268)
9.3 数学解题策略	(271)
一、分类策略	(272)
二、熟悉化策略	(275)
三、退中求进策略	(277)
四、变换求同策略	(279)
五、多向思考策略	(281)
六、中间桥梁策略	(282)
主要参考文献	(287)

第一章

数学考试的历史与现状

数学考试具有悠久的历史。它是数学教育发展的产物，反过来它又推动着数学教育的发展。当今，随着数学教育改革的深入，数学考试的改革也在不断深化。纵观数学考试的历史，横看数学考试的改革，对于探讨数学考试理论大有裨益。

1·1 我国数学考试的历史发展

一、古代的数学考试

我国是世界文明古国。

据有关资料表明：在我国，五六千年以前，人们已经具有了萌芽的数学知识。早期的数学知识的传递，是在生产和生活中进行的。数学知识是被做为经验或技艺来传授的。在传授的过程中，父对子或师对徒要不时进行了解和考查。这就是在个体教育中的数学考试的萌芽。

西周时期，数学有了很大的发展，数学教育开始形成。但学校数学考试还未出现。秦汉时期，数学教育开始从生产、生活中

分离出来，出现了数学专著。在汉代，太学里经师讲的课程中包括了《九章算术》和历数等数学内容；小学里也明确规定了数学科目^①。这一时期，教育与选材（官）的结合受到重视，比较受教育者之间的差异成为必要。在太学里开始进行抽签或问答性的考试。一方面用于选材，另一方面是督促、检查学生学习。但太学里的数学考试并没有从经学考试中分离出来。

追溯历史，独立的数学考试出现于隋唐时期。在隋唐时期，教育有了很大的发展，并表现出对科技的极大兴趣。数学也因此受到重视。隋炀帝大业二年（公元606年），始置进士科，这便是科举制度的开始。与科举制度相适应建立了各级各类学校。国家在国子监设“算学”，定期进行考试。唐时科举，“明算”作为常科每年举行^②。“明算”考试的内容与“算学”考试相似。据史书记载，“凡算学，录大义本条为问答者，明数造术，详明术理，然后为通。试《九章》三条，《海岛》、《孙子》、《五曹》、《张邱建》、《夏侯阳》、《周髀》、《五经算》各一条，十通六；《记遗》、《三等数》帖读十得九，为第。试《缀术》、《辑古》录大义为问答者，明数造术，详明术理，无注者合数造术，不失义理，然后为通。《缀术》七条，《辑古》三条，十通六；《记遗》、《三等数》帖读十得九，为第。落经者，虽通六，不第”^③。可见，数学考试是按两个专业类进行的。两类考试都要求明数造术，详明术理；都规定十题答对六题为达到要求；均加试《记遗》和《三等数》。明算考试及第就能

①马忠林、王鸿钧等：《数学教育史简编》，广西教育出版社，1991年版，31页。

②赵亮宏、毛金铸：《中外考试纵横》，东北师范大学出版社，1989年版，6页。常科：常科由尚书省主持，每年定期举行考试，是科举考试中的主体。

③上海古籍出版社、上海书店编：《二十五史·新唐书》，上海书店、上海古籍出版社出版，1986年版。