

MODERN  
COMMUNICATIONS

现代通信理论与技术丛书

Data Compression

数据压缩

● 戴善荣 编著

西安电子科技大学出版社  
[http:// www.xduph. com](http://www.xduph.com)

现代通信理论与技术丛书

# 数据压缩

Data Compression

戴善荣 编著

西安电子科技大学出版社

2005

## 内 容 简 介

“数据压缩”也称“信源编码”，主要研究对发自信息源的模拟或数字电信号进行数字化和高效压缩编码的理论和办法，以提高数据传输效率、信道频带利用率和节省数据存储空间为目标。本书内容侧重于理论基础和技术原理，全书共分6章。第1章量化原理和第2章信息率—失真函数理论是数据压缩编码的理论基础；第3章变换域编码和第4章预测编码是限失真压缩编码方法的技术原理；第5章信息保持数据压缩编码主要介绍已被广泛使用于数据储存与交换中的无失真压缩编码方法，还介绍了数字传真压缩编码原理；第6章信源编码实践主要介绍数据压缩理论与技术在视、音频系统中的成功应用实例及相关的国际标准。

本书可作为研究生数据压缩和信源编码课程的教材，也可作为信号处理、图像通信、数据通信、信息工程等专业本科选修课教材或教学参考书，对工作在信息领域的工程技术人员和经营者也有参考价值。

### 图书在版编目(CIP)数据

数据压缩/戴善荣编著. —西安：西安电子科技大学出版社，2005.5

(现代通信理论与技术丛书)

ISBN 7-5606-1479-5

I. 数… II. 戴… III. 数据压缩 IV. TP274

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 133276 号

策 划 臧延新

责任编辑 杨 璠 臧延新

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路2号)

电 话 (029)88242885 88201467 邮 编 710071

http://www.xduph.com E-mail: xdupfxb@pub.xaonline.com

经 销 新华书店

印刷单位 陕西华沐印刷科技有限责任公司

版 次 2005年5月第1版 2005年5月第1次印刷

开 本 787毫米×1092毫米 1/16 印张 19

字 数 444千字

印 数 1~4000册

定 价 30.00元

ISBN 7-5606-1479-5/TN·0292(课)

**XDUP 1750001-1**

\* \* \* 如有印装问题可调换 \* \* \*

本社图书封面为激光防伪覆膜，谨防盗版。

# 序

通信网是国家的重要基础设施之一,通信对国民经济和社会发展的影响非常深远。目前通信理论和技术发展很快,通信网在我国也得到了迅猛的发展。改革开放 20 多年来,我国的电话普及率已增长超过 100 倍。目前我国的第二代蜂窝网(GSM)规模居世界第一位;互联网的上网人数居世界第二位。与此相应,在通信领域从事科技工作的人员数量也大为增加。

在这种形势下,新生力量的培养和现有人员的继续教育就成为一项不可忽视的重要任务。加强通信领域新理论与新技术的传播,更是培养通信人才所必须。为了将通信理论和技术最新进展和发展前景及时地介绍给广大科技工作人员和学生,西安电子科技大学出版社依托本校的学科优势,邀请国内通信领域具有丰富理论和实践经验的专家、教授,成立了“现代通信理论与技术丛书”编委会,负责规划这套丛书的出版工作,力争能够出版一批具有较高学术水平和实用价值的著作。

这套丛书主要面向从事通信领域研究和开发的科技工作者、工程师、高年级大学生和在读研究生,以及希望了解该领域发展的各类相关人员。丛书突出内容新颖、全面系统、理论联系实际的特色,在简明扼要讲述物理概念和基本理论的基础上,尽可能地引导读者运用理论解决应用中的实际问题。为了满足目前研究生教学的迫切需要,一些优秀的研究生教材也将纳入到这套丛书中。

这套丛书的编写和出版将是一项艰巨的工作,感谢为出版这套丛书提供了支持和帮助的专家们,他们严谨的态度和深厚的学识是这套丛书顺利出版的保障。也衷心地希望广大读者和相关人员提出宝贵的意见和建议,使这套丛书日臻完善。

樊昌信

# 现代通信理论与技术丛书编委会

主 任：樊昌信

副主任：王育民 裴昌幸 朱世华

委 员：（以姓氏笔画为序）

王永生 王新梅 卢朝阳 刘乃安

刘增基 张 辉 吴成柯 李兵兵

李建东 易克初 苟彦新 杨家玮

常义林 曾兴雯 葛建华 鲍长春

廖桂生

# 前 言

在被称为信息时代的 21 世纪,数据压缩技术已不知不觉地进入人们的日常生活,与人们的物质文化生活息息相关。只要你打开电脑,接通手机,或看电视,看 VCD、DVD、...,就有数据压缩技术在忙碌地为你服务。甚至可以说,若没有数据压缩技术,就不可能有这些新型的信息业务。事实上,数据压缩技术几乎与信息业务总是在同时发展的。Morse 电报码与 1939 年发明的 VOCODER(VOICE CODER,声码器)都是早期行之有效的数据压缩技术的例子。

数据压缩的总目标是要减少容纳给定消息集合的信号空间。所谓信号空间,是指物理空间(即存储、传输介质,如信道、存储器等)、时间区间(即存储、传输给定容量消息集合所需的时间)与电磁频谱区域(如传输给定消息集合所需的频带宽度等),也就是为存储、传输给定信号集合所占用的空域、时域与频域空间。信号空间的这几种形式是互相关联的。存储空间的减小也意味着传输效率的提高和占用频带的节省。这就是说,只要采用某种方法来减小一种信号空间,就能达到压缩数据的目的。究竟采用什么方法,对哪种信号空间进行压缩,是由实际需要与技术条件来决定的。自 20 世纪 60 年代 Bell 实验室首次推出商业用 T1 数字通信系统以后,在传真、电话等由模拟通信统治的领域,出现了数字化的趋势。70 年代后期出现的数字电视和高清晰度电视的高速发展,则更迫切地要求减小数据存储空间和传输频带。人们越来越意识到数字系统的每一个 bit 都关系到系统的成本、效率和质量。因此,近代信源编码的理论与技术,主要也以压缩数据的 bit 率为目标。本书的内容也就由这些理论、方法和技术所组成。

尽管数据压缩的实际研究工作早在 Shannon 信息理论建立之前就有成果,但理论研究工作还是在 Shannon 信息论的基础上开始的。1948 年 Shannon 在他的经典论文《A mathematical theory of communication》中首次提到信息率—失真函数的概念。10 年之后,在 1959 年,还是他的论文《Coding theorems for a discrete source with a fidelity criterion》奠定了信源编码的理论基础。此后,对率—失真函数理论及其应用的研究取得了很大的进展,以致如今能得到如此广泛的应用。对数据压缩的研究工作也从曾经分离的两方面,即在实际工作中提出各种有效的压缩技术为目标和以探求信源码率的最佳可达理论界(OPTA)为目标,开始互相结合起来,以最佳理论界为目标,发展高压缩比、高恢复质量的各种数据压缩技术。从此,“数据压缩”与“信源编码”也变成了两个具有相同含义的术语了。值得指出的是,在近代信源编码的研究文献中,已有一些关于修正或突破 Shannon 信息理论的报导。比如,提出以人类感知特性为准则的率—失真函数理论就是其中之一。由于该理论尚不成熟,也未形成体系,因此本书未涉及这方面的内容。事实上,在视频与音频压缩编码技术中,人类的生理、心理学特性和视觉、听觉模型已得到了实际、有效的应

用,并且已包含于相关的国际标准与建议中。这在本书的“信源编码实践”一章中将有所反映。

本书的选材偏重于基础理论和基本原理。事实上,任何一种数据压缩的技术和方法,都是由某些基础理论和基本原理,结合当时具有的技术条件与编码对象的特性而产生的。不同的技术条件与编码对象就会应用不同的基础理论和技术原理,综合出各种不同的编码方法。因此,熟悉各种基本的理论和原理,包括当前并不热门的理论、原理,对理解与适应新的编码方法会有很大的帮助;对有志于编码方法的改进与创造者,则更是一种必须具备的能力。本书共分6章,第1、2两章是基础理论。第1章量化原理,介绍了从最基本的均匀量化到自适应量化与矢量量化技术,是信号数字化的基础。第2章信息率—失真函数理论,是数据压缩的信息论基础,或称数学基础。该理论阐明了数据率与失真之间的定量关系,给出了Shannon信息论意义上的信源编码速率理论低界,从而给出了bit分配的准则。第3、4两章介绍实现限失真信源编码的两种基本技术原理——变换域编码和预测编码的基本原理。这两种技术也是第6章“信源编码的实践”中所应用的最主要的两种方法。可见,熟悉这些原理,对理解、适应新的技术资料和发展新的编码方法,都是极其有用的。第3章讨论变换域编码的基本原理,其中没有讨论到Fourier变换,不是因为它不重要,而是因为它已为大家所熟悉,并很容易在各种文献中找到,而显得不必要。其实,无论从应用的普遍性还是从原理上说,Fourier变换都是最重要的一种函数正交变换,在本书中也会常常用到。小波变换被认为是20世纪现代分析学最突出的成就之一,并于80~90年代逐渐被应用于信源编码与信号处理领域。本书只介绍其应用于信源编码的相关部分。虽然在理论的完整性上做了努力,但受限于篇幅,有些结论还不能给出完整的证明,感兴趣的读者可参阅相关的文献。第4章预测编码,较详细地讨论了时间序列分析和参数估计方法。这对应用线性模型解决信号预测、编码、估值以至谱分析都是必要的数学理论基础。差值预测与运动估计算法,在清晰度电视(HDTV)压缩编码中得到了有效的应用,取得了良好的效果。第5章信息保持数据压缩编码,不仅应用于文件信源的数据交换与存储中,是节省bit数的重要手段,而且与限失真压缩编码技术相配合,对任何信源编码系统都能有效地提高数据压缩率,从而得到了广泛的应用。值得指出的是,现在几乎所有的计算机都安装有失真数据压缩编码软件,这对扩展计算机能力,降低信息处理与交换成本,提高效率都是有益的。第6章信源编码实践,主要介绍数据压缩基础理论与基本原理在视频与音频信源编码系统中成功应用的实例。通过这些实例,可以看到一些基础理论与基本技术原理是如何发挥作用以及如何被综合成一个系统的。20世纪的最后20年,以计算机技术与微电子技术的高速发展为条件,数据压缩理论的实践与应用得到了巨大发展。以数字电视与清晰度电视信号为代表的宽带信号数据压缩编码的成功,促进了多媒体技术的发展与应用。结合Internet的普及与宽带网络建设,开创了一个以数字化、网络化和个性化为特征的信息技术新时代,改变了人类物质文化生活的模式。本章只能引述电视信号的视频与音频压缩编码的部分内容作为例子,更详细的就要参考相关的标准文本了。

阅读本书需要有高等数学的基础,主要是微积分、线性代数、概率论、Fourier 分析等知识。有些章节还需要用到初等数论、泛函分析、数理统计和线性空间等数学工具。一般只需了解其定义和结论应用即可。本书在引用这些结论时会给出简单的说明。如果还想了解更多的数学原理,建议参阅相关的数学专著或数学手册。

本书编写过程中参考的著作和建议标准,都在参考文献中列出。作者在编写中还应用了一些著作中的某些资料,特向这些著作的作者表示感谢,恕不一一列名致谢。

作者还要向 20 年来关心支持“数据压缩”课程建设并对相应的讲义、教材和著作提出过宝贵意见和提供资料的西安电子科技大学的老师和研究生们表示由衷的感谢。

最后要向西安电子科技大学出版社表示感谢,感谢他们策划和支持出版偏重基础理论的科技书;并感谢他们为编辑出版本书所付出的辛勤劳动。

作者

2004 年 10 月于上海

# 目 录

<b>第 1 章 量化原理</b> .....	1
1.1 引言 .....	1
1.2 无记忆量化 .....	2
1.2.1 量化机理与误差测量 .....	2
1.2.2 压扩量化与广适量化 .....	5
1.2.3 实用的压扩系统 .....	7
1.2.4 最优量化 .....	14
1.3 带记忆量化 .....	17
1.3.1 矢量量化 .....	18
1.3.2 自适应量化 .....	21
1.3.3 差值量化 .....	24
习题 .....	31
参考文献 .....	32
<b>第 2 章 信息率—失真函数理论</b> .....	33
2.1 引言 .....	33
2.1.1 信息量与信息熵 .....	33
2.1.2 信源与信道容量 .....	37
2.2 离散无记忆信源的率—失真函数 .....	40
2.2.1 $R(D)$ 函数的定义 .....	40
2.2.2 $R(D)$ 函数的性质 .....	43
2.2.3 基本方程与解例 .....	47
2.2.4 $R(D)$ 函数的计算机算法 .....	60
2.3 幅度连续信源的率—失真函数 .....	65
2.3.1 幅度连续无记忆源的 $R(D)$ 函数 .....	66
2.3.2 差值误差测量与 Shannon 界 .....	70
2.3.3 带记忆的 Gaussian 信源 .....	77
2.4 信源编码原理 .....	85
2.4.1 离散无记忆源的定长编码定理 .....	86
2.4.2 变长编码定理 .....	88
2.4.3 限失真信源编码定理 .....	91
习题 .....	91
参考文献 .....	93
<b>第 3 章 变换域编码</b> .....	94
3.1 引言 .....	94
3.2 K—L 变换 .....	95

3.2.1	正交变换与正交矩阵 .....	95
3.2.2	K-L 变换矩阵 .....	96
3.2.3	K-L 变换的性质 .....	98
3.2.4	K-L 变换在图像编码中的应用 .....	100
3.3	Haar 变换 .....	101
3.3.1	Haar 函数 .....	102
3.3.2	Haar 变换(HT) .....	102
3.3.3	快速算法 .....	105
3.4	Walsh-Hadamard 变换 .....	106
3.4.1	Rademacher 函数 .....	106
3.4.2	Walsh 函数 .....	107
3.4.3	Walsh-Hadamard 变换 .....	112
3.5	斜(Slant)变换 .....	118
3.5.1	斜矩阵 .....	119
3.5.2	斜矩阵的递推结构 .....	120
3.5.3	斜变换及快速算法 .....	121
3.6	离散余弦变换(DCT) .....	122
3.6.1	DCT 的定义 .....	122
3.6.2	DCT 变换矩阵 .....	123
3.6.3	快速算法 .....	125
3.7	变换域数据压缩编码 .....	129
3.7.1	各种变换的性能比较 .....	129
3.7.2	方差准则压缩数据 .....	132
3.7.3	区域编码与比特分配 .....	133
3.7.4	其他考虑 .....	135
3.8	小波变换(WT) .....	135
3.8.1	关于线性空间理论的一些结论 .....	135
3.8.2	小波基函数的概念 .....	140
3.8.3	小波与小波变换 .....	142
3.8.4	多分辨率分析与滤波器组 .....	146
3.8.5	快速正交小波变换 .....	151
3.8.6	小波变换在信源编码中的应用 .....	154
	习题 .....	163
	参考文献 .....	165

<b>第 4 章</b>	<b>预测编码 .....</b>	<b>166</b>
4.1	引言 .....	166
4.2	时间序列的概率模型 .....	167
4.2.1	时间序列的参数表征 .....	167
4.2.2	平稳过程 .....	168
4.2.3	纯随机过程 .....	169
4.2.4	动平均过程(MA 模型) .....	169
4.2.5	自回归过程(AR 模型) .....	171

4.2.6 混合模型(ARMA 模型)	175
4.3 线性预测与参数估计	176
4.3.1 AR 模型参数的最小二乘估计	177
4.3.2 AR 模型参数的相关矩估计	180
4.3.3 序列最小二乘法	182
4.3.4 Yule-Walker 方程的递推解法	185
4.3.5 AR 模型参数估计的格型算法	187
4.3.6 AR 模型阶数 $p$ 的确定	190
4.4 语音的线性预测编码	194
4.4.1 语音信号的数字模型	194
4.4.2 由短时相关函数估计模型参数	195
4.4.3 基音周期检测	199
4.4.4 共振峰检测	201
4.5 图像的预测编码	203
4.5.1 图像的数字表示	204
4.5.2 帧内预测编码	205
4.5.3 帧间预测编码	207
习题	211
参考文献	212
<b>第 5 章 信息保持数据压缩编码</b>	<b>213</b>
5.1 引言	213
5.2 基于语义相关特性方法	214
5.2.1 序列时间码	214
5.2.2 非冗余字符定位法(TNRS 码)	220
5.2.3 游程编码(Run-Length Coding)	222
5.2.4 相对编码	229
5.3 Huffman 编码	231
5.3.1 Huffman 编码方法	231
5.3.2 多进制编码和二元信源的并元编码	233
5.3.3 游程 Huffman 编码	235
5.3.4 准可变字长编码	236
5.4 算术编码	237
5.4.1 算术编码的基本原理	237
5.4.2 多进符号序列的算术编码	240
5.4.3 二进符号序列的算术编码	241
5.4.4 算术码编码效率	247
5.5 L-Z 码	248
5.5.1 基于字典码原理的 LZ 码编码算法	248
5.5.2 LZ 码的译码过程	252
5.5.3 LZ 码的压缩性能	253
5.6 数字传真编码	254
5.6.1 改进的一维 Huffman 码(MH 码)	254

5.6.2 改进的二维相对地址码(MREAD码) .....	259
习题 .....	264
参考文献 .....	265
<b>第6章 信源编码实践</b> .....	<b>267</b>
6.1 引言 .....	267
6.2 视频编码实践 .....	268
6.2.1 国际标准 .....	268
6.2.2 JPEG 标准 .....	269
6.2.3 H.261 与 H.263 建议 .....	273
6.2.4 MPEG 编码标准 .....	278
6.3 音频编码实践 .....	288
6.3.1 引言 .....	288
6.3.2 语音数字编码标准 .....	288
6.3.3 高保真立体声音频编码标准 .....	289
参考文献 .....	292

# 第 1 章 量化原理

## 1.1 引言

随着大规模集成电路及计算机技术的迅速发展,信号的数字化处理与传输已越来越为人们所重视,并得到了广泛的应用。可是,许多实际信号都是模拟信号,诸如人类语言、图像、地震信号等,它们在幅度与时间上都是连续变化的。数字信号则是指那些在幅度与时间上都是离散的信号。为了对信号进行数字化处理与传输,有必要建立一套能有效地把模拟信号变换为数字信号的转换系统,称该系统为 A/D 变换或量化系统。量化系统设计中很重要的一个指标是:对一定的保真度要求来说,需要多大的数据速率(即每秒或每个取样的比特数),或反之,对某限定的比特速率来说,其量化噪声(或信噪比)有多大。Nyquist 取样定理确定了为恢复模拟信号所必需的取样频率,即每秒的取样数已确定。因此,数据率或信噪比将主要取决于代表每个样值的比特数。这就是本章所要讨论的量化问题。

量化过程始于取样。每一次取样得到一个取样值,其理论上的值域为 $(-\infty, +\infty)$ 。量化器要完成的功能则是按一定的规则对取样值作近似表示,使经量化器输出的幅值大小为有限个数。或者说,量化器就是用一组有限的实数集合作为输出,其中每一个数代表一群最接近于它的取样值。假设这个集合含有  $N$  个数,就叫  $N$  级量化。若用二进制数来代表此  $N$  个不同的数,则需用  $n(n=\lg N)$  位二进制符号来代表集合中的每一个数。我们称这样的量化器输出的数据率为每样值  $n$  bit。对模拟信号作脉冲取样,经量化并用二进制代码输出的过程又叫 PCM(脉码调制)。

显然,经过量化的数字信号,在恢复的时候已不可能是原来的取样值了。这就是说,量化过程要产生一定的误差,称为量化噪声。我们希望经过量化编码以后的数据率低,同时又希望量化噪声小,当然还要求在工程上容易实现,即成本低。但是,这些希望与要求是相互矛盾的,不可能同时满足。我们所能做的只是作出最佳折衷,或者说作出满足一定条件的最佳设计或接近最佳设计。为此,本章将首先讨论量化机理及误差测量,然后分别讨论无记忆量化器与带记忆量化器。对于无记忆量化器,即输出仅由当前的输入所决定而与以前或以后的输入都无关的那种量化器,较详细地讨论目前已在数字电话与电视伴音中得到广泛应用的压扩量化原理,并介绍 Lloyd-Max 最优量化设计思想。对带记忆量化器的讨论将着重介绍矢量量化及 DPCM 的基本原理,并介绍自适应量化的基本思想。

## 1.2 无记忆量化

### 1.2.1 量化机理与误差测量

一个无记忆的  $N$  级量化器  $Q$  可描述如下：设置  $N+1$  个取样判决  $x_0, x_1, \dots, x_N$ ，将样值空间(实数空间)分割为  $N$  个量化区间  $R_i, i=1, 2, \dots, N$ ，其中  $R_i = \{x_{i-1} < x \leq x_i\}$ ，以及两个边缘区间  $R_0$  与  $R_{N+1}$ ，这里取  $R_0 \leq x_0, R_{N+1} > x_N$ 。对应于  $N$  个量化区间的输出电平分别为  $y_1, y_2, \dots, y_N$ ，即当输入信号的取样值  $x$  属于第  $i$  个量化区间  $R_i$  时，量化器输出  $y_i$ 。边缘区间  $R_0$  与  $R_{N+1}$  是无界的，它们的输出有时候取  $x_0$  与  $x_N$ ，也有取  $y_1$  与  $y_N$  或某些有特殊性质的值。这样，量化器  $Q$  便把取样的无限个可能值映射为有限的  $N$  个值。图 1.1 为量化器的输入输出特性，它表现为阶梯型。由于  $N$  有为奇数或偶数的不同，因而又有“中平”和“中升”的区别，如图 1.1(a)和(b)所示。它们没有实质性的差别。

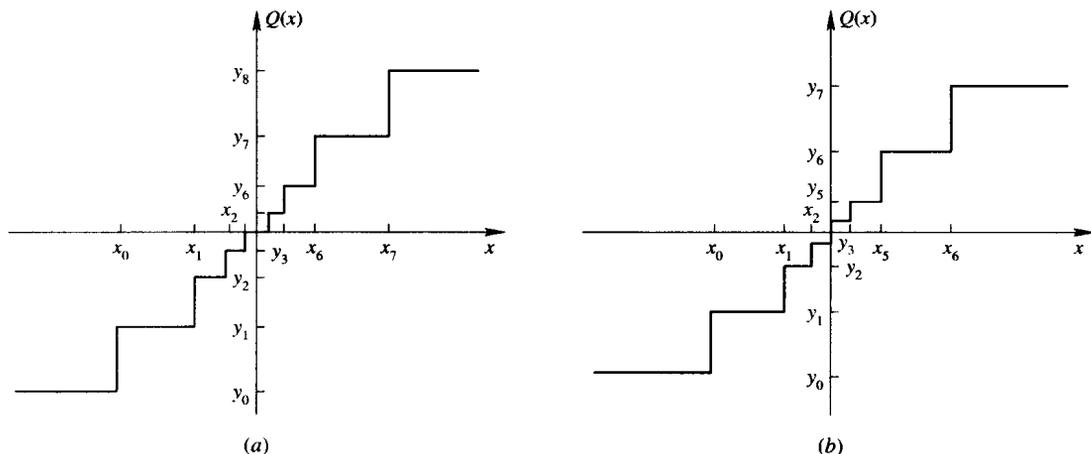


图 1.1 量化器的输入输出特性

量化误差测量的基本出发点是把输入的取样信号看作随机变量，因为每个取样值的大小都带有一定的不确定性。量化过程，从信息论观点看，实质上是一个舍弃一部分多余信息，保留为恢复满足一定保真度要求的原信号的必要信息的过程。所谓保真度要求，实际上就是对量化误差的一个限制，也是对量化器性能的一个要求，所以需要作定量分析。

设任意一个取样值  $x$  输入量化器的概率密度函数为  $p(x)$ ，又把量化误差产生过程视作一个加性随机噪声过程，如图 1.2 所示。它与信道中的加性噪声不同。这里的噪声不是独立过程而是由输入输出值所决定的，其函数关系为

$$e(x) = Q(x) - x \quad (1.2-1)$$

该函数的非线性特性如图 1.3 所示。

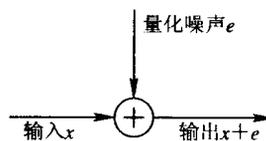


图 1.2 量化误差的加性噪声模型

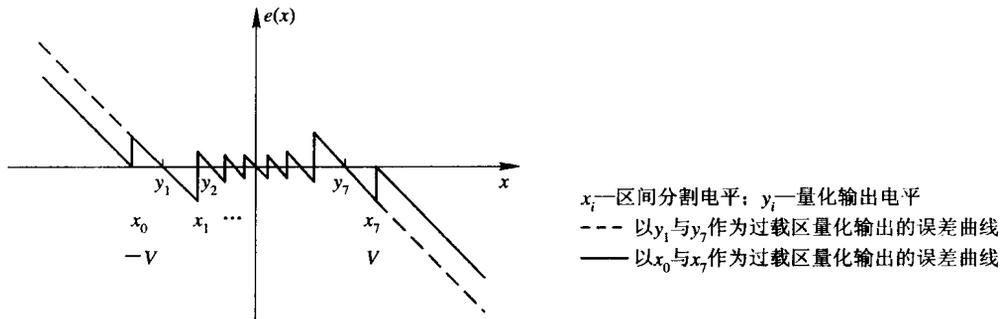


图 1.3 量化误差的非线性特性

由图 1.3 可见, 当输入样值  $x$  在区间  $(x_0, x_7)$  内时, 其噪声表现为“散粒噪声”, 其值是有限的。当输入取样值落入区域  $x \leq x_0$  与  $x > x_7$  时, 噪声表现为“过载”, 此时产生的噪声称为“过载噪声”, 其值可能为无限。一般来说, 由于出现无限值的概率极小, 过载噪声不会很大。一般称  $x_0$  与  $x_7$  为“过载点”, 其值  $V = |x_0| = |x_7|$  叫做“过载点电平”。

总的量化噪声应该是散粒噪声与过载噪声之和。其大小显然与信号的分布密度  $p(x)$ 、量化级数  $N$  及量化方法有关, 同时也与过载点的选定有关。当  $N$  一定时,  $V$  选得大, 散粒噪声会增大, 而过载噪声会减小。因此, 在确定的  $p(x)$  与  $N$  条件下设计量化器, 如何选择最佳的“过载点”使量化噪声最小, 也是一个值得研究的问题。

上面讨论的误差产生模型中, 量化误差被视作为随机变量。所以, 我们只能以某种统计平均值来测量。最普遍采用的是均方误差测量, 即

$$D = \int_{-\infty}^{\infty} [Q(x) - x]^2 p(x) dx \quad (1.2-2)$$

若视“过载区”的  $p(x) \approx 0$ , 即信号的样值大于  $V$  的机会几乎可忽略, 在  $\pm V$  的区域内采取  $N$  级量化且设  $N$  足够大, 以致于量化区域间隔  $\Delta_i$  ( $\Delta_i = x_i - x_{i-1}$ ) 很小, 于是对每一小区域来说,  $p(x)$  几乎相等, 并可用  $p(y_i)$  来代表。量化区域  $\Delta_i$  的输出值  $y_i$  取区域的中央值, 即  $y_i = (x_{i-1} + x_i)/2$  (以后会看到这并不是最佳选择)。在上述假设条件下, 可具体地计算式 (1.2-2):

$$\begin{aligned} D &= \sum_{i=1}^N \int_{x_{i-1}}^{x_i} (y_i - x)^2 p(x) dx \\ &\approx \sum_{i=1}^N p(y_i) \int_{x_{i-1}}^{x_i} (y_i - x)^2 dx \\ &= \frac{1}{12} \sum_{i=1}^N p(y_i) \Delta_i^3 \end{aligned} \quad (1.2-3)$$

一个很有用的特例是均匀量化, 即量化区域是等间隔分布的量化设计。此时,  $\Delta_i = \Delta$ , 于是式 (1.2-3) 变成

$$D = \frac{\Delta^2}{12} \sum_{i=1}^N p(y_i) \Delta$$

在  $p(x)$  在“过载区”内为 0 的假设下, 有

$$\sum_{i=1}^N p(y_i) \Delta = 1$$

于是

$$D = \frac{\Delta^2}{12} \quad (1.2-4)$$

这是一个很有意义的结果，它告诉我们：均匀间隔量化器的均方误差与量化区间间隔的平方成正比。这就给了我们一个关于量化器产生量化误差的基本数量概念。据此，可用来对量化器（即使不是均匀量化器）的性能作粗略的估计与比较。

上面讨论的均方误差测量值  $D$  并不完全反映误差的客观效果。比如说对于相同的  $D$ ，输入信号大小不同，所产生的效果也就不同。对大信号来说其影响可以忽略，而对小信号来说却不能忽略。从这个意义上来说，采用一种叫作“信噪比”的测量更为合适。它被定义为

$$\frac{S}{N} = \frac{\sigma^2}{D} \quad (1.2-5)$$

而用得更多的则是“分贝信噪比”，其定义为

$$\frac{S}{N}(\text{dB}) = 10 \lg \frac{\sigma^2}{D} \quad (1.2-6)$$

这里  $\sigma^2$  代表输入量化器的信号的方差，它代表信号的平均能量； $D$  代表误差信号能量，上面讨论的均方误差值就是其中之一。

现在让我们定量地分析一下在均方误差测量下均匀量化的信噪比。前面已经提到量化误差是与量化区域（即过载点）的选择有关的。我们这里定义比值

$$\psi = \frac{V}{\sigma}$$

为负载因子。这里的  $V$  为过载点电平，而  $\sigma$  为均方根信号电平。于是均匀量化的  $\Delta = 2V/N = 2\psi\sigma/N$ ，代入式(1.2-4)得

$$D = \frac{\Delta^2}{12} = \frac{1}{3} \frac{\psi^2 \sigma^2}{N^2}$$

因此，分贝信噪比为

$$\frac{S}{N}(\text{dB}) = 10 \lg \frac{3N^2}{\psi^2}$$

若注意到比特数  $n$  与量化级数  $N$  之间的关系，即  $N=2^n$ ，则

$$\frac{S}{N}(\text{dB}) = 20n \lg 2 + 20 \lg \frac{\sqrt{3}}{\psi} \approx 6n + 20 \lg \frac{\sqrt{3}}{\psi} \quad (1.2-7)$$

这又是一个很有用的结论，它告诉我们由量化误差引起的信噪比与每个样值被编码的比特数  $n$  成正比，且比例系数为 6。更具体地说，每增加一个编码比特，便可得到 6 dB 的信噪比改善。这个结论即使对非均匀量化器也是成立的，因为它实质上反映了量化噪声与  $N^2$  的反比关系。负载因子  $\psi$  的选择也对信噪比有影响，对某一选定的  $\psi$  来说，对信噪比的影响仅仅表现为一个负的常数项。比如，当  $\psi=4$  时（有时称为  $4\sigma$  负载条件），该常数为  $-7.3$ 。但应该指出，这个负常数是和量化器设计（即  $\Delta$  的取法）有关的。式(1.2-7)是在忽略过载噪声的均匀量化器条件下推导出来的。图 1.4 是语言信号在  $N=128$  ( $n=7$  bit) 的条件下，均匀量化器与  $\mu$  律量化器（稍后介绍）的  $\psi$  与信噪比的关系的比较，横坐标表示  $\sigma^2/V^2$  的分贝数。由图可见，两者都是在横坐标值为  $-15.7$  dB（即  $\psi=6.1$ ）时有最佳

信噪比。若对某一量化器，在满足一定信噪比要求下，最大与最小信号幅值之比称之为量化器的动态范围，则由图可见，均匀量化器的动态范围要比 $\mu$ 律量化器小得多。实际输入信号，比如语言，其信号电平的变化还是比较大的，这样，就会使均匀量化器输出的信噪比变化很大，而用 $\mu$ 律量化器就会好得多。下面讨论语言信号数字化时，实用的几种量化器。

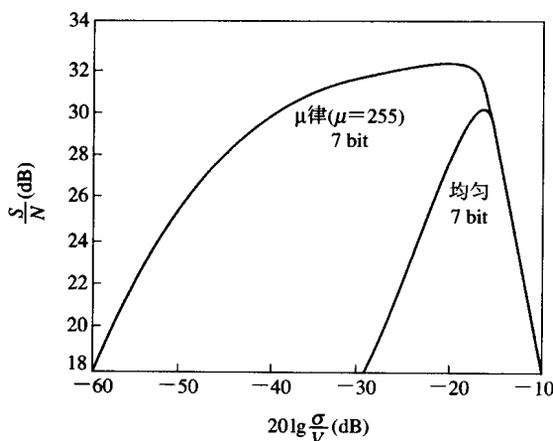


图 1.4 信噪比与负载因子的关系

### 1.2.2 压扩量化与广适量化<sup>①</sup>

上面已谈到均匀量化器的性能并不理想，其根本原因在于大多数的实际信号分布并不是均匀的。比如语言信号的分布常常用 Laplacian 分布来近似，它就表现出低电平信号的概率要大于高电平信号的概率。于是人们自然会想到应用非均匀间隔的量化器来改善性能。Bennett 在 1948 年就提出用一个非线性函数  $F(x)$  来压缩与扩展信号。输入信号首先用非线性函数  $F(x)$  “压缩”，然后再进行均匀量化，最后用非线性函数的反函数进行扩展还原而得到量化输出。这就是压扩量化器(Compendor)的基本思想，如图 1.5 所示。

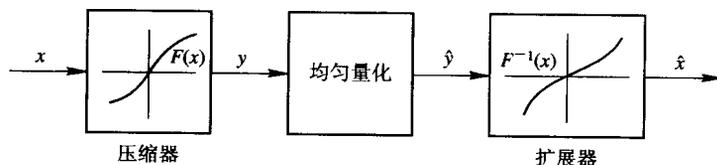


图 1.5 压扩量化原理框图

用作“压缩”的非线性函数  $F(x)$  必须具有如图 1.6 所示的函数图形，即均匀间隔被变换(压缩)成低电平处间隔密( $\Delta$  小)，高电平区域间隔疏( $\Delta$  大)的不均匀间隔分布。由于低电平信号出现概率大，量化噪声小，高电平信号出现概率小，因而虽然量化噪声变大了，但总的量化噪声还是小了，从而提高了量化信噪比。

<sup>①</sup> 广适量化的英文为 Robust Quantization, Robust 一词又译作“顽健”、“鲁棒”等，这里译作“广适”。