奥林匹克

小学数学解题思路

主编：王超群

四年级

湖北武汉市／黄冈地区特高级教师 编写

小学数学奥林匹克

解题思路

（四年级）

主　编：王超群
副主编：梅　林　吴天寿

新疆青少年出版社

责任编辑: 金　锐
责任校对: 梅　琳

小学数学奥林匹克解题思路(四年级)

王超群　主编

新疆青少年出版社出版发行
(乌鲁木齐胜利路 100 号　邮编 830001)
武汉市佳汇印务有限公司印刷
880×1230 毫米　32 开　6.75 印张　140 千字
2000 年 7 月第 1 版　2000 年 7 月第 1 次印刷
印数: 1—10000 册

ISBN7-5371-3330-1/G·1519
全套定价: 35.20 元(分册定价: 8.80 元)

前　　言

近几年来，小学数学竞赛活动十分活跃。一年一届的小学数学奥林匹克竞赛使各年级小学生学习数学的兴趣越来越浓。随着竞赛活动不断开展和深入，广大教师、学生和家长都希望有一套与之配套的参考资料。

为适应需要，我们以小学数学教学大纲与竞赛考纲为依据，参照近年来国内外小学数学竞赛的动向和趋势，组织编写成这套书。

这套书在内容的安排上，与现行教材同步，由浅入深、通俗易懂揭示解题规律。在例题的安排上注意典型引路，举一反三，以帮助学生扩展知识视野，掌握解题方法，逐步完善解题思路。每个专题后面都配有适量的练习题及综合自测题，六年级还附有竞赛模拟题，并都附有参考答案。

本套书由多年从事小学数学竞赛辅导的有丰富实践经验的老师编写。

由于水平有限，加之时间仓促，书中不妥或错误之处恳请读者不吝赐教。

编　者

目　　录

一　简算与速算的技巧

在进行四则混运算时,应用运算定律和性质,或利用某些公式和其他方法,使计算简便迅速。因此,在学习整数中要细心地观察和分析,找到简便的方法。

(一)简算

1. 加法交换律、结合律的运用

1)加法交换律:两个数相加,交换加数的位置,它们的和不变。用字母表示:$a+b=b+a$

2)加法结合律:三个数相加,先把前两个数相加,再加上第三个数;或者先把后两个数相加,再同第一个数相加,它们的和不变。用字母表示:

$$a+b+c=(a+b)+c=a+(b+c)$$

还可以把加法的交换律和结合律联系起来使用,先把加在一起的是整十、整百、整千……的加数加起来,然后再与其它加数相加,进行巧算。

例 1　巧算下列各题:

(1)　$69+18+23+31+82$

(2)　$63+294+37+6$

解　(1)原式 $=(69+31)+(18+82)+23$

$=100+100+23=223$

(2)原式 $=(63+37)+(294+6)$

$= 100 + 300 = 400$

上述例题，运用运算定律改变运算顺序，目的是“凑整”，使运算简便，这种方法叫为“凑整法”。

例2　巧算　(1)$673 + 288$　　　(2)$9898 + 203$

解　(1)原式 $= 661 + 12 + 288$

$= 661 + (12 + 288) = 661 + 300 = 961$

(2)原式 $= 9898 + 102 + 101$

$= 10000 + 101 = 10101$

有些题目看起来不具有巧算条件，但我们可以用“转化”的方法把其中的一个加数拆成两个部分，用一部分与另一个加数相加的和凑成末尾带零的比较整的数，其和再与另一部分相加。

2. 运用减法的性质和改变运算顺序，可使运算简便

1)一个数减去几个数的和，等于从这个数里依次减去和中的每个加数。

用字母表示：$a - (b + c + d) = a - b - c - d$

反之，一个数连续减去几个数，等于从这个数里减去这几个数的和。

用字母表示：$a - b - c - d = a - (b + c + d)$

例3　计算　(1)$4251 - (251 + 1002)$

(2)$300 - 57 - 20 - 23$

解　(1)原式 $= 4251 - 251 - 1002 = 4000 - 1002 = 2998$

(2)原式 $= 300 - (57 + 20 + 23) = 300 - 100 = 200$

2)一个数减去两个数的差，等于从这个数中减去第二个数，然后加上第三个数。

用字母表示：$a - (b - c) = a - b + c$

例 4　计算 $1308-(308-149)$

解　原式 $=1308-308+149=1000+149=1149$

3)几个数的和减去一个数,等于从任何一个加数里减去这个数(在能减的情况下),再同其余的加数相加。

用字母表示:$(a+b+c)-d=(a-d)+b+c$

例 5　计算　$(4256+125+825)-256$

解　原式 $=(4256-256)+125+825=4950$

为了加深记忆,我们简要概括如下两点:

第一,在连减或加、减混合运算中,如果算式中无括号,计算时可以带着符号“搬家”。

用字母表示:$a-b-c=a-c-b$

$a-b+c=a+c-b$

第二,在加、减混合运算中,如果括号的前面是“-”号,那么,去掉括号时,括号内的减号变加号,加号变减号;如果括号前面是“+”号,那么,去掉括号时,括号内的符号不变。

用字母表示:$a-(b+c)=a-b-c$

$a-(b-c)=a-b+c$

$a+(b+c)=a+b+c$

$a+(b-c)=a+b-c$

例 6　计算下面各题

(1)$3425-1347-425$　　(2)$4828-(828+497)$

(3)$7495-(495-287)$　　(4)$2825+(175+348)$

(5)$676+(332-176)$　　(6)$5628+297$

解　(1)原式 $=3425-425-1347$

$=3000-1347=1653$

(2)原式 $=4828-828-497$

$= 4000 - 497 = 3503$

(3)原式 $= 7495 - 495 + 287$

$= 7000 + 287 = 7287$

(4)原式 $= 2825 + 175 + 348$

$= 3000 + 348 = 3348$

(5)原式 $= 676 + 332 - 176$

$= 676 - 176 + 332 = 500 + 332$

$= 832$

(6)原式 $= 5628 + (300 - 3)$

$= 5928 - 3 = 5925$

3. 乘法交换律、结合律的运用

1)乘法交换律:两个数相乘,交换因数的位置,积不变。

用字母表示:$a \times b = b \times a$

2)乘法结合律:三个数相乘,可以把前两个数结合起来先乘,也可以把后两个数结合起来先乘积不变。

用字母表示:$a \times b \times c = (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

例 7　巧算下列各题

(1)$18 \times 4 \times 25$　　(2)$125 \times (16 \times 8)$

(3)125×28　　(4)$25 \times 32 \times 125$

【分析与解】　乘法运算中可以运用交换律和结合律,所以在运算过程中,我们可以先选两个乘数相乘,得出较简单的积(整十、整百……),再将这个数与其它乘数相乘。有时也可以把某个数分解成两个因数,使其中一个因数与其它乘数的积成为整十、整百、整千的数,然后与其它的因数相乘。

解　(1)原式 $= 18 \times (4 \times 25)$

$= 18 \times 100 = 1800$

(2)原式 $= (125 \times 8) \times 16$

$= 1000 \times 16 = 16000$

(3)原式 $= 125 \times (4 \times 7)$

$= (125 \times 4) \times 7$

$= 500 \times 7 = 3500$

(4)原式 $= 25 \times (4 \times 8) \times 125$

$= (25 \times 4) \times (8 \times 125)$

$= 100 \times 1000 = 100000$

3)乘法分配律:两个加数的和与一个数相乘,可以用每一个加数分别与这个数相乘,再把所得的积相加。

用字母表示:$(a+b) \times c = a \times c + b \times c$

例 8　巧算下列各题:

(1)$125 \times (10+8)$　　　(2)$(20-4) \times 25$

(3)4004×25　　　(4)125×798

【分析与解】　乘法分配律可以进行推广,如$(a-b) \times c = a \times c - b \times c$。当两个数相乘时,有时可以把一个因数变为两个数的和与另一个因数相乘;也可以把一个因数变为两个数的差与另一个因数相乘,这样使计算简便。

解　(1)原式 $= 125 \times 10 + 125 \times 8$

$= 1250 + 1000 = 2250$

(2)原式 $= 20 \times 25 - 4 \times 25$

$= 500 - 100 = 400$

(3)原式 $= (4000+4) \times 25$

$= 4000 \times 25 + 4 \times 25$

$= 100000 + 100 = 100100$

(4)原式 $= 125 \times (800-2)$

$$= 125 \times 800 - 125 \times 2$$

$$= 100000 - 250 = 99750$$

4)乘法的几种特殊规律

上面我们讲了可以利用乘法的运算定律,使计算简便。有些题表面上看不能简单,但我们如果仔细研究就能发现一些规律,正确利用这些规律,可以达到速算的目的。

(1)两个两位数十位上的数字相同,个位数字之和为 10 的乘法。

例 9　先用竖式计算一组题。

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times\ 26 \\ \hline 144 \\ 48 \\ \hline 6\underline{24} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 32 \\ \times\ 38 \\ \hline 256 \\ 96 \\ \hline 12\underline{16} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 57 \\ \times\ 53 \\ \hline 171 \\ 285 \\ \hline 30\underline{21} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 79 \\ \times\ 71 \\ \hline 79 \\ 553 \\ \hline 56\underline{09} \end{array}$$

仔细观察乘积的末尾两位数,它们正好是被乘数与乘数的个位数的积。如上面竖式中的 $24 = 4 \times 6, 16 = 8 \times 2, 21 = 7 \times 3, 09 = 9 \times 1$。再看乘积的百位数字和千位数字所组成的数,它们正好是被乘数的十位数字乘以十位数字加 1 的和所得的积。如上面竖式的乘积中的 $6 = 2 \times (2+1), 12 = 3 \times (3+1), 30 = 5 \times (5+1), 56 = 7 \times (7+1)$。注意,个位数字不满 10 的时候,要在它前面补个零,如第四个竖式的积是 5609。

如果不用竖式可写成以下形式:

$13 \times 17 = 1 \times (1+1) \times 100 + 3 \times 7 = 200 + 21 = 221$

$34 \times 36 = 3 \times (3+1) \times 100 + 4 \times 6 = 1200 + 24 = 1224$

$42 \times 48 = 4 \times (4+1) \times 100 + 2 \times 8 = 2000 + 16 = 2016$

$61 \times 69 = 6 \times (6+1) \times 100 + 1 \times 9 = 4200 + 9 = 4209$

注意：这个规律不适用于末位数都是 5 的两位数相乘。

(2)两个两位数十位上的数字之和为十，个位数字相同的乘法。

例 10　先用竖式计算一组题。

$$\begin{array}{r} 21\\ \times\ 81\\ \hline 21\\ 168\\ \hline 17\underline{01}\end{array}\qquad \begin{array}{r} 32\\ \times\ 72\\ \hline 64\\ 224\\ \hline 23\underline{04}\end{array}\qquad \begin{array}{r} 45\\ \times\ 65\\ \hline 225\\ 270\\ \hline 29\underline{25}\end{array}\qquad \begin{array}{r} 46\\ \times\ 66\\ \hline 276\\ 276\\ \hline 30\underline{36}\end{array}$$

它们的规律是：用两个十位数字的积加上一个个位数字所得的和，作为乘积的千位数字与百位数字所成的数。如 $17 = 2\times8+1$，$23 = 3\times7+2$，$29 = 4\times6+5$，$30 = 4\times6+6$。而乘积的末两位数正好是被乘数的个位数字自乘，如 $01 = 1\times1$，$04 = 2\times2$，$25 = 5\times5$，$36 = 6\times6$。

如果不用竖式，可写成以下形式：

$61\times41 = (6\times4+1)\times100+1\times1 = 2500+1 = 2501$

$37\times77 = (3\times7+7)\times100+7\times7 = 2800+49 = 2849$

$25\times85 = (2\times8+5)\times100+5\times5 = 2100+25 = 2125$

$16\times96 = (1\times9+6)\times100+6\times6 = 1500+36 = 1536$

(3)两个两位数中一个两位数的两个数位上的数字相同，另一个两位数的两个数字的和为十的乘法。

例 11　先用竖式计算一组题。

它的规律是：相同数字的两位数的首数乘以另一个两个数字的和为十的两位数的首数加 1 的和所得的积，作为乘积的千位数字与百位数字所成的数，如 $6 = 3\times(1+1)$，$54 = 6\times(8+1)$，$16 = 4\times(3+1)$，$35 = 7\times(4+1)$。乘积的末两位数，

$$\begin{array}{r} 3\ 3\\ \times\ 1\ 9\\ \hline 2\ 9\ 7\\ 3\ 3\\ \hline 6\ \underline{2\ 7}\end{array}\qquad \begin{array}{r} 8\ 2\\ \times\ 6\ 6\\ \hline 4\ 9\ 2\\ 4\ 9\ 2\\ \hline 5\ 4\ \underline{1\ 2}\end{array}\qquad \begin{array}{r} 3\ 7\\ \times\ 4\ 4\\ \hline 1\ 4\ 8\\ 1\ 4\ 8\\ \hline 1\ 6\ \underline{2\ 8}\end{array}\qquad \begin{array}{r} 7\ 7\\ \times\ 4\ 6\\ \hline 4\ 6\ 2\\ 3\ 0\ 8\\ \hline 3\ 5\ \underline{4\ 2}\end{array}$$

正好是被乘数与乘数的个位数的积，如 $27=3\times9$，$12=2\times6$，$28=7\times4$，$42=7\times6$。写作算式为：

$$22\times37=2\times(3+1)\times100+2\times7=800+14=814$$
$$99\times64=9\times(6+1)\times100+9\times4=6300+36=6336$$
$$28\times55=(2+1)\times5\times100+8\times5=1500+40=1540$$
$$91\times88=(9+1)\times8\times100+1\times8=8000+8=8008$$

(4)个位数字是 1 的两个两位数的乘法。

规律是在两个十位数字的积的后面，添写上它们的和(如果和大于或等于 10，就要进 1)，再添写上 1，即得所求的积。

例 12　$27\times71=2\times7\times100+(2+7)\times10+1=1491$

$$61\times81=6\times8\times100+(6+8)\times10+1=4941$$
$$41\times91=4\times9\times100+(4+9)\times10+1=3731$$
$$81\times51=8\times5\times100+(8+5)\times10+1=4131$$

(5)十位数字是 1 的两个两位数的乘法。

规律是用一个数加上另一个数的个位数，乘以 10，再加上两数的个位数的积，其和就为所求的积。

例 13　$14\times18=(14+8)\times10+4\times8=252$

或　$=(18+4)\times10+4\times8=252$

$$12\times13=(12+3)\times10+2\times3=156$$
$$19\times17=(19+7)\times10+9\times7=323$$

4. 除法的简算

1)商不变的性质,被除数和除数同乘以或同除以一个数(零除外),它们的商不变。

用字母表示:$a \div b = (a \times n) \div (b \times n) = (a \div n) \div (b \div n)$

例 14　巧算下列各题

(1)$625 \div 25$　　(2)$58500 \div 900$

解　(1)原式 $= (625 \times 4) \div (25 \times 4) = 2500 \div 100 = 25$

(2)原式 $= (58500 \div 100) \div (900 \div 100) = 585 \div 9 = 65$

2)两个数的和(差)除以一个数,可以用这个数分别去除这两个数(在都能整除的情况下),再求两个商的和(差)。

用字母表示:$(a + b) \div c = a \div c + b \div c$

例 15　简算下列各题

(1)$(350 + 165) \div 5$　　(2)$(702 - 213 - 414) \div 3$

解　(1)原式 $= 350 \div 5 + 165 \div 5$

$= 70 + 33 = 103$

(2)原式 $= 702 \div 3 - 213 \div 3 - 414 \div 3$

$= 234 - 71 - 138 = 25$

3)两个数的商除以一个数,等于商中的被除数先除以这个数再除以原来商中的除数。

用字母来表示:$a \div b \div c = a \div c \div b$

两个数的积除以一个数,等于用除数先除积的任意一个因数再与另一个因数相乘。

用字母来表示:$a \times b \div c = a \div c \times b = b \div c \times a$

例 16　巧算下列各题

(1)$525 \div 7 \div 5$　　(2)$128 \times 5 \div 8$

【分析与解】　依据上面两条运算性质,在连除,乘除混合运算时,可以交换因数、除数的位置;在交换位置时,也要连同

运算符号一起“搬家”。

解 (1)原式 $= 525 \div 5 \div 7 = 105 \div 7 = 15$

(2)原式 $= 128 \div 8 \times 5 = 16 \times 5 = 80$

4)一个数除以两个数的积，等于这个数依次除以积的两个因数。用字母表示：

$$a \div (b \times c) = a \div b \div c$$

一个数乘以两个数的商，等于这个数乘以商中的被除数，再除以商中的除数。用字母表示：

$$a \times (b \div c) = a \times b \div c$$

一个数除以两个数的商，等于这个数除以商中的被除数，再乘以商中的除数。用字母表示：

$$a \div (b \div c) = a \div b \times c$$

例 17 巧算下列各题

(1)$756 \div (7 \times 9)$ (2)$125 \times (8 \div 2)$

(3)$875000 \div (1000 \div 8)$

【分析与解】 依据上面三个性质可知，在乘除混合运算的算式中，如果括号前是除号，去掉括号改变运算顺序时，要把括号内的除号变乘号，乘号变除号。如果括号前是乘号，则不需要改变括号内的运算符号。反之，算式添括号改变运算顺序时，规律也是如此。

解 (1)原式 $= 756 \div 7 \div 9$

$= 108 \div 9 = 12$

(2)原式 $= 125 \times 8 \div 2$

$= 1000 \div 2 = 500$

(3)原式 $= 875000 \div 1000 \times 8$

$= 875 \times 8 = 7000$

(二)速算

1. **基准数法**:这里所说的基准数法,就是有些接近的数相加时,可以在这些数中选定一个适当的数作为基准数,然后求出各数与基准数的差,并把这些差相加或相减,再加上基准数乘以加数的个数的积,所得的结果就是所求各数的和。

例 18　求 $51+53+50+48+53+46+54+56+49+52$

解　为了计算快,本题选用 50 作为基准数

原式 $=50\times10+(1+3+0+3+4+6+2)-(2+4+1)$

$=500\times19-7$

$=512$

例 19　商店运来 8 筐水果,重量分别为 85、84、79、77、80、78、84、83 千克,问总重量是多少?

解　选用 80 作为这 8 筐水果的基准数

$85+84+79+77+80+78+84+83$

$=80\times8+(5+4+0+4+3)-(1+3+2)$

$=640+16-6=650$(千克)

答:总重量是 650 千克。

2. **一一法**:在计算时,我们还会遇到各加数分别是由 1 组成的且每个加数的数位又各不相同,这时便可用一一法,看下列竖式。

$$\begin{array}{r} 1 \\ 11 \\ +\ 111 \\ \hline 123 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ 11 \\ 111 \\ +\ 1111 \\ \hline 1234 \end{array}$$