

■ 饶友玲 等编著

# 经管财金建模 方法及应用

—— 数学模型化：从定性把握到定量分析



清华大学出版社

• 1111111111

# 经管财金建模 方法与应用

—— 经管类数学建模案例与竞赛题解

清华大学出版社

# 经管财金建模方法及应用

——数学模型化：从定性把握到定量分析

饶友玲 等编著

清华大学出版社

北京

## 内 容 提 要

本书主要讨论关于经济、管理、财政、金融、商业以及一般社会科学活动过程(如社会流行病趋势把握等)的模型,既服务于宏观经济运行、微观经济分析,也服务于一般社会科学活动过程:既可以用来进行决策分析,也可以用来协助趋势预测。本书所涉及的模型类型和建模方法,注重于可以用方程形式表达的、通过数量方式联系变量的模型。

本书适用于相关专业学生、教师、研究人员阅读参考。

版权所有,翻印必究。举报电话:010-62782989 13501256678 13801310933

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

本书防伪标签采用清华大学核研院专有核径迹膜防伪技术,用户可通过在图案表面涂抹清水,图案消失,水干后图案复现;或将表面膜揭下,放在白纸上用彩笔涂抹,图案在白纸上再现的方法识别真伪。

### 图书在版编目(CIP)数据

经管财金建模方法及应用:数学模型化:从定性把握到定量分析/饶友玲等编著. 北京:清华大学出版社,2005.3

ISBN 7-302-09746-1

I. 经... II. 饶... III. 经济模型—建立模型—研究 IV. F224.0

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第105435号

出版者:清华大学出版社

地 址:北京清华大学学研大厦

<http://www.tup.com.cn>

邮 编:100084

社总机:010-62770175

客户服务:010-62776969

责任编辑:徐学军

封面设计:银 羽

印刷者:北京四季青印刷厂

装订者:三河市春园印刷有限公司

发行者:新华书店总店北京发行所

开 本:185×230 印张:18.5 字数:413千字

版 次:2005年3月第1版 2005年3月第1次印刷

书 号:ISBN 7-302-09746-1/F·967

印 数:1~4000

定 价:28.00元

# 前 言

一种理论只有能用数学或模型表达才更有准确性和科学性，也才更为经济。作为运用数学工具解决实际问题的最初一步，数学建模与数学科学本身的发展一样源远流长。欧几里德几何、牛顿万有引力定律等都是用数学模型的形式表达了复杂的自然关系。由于计算机和网络技术的蓬勃发展，使数学建模问题的研究有了更为广阔的空间和实际操作的可能性。<sup>①</sup>

本书主要讨论关于建立经济、管理、财政、金融、商业以及一般社会科学活动过程（如社会流行病趋势把握等）的模型问题。这些模型既服务于宏观经济运行、微观经济分析，也服务于一般社会科学活动过程；既可以用来进行决策分析，也可以用来协助趋势预测。本书所涉及的模型类型和建模方法，注重于可以用方程（或方程组）形式表达的、通过数量方式联系变量的模型，可以用数据来估计方程或方程组的参数，然后用统计方法来检验理论关系。

在本书的撰写中，作者有意识地强调了如下几点：

首先，考虑到建立社会科学模型、分析社会科学模型与通过模型指导社会政策是一个密不可分的整体，而该领域的教学研究工作国内开始重视得又相对较晚，故本书在内容安排上采取先建立模型、再讨论模型的思路。

其次，建立和分析模型从某种程度上说是一个数学方面的问题，需要数学方法作为工具，故本书尽可能多地筛选了数学工具（如图论方法、博弈方法、模糊方法、分形方法和规划方法等）。

再次，鉴于现行教学大纲对普通高等院校学生数学技能的要求，除涉及微积分和基本线性代数、数理统计的知识外，对建立和分析模型所必需的数学工具，本书在使用它们前一般都对其做了简洁的介绍。

最后，在“经管财金建模方法及应用——数学模型化：从定性把握到定量分析”发展的过程中，无论是经济、管理、财政、金融、商业，还是一般的社会科学活动，它们提供的是建立和分析模型的数据环境 and 应用空间，数学科学使得对数据环境和应用空间的表述更加严格化（以算法形式），是计算（机）技术的应用才使得其具有可操作性（如利用网络收集

---

<sup>①</sup> 如以数据挖掘为代表的基于经济或商务数据（库）、以数理统计为基础、以数学方法为手段、以网络为平台、以计算机软件为工具，来考察经济行为、预测经济发展趋势的方法更具有现实意义。它能够避免在数据整理过程中的人为的抽象，所建立起的数据模型人为影响因素更少，自动化程度也更高。

数据，借助数据库存储数据，使用程序计算数据)。

本书是集体努力的结果。程颖副教授(双学士)撰写了第2章,王耀刚副研究员(博士)参与撰写了3.1、3.3、3.4小节并撰写了第4章,王乃合(博士)撰写了第5章,其余由饶友玲撰写。硕士生盛玮和本科生郑红参与了书稿的校对工作。全书由饶友玲负责统稿。

作者的工作曾得到过张志超教授和南开大学诸多学者的大力扶持和指导,学者们严谨的治学态度令人感佩。作者还要感谢清华大学出版社蔡鸿程主编、徐学军主任和刘冰利编辑,他们提出许多宝贵的建议,使作者受益颇多。作者也要感谢康晓东先生,他除参与讨论撰写大纲外,还为本书演算手稿,并促成了本书的出版。

本书中难免有错误和缺点,希望各位读者和专家提出宝贵意见。

饶友玲

2004年春于南开大学教师公寓

# 目 录

<b>第 1 章 概述</b> .....	1
1.1 原型、模型与数据 .....	1
1.1.1 原型与模型.....	1
1.1.2 关于数据.....	3
1.2 数学模型的类型 .....	5
1.3 建立针对应用的数学模型 .....	8
1.3.1 对经济学中无差别曲线的模型描述.....	9
1.3.2 因果效应与条件不变 .....	11
1.3.3 建模的基本方法和步骤 .....	11
<b>第 2 章 典型模型应用介绍</b> .....	15
2.1 优化模型.....	15
2.1.1 产品最优价格的制定和消费者的最佳选择 .....	15
2.1.2 对动物血管分支的讨论 .....	19
2.2 线性规划模型.....	21
2.2.1 利用数学规划模型合理选课 .....	21
2.2.2 数据封套分析方法及其应用 .....	25
2.3 建立微分方程模型初步.....	31
2.3.1 典型的经济增长 .....	31
2.3.2 用 Logistic 模型分析人口问题 .....	34
2.3.3 常用的流行性传染病模型 .....	40
<b>第 3 章 微分方程的经济应用</b> .....	48
3.1 微分方程的解和稳定性.....	48
3.1.1 微分方程及其解 .....	48
3.1.2 微分方程的稳定性 .....	49
3.2 微分方程稳定性应用.....	55
3.2.1 瓦尔拉斯过程 .....	55
3.2.2 从凯恩斯体系到新古典体系 .....	57

3.3	微分方程的“差分”形式	60
3.3.1	差分下的经济蛛网模型	61
3.3.2	差分形式的 Logistic 规律	65
3.4	商品竞争性均衡	68
<b>第4章</b>	<b>确定(离散)性分析(决策)模型</b>	<b>72</b>
4.1	图论分析决策方法	72
4.1.1	图论基础	72
4.1.2	图的最小生成树和二部图匹配应用	74
4.1.3	PT图、PERT图和关键路径	81
4.2	排队论分析方法(等候线模型)	85
4.2.1	排队论基本概念	85
4.2.2	排队论分析模型应用	88
4.3	决策分析方法	90
4.3.1	决策分析模型与信息价值	90
4.3.2	多准则决策问题(层次分析法)	98
4.3.3	群体决策	110
4.3.4	$n$ 人合作对策	113
<b>第5章</b>	<b>随机分析方法及应用</b>	<b>118</b>
5.1	概率分析模型	118
5.1.1	产(物)品的存储(从确定到随机)	118
5.1.2	广告模型	123
5.2	参数估计、回归分析与判别方法	127
5.2.1	参数估计	127
5.2.2	统计回归及其分类	128
5.2.3	判别方法	134
5.3	马氏链(Markov Chain)模型	136
5.3.1	马氏链基本方程	137
5.3.2	基于马氏链模型的资金流通问题分析	139
<b>第6章</b>	<b>联立方程模型与时间序列模型</b>	<b>143</b>
6.1	联立方程模型	143
6.1.1	联立方程模型的基本形式	143
6.1.2	联立方程模型中参数估计	148



---

6.1.3	用联立方程进行模型模拟	152
6.1.4	模拟模型的动态性	154
6.2	对时间序列模型的讨论	158
6.2.1	随机时间序列模型	159
6.2.2	协整和误差纠正	161
6.2.3	时间序列模型的预测功能	164
6.3	时间序列模型应用	168
6.4	用 GAUSS 进行协整检验	170
<b>第 7 章</b>	<b>优化问题分析</b>	<b>175</b>
7.1	规划与优化	175
7.1.1	动态规划	175
7.1.2	非线性规划	181
7.1.3	将图论模型转化为规划模型	186
7.2	多阶段最优生产计划	188
7.3	对卡斯—考普曼斯模型的讨论	195
7.3.1	“无限时域”的家庭最优消费	195
7.3.2	收入征税模型的均衡及动态特征	197
7.3.3	征税的福利成本	201
7.4	消费者终身分配过程：对有限期界情形的讨论	205
<b>第 8 章</b>	<b>信息—对策(博弈)模型及其应用</b>	<b>210</b>
8.1	最基本的对策(博弈)模型	210
8.1.1	两人有限零和对策及其一般解	211
8.1.2	两人有限非零和对策	215
8.2	完全信息下的动态博弈	218
8.2.1	完全且完美信息动态博弈(逆向归纳)	218
8.2.2	完全非完美信息两阶段博弈和重复博弈	220
8.2.3	完全非完美信息动态博弈	224
8.3	非对称信息下的博弈	229
8.3.1	道德风险模型	230
8.3.2	非对称信息下的最优激励合同	234
8.3.3	逆向选择中的市场模型	239
8.3.4	信号传递与劳动力市场	242
8.4	对策(博弈)模型应用讨论	246

---

8.4.1 拍卖问题讨论	246
8.4.2 企业创新竞赛	249
<b>附录</b>	254
<b>附录 A 模糊数学及其应用</b>	254
附录 A.1 模糊集合	254
附录 A.2 模糊识别、模糊聚类与模糊线性规划	257
附录 A.3 模糊决策	262
<b>附录 B 分形数学及其应用</b>	265
附录 B.1 分形与分维	265
附录 B.2 规则分形及其应用	270
<b>附录 C 关于转型经济学中的适用模型</b>	278
附录 C.1 棘轮效应	278
附录 C.2 对经济转型道路的讨论	281
<b>参考文献</b>	284

# 第1章 概 述

客观地认识、科学地表达金融和经济规律，并对经济现象做出正确的分析，对财政政策合理地预测和可行地指导，对企业商务问题有效地把握，乃至处理一般社会科学活动过程(如社会流行病趋势把握等)是相关领域科技工作者努力追求的目标。在这些领域，通常有定性研究与定量研究两种基本方法。前者倾向于对一般规律的总体把握，其理论成果便于人们对活动和进程的方向性判断；而后者更有利于将抽象的理论具体地结合于客观实际，使之更具有可操作性。显然，一种理论只有能用数学或模型表达才更具有准确性和科学性，也才更为经济。

## 1.1 原型、模型与数据

作为运用数学工具解决实际问题的最初一步，数学建模与数学科学本身的发展一样源远流长。欧氏(欧几里德)几何、牛顿万有引力定律等都是用数学模型的形式表达了复杂的自然关系。

### 1.1.1 原型与模型

原型(Prototype)通常指人们实际讨论的财政<sup>①</sup>、金融<sup>②</sup>问题，经济分析规律或从事生产、管理的实际对象。模型(Model)则指为了某个特定目的将原型的部分信息压缩、提炼而形成的原型的替代物。

原型有各个方面和各个层次的特征，模型只要求能反映与某种目的有关的那些方面和层次。同一个原型，为了不同的目的可以有許多不同的模型。

#### 1. 模型形式

实际工作中，模型有多种形式。按用模型替代原型的方式来分类，模型可以分为物质模型(形象模型)和理想模型(抽象模型)。物质模型包括直观模型、物理模型等，理想模型有思维模型、符号模型和数学模型等。

---

① 指国家通过征税或发行公债筹款以应付政府支出的事项。

② 指一切与货币、信贷、信托、银行、有价证券的发行与买卖、投资及国外汇兑等有关的理论和业务的统称。

### (1) 直观模型

直观模型指那些将原型按比例放大或缩小尺寸后形成的模型。该类模型的特点是外观逼真。

### (2) 物理模型

物理模型主要是自然科学领域的科技工作者为一定的目的根据相似原理所构造的模型。物理模型不仅可以显示原型的外形特征，而且可以用来进行模拟实验，以间接地揭示原型的某些规律。如可用长江三峡大坝的物理模型来研究大坝内侧的积沙特点，以确定三峡大坝的正常水流，让流动的水带走泥沙，不使三峡大坝的内侧有过多的积沙。

### (3) 思维模型

思维模型指通过人们对原型的反复认识，将获取的知识以经验形式直接储存于人脑中，从而可以根据思维或直觉作出相应的决策。如汽车驾驶员对方向盘的操纵，就是靠这类模型进行的；凭经验作决策也是如此。思维模型便于接受，也可以在一定条件下获得满意的结果，但是它往往带有模糊性、片面性、偶然性等缺点，不便于人们的相互沟通。

### (4) 符号模型

根据一些约定或假设，借助于专门的符号、线条等，按一定形式组合起来描述原型。如地图、电路图，具有简明、方便、目的性强及非量化等特点。

## 2. 数学模型

数学模型(Mathematical model)是由数字、字母或其他数学符号组成的，描述现实对象数量规律的数学公式、图形或算法。数学模型也可以描述为，对于现实世界的一个特定对象，为了一个特定目的，根据特有的内存规律，做出一些必要的简化假设，运用适当的数学工具，得到的一个数学结构。建立数学模型又可以简称为数学建模(Mathematical modelling)或建模。

## 3. 数学模拟与数据挖掘

### (1) 数学模拟

数学模型与数学模拟有着密切的关系。数学模拟是运用数字式计算机的计算机模拟(Computer simulation)，数学模拟是根据实际系统或过程的特性，按照一定的数学规律用计算机程序语言模拟实际运行状况，并依据大量模拟结果对系统或过程进行定量分析。计算机模拟有明显的优点：成本低、时间短、重复性高、灵活性强。

数学模型在某种意义上描述了对象内在特性的数量关系，结果容易推广，计算机模拟则完全模仿对象的实际演变过程，难以从得到的数字结果分析对象的内在规律。对于那些因内部机理过于复杂，目前尚难以建立数学模型的实际对象，用计算机模拟获得一些定量的结果，可称作是解决问题的有效手段。

### (2) 数据挖掘

数据挖掘(又称数据库中的知识发现——Knowledge discovery in dataBases, KDD)是对计算机模拟技术的发展。数据挖掘是近年来伴随着人工智能和数据库技术发展而出现的

一门新兴技术。它可以帮助人们从大量的数据中提取出隐含的、以前鲜为人知的、可信而有效的知识。借助数据挖掘技术能够对数据进行再分析,以获得更加深入的信息,从而辅助决策。

可以利用数据挖掘技术来实现如下的任务:

① 可以利用数据挖掘技术进行探索性数据分析(Exploratory data analysis, EDA)。

探索性数据分析的宗旨是对数据进行探索,在探索时对要寻找什么并没有明确的想法。EDA技术是交互式的和可视化的。

② 数据挖掘技术有助于描述建模(Descriptive modeling)。

这里,描述模型的目标是描述数据(或产生数据的过程)的所有特征。

③ 用数据挖掘技术预测建模(Predictive modeling)。

预测建模是建立这样的—个模型,该模型允许根据已知的变量值来预测其他某个变量值。在分类中,被预测的变量是范畴型的,而在回归中被预测的变量是数量型的。

④ 用数据挖掘技术寻找模式和规则。

有一些数据挖掘应用是致力于模式探测的,如寻找明显不同于其他点的数据点。另一个应用是发现以前未知的对象。还有一个应用就是在交易数据库中发现频繁出现的数据组合

如何决定哪个因素真正导致了异常行为,也就是孤立点检测问题。常采用基于关联规则(Association rule)的算法技术来解决这样的问题。

⑤ 用数据挖掘技术实现根据内容检索。

根据内容检索时,用户希望在数据集中找到相似的模式。这种任务对于文本和图像数据集应用最普遍。对于文本,模式可能是一系列关键字、一幅样本图像、一幅图像的草图或一幅图像的描述,此时相似性的定义都非常关键,但搜索策略的细节也很重要。

尽管上面的各种任务彼此间有明显的差异,但也有很多共同的特征。很多任务都具有“任意两个数据向量间的相似性或者距离”的概念。还有另一个共同点是评分函数的思想(用来评估一个模型或模式拟合数据的好坏程度)。

## 1.1.2 关于数据

模型是针对特定原型的,建立模型需要数据,定量分析也需要数据的支持。

在建模中经常会遇到以下几种重要的数据结构。

### (1) 横截面数据

横截面数据集(Cross-sectional data set)就是在给定时点对个人、家庭、企业、城市、国家或一系列其他单位采集的样本所构成的数据集。有时,所有单位的数据并非完全对应于同一时间段。

横截面数据的一个重要特征是,可以假定,它们是从样本背后的总体中通过随机抽样

(Random sampling)而得到的。

当抽取的样本(特别是地理上的样本)相对总体而言太大时,可能会导致某些数据偏离随机抽样的情况。<sup>①</sup>如,如果想用工资率、能源价格、公司和财产税、所提供的服务、工人的质量及其他有关特征来解释各城市间新的商业活动,那么,邻近城市之间的活动不可能相互独立。

横截面数据被广泛地应用于经济学和其他社会科学领域之中。横截面数据分析与诸如劳动经济学、公共财政学、产业组织理论、城市经济学、人口和健康经济学等应用领域有密切联系。

### (2) 时间序列数据

时间序列数据集(Time series data set)是由一个或几个变量的不同时间段的观测值所构成的。时间序列数据包括股票价格、货币供给、消费者价格指数、国内生产总值、销售数量等。由于过去的事件可以影响到未来的事件,而且行为滞后在社会科学中又相当普遍,所以时间是时间序列数据集中的一个重要维度。与横截面数据的排序不同,时间序列对观测值按时间先后排序也传递了潜在的重要信息。

时间序列数据有一个关键的特征,使得对它的分析比横截面数据的分析更为困难,即很难使得数据的观测独立于时间。<sup>②</sup>

时间序列数据的另一个特征是要考虑数据搜集中的数据频率,最常见的频率是每天、每周、每月、每个季度和每年。

### (3) 混合横截面数据

有些数据既有横截面数据的特点又有时间序列的特点,这样的数据统称为混合横截面数据(Pooled cross section)。把不同年份的横截面数据混合起来,通常是分析一项新财政政策影响的有效方法。

对混合横截面数据的分析与对标准横截面数据的分析十分相似,不同之处在于,前者通常要对变量在不同时间的现实差异作出解释。

### (4) 纵列或纵剖面数据

综合数据(Panel data)(或纵剖面数据)集指由横截面数据集中每个数据的一个时间序列组成的数据。如对一系列企业诸如投资和财务数据等搜集了5年的信息就是综合数据(有些纵列数据也可以以地理上的单位来搜集)。

纵列数据有别于混合横截面数据的关键特征是,同一横截面数据的数据单位都被跟踪了一段特定的时期。

纵列数据要求同一单位不同时期的重复观测,所以要得到纵列数据(特别是那些个人、家庭和企业的数据库),比得到混合纵列数据更困难。对同样的观测单位观测一段时间应该

① 此时,总体不够大,所以不能合理地假定观测值是独立抽取的。

② 实际应用中,许多数量分析程序既能用于横截面数据,又能用于时间序列数据。

比横截面数据甚至混合横截面数据有一些优越性。对同一单位的多次观测，使人们能控制个人、企业等观测单位本身具有而人们通常又观测不到的特征。纵列数据的第二优点是，它通常使人们能研究决策行为和结果滞后的重要性。由于预期许多经济政策在一段时间之后才产生影响，所以纵列数据所反映的信息就更有意义。

## 1.2 数学模型的类型

数学模型可以按照不同的方式予以分类。

### (一) 数学模型的基本分类

#### 1. 按照模型的应用领域分类

数学模型可以按照模型的应用领域(或所属学科)分成人口模型、交通模型、环境模型、生态模型、城镇规划模型、水资源模型、再生资源利用模型、污染模型、流行病学等范畴。也可以按照所形成的边缘学科分为生物数学、医学数学、地质数学、计量经济学、数学社会学等。

#### 2. 按照建立模型的数学方法分类

数学模型按照其建立(或所属数学分支)的方法可以分为初等模型、几何模型、微分方程模型、统计回归模型、数学规划模型等

#### 3. 按照模型的表现特性分类

##### (1) 数学模型可以分为确定性模型和随机位模型

辨别确定性模型还是随机位模型的主要依据是看其是否考虑随机因素的影响。<sup>①</sup>

##### (2) 静态模型和动态模型

数学模型分为静态模型和动态模型，主要取决于其是否已经考虑时间因素引起的变化。

##### (3) 线性模型和非线性模型

数学模型分为线性模型和非线性模型的依据是基于模型的基本关系，如微分方程是否是线性的等。

##### (4) 离散模型和连续模型

数学模型是离散的还是连续的，主要看模型中的变量(主要是时间变量)取为离散的还是连续的。

虽然从本质上讲大多数实际问题是随机性的、动态的、非线性的，但是由于确定性、静态、线性模型容易处理，并且往往可以作为初步的近似来解决问题，所以建模时通常要

<sup>①</sup> 随着数学的发展，近年来又有所谓突变性模型和模糊性模型。

先考虑确定性、静态、线性模型。

连续模型便于利用微积分方法求解析解、作理论分析；离散模型便于在计算机上作数值计算，所以模型的选择要视具体问题而定（在具体的建模过程中将连续模型离散化，或将离散变量视作连续处理的，也是常采用的方法）。

#### 4. 按照建模目的分类

按照建模目的，数学模型又有描述模型、预报模型、优化模型、决策模型和控制模型之分。

#### 5. 按照对模型结构的了解程度分类

按照对模型结构的了解程度，数学模型分为白箱模型、灰箱模型和黑箱模型。

所谓“箱”，是把研究对象比喻成一只箱子里的机关，要通过建模来揭示它的奥妙。

诸如为解决力学、热学、电学等一些机理相当清楚的学科描述的现象以及相应的工程技术问题，模型大多已经基本确定，所需要深入研究的主要是优化设计和控制等问题。研究此类问题的模型是白箱模型。

“灰箱”主要指为描述生态、气象、经济、交通等领域中机理尚不十分清楚的现象而建立的模型。以此类推，“黑箱”主要指为生命科学和社会科学领域中机理很不清楚的现象而建立的模型。

## （二）财政、经济中常用的数学模型形式

### 1. 用于预测或政策分析目的的模型

财政、经济中用于预测或政策分析的模型主要有三类。

#### （1）时间序列模型

在时间序列模型中，假设对是什么引起所研究的变量发生变化一无所知，所以研究时间序列的过去行为，以期对它的未来行为作出某种推测。用来生成预测的方法可能是诸如线性外推法的简单确定性模型，或是用于适应性预测的复杂随机模型。

使用时间序列分析的一个常用的例子是用过去趋势的简单外推法来预测产品销售量、人口增长、短期利率变化等经济变量。在对所预测的过程本身知之甚少时，使用时间序列模型是特别有用的。

时间序列模型结构的局限性使得它们只能在短期内是可靠的。

#### （2）单方程回归模型

在这类模型中，被研究的变量由有若干解释变量的单个（线性或非线性）函数所解释。这个方程常常依赖于时间（即时间指标以显式形式出现在模型当中），因此能够依其所研究的变量在不同时间关于一个或多个解释变量的变化的反应进行预测。

单方程回归模型应用比较典型的是在联系某利率（如3个月国债利率）研究诸如货币供给量、通货膨胀率以及国民生产总值变化率的单个方程时。

#### （3）多方程模型



在这类模型中，被研究的变量可能是若干解释变量的一个函数，这些变量彼此相关，同时也通过一组方程与被研究的变量相关。多方程模型的建造由一组单个关系的确认开始，每一个关系都要对已有的数据进行拟合。模拟就是在一定的时间范围内对这些方程进行联立求解的过程。

利用多方程模型可以讨论在给定关于国民总收入、利率假设的情况下，外部经济变量对国民总收入、消费者价格指数、利率等的影响。

多方程模型假定能够在很大程度上解释被研究的实际过程。模型不仅要确认每一个关系，还要考虑所有相互关系的相互作用。因此，一个  $n$  方程模型实际上包含着比  $n$  个单个方程的总和更多的信息。

模型类型的选择涉及时间、费用以及所需要的精度之间的权衡。建造一个多方程联立模型可能需要花费大量的时间和财力，这种努力的回报包括对各关系的更深刻的理解。

作为一般性原则，在对所研究的变量的影响因素知之甚少或一无所知，能够获得大量的数据，同时模型主要用于短期预测时，通常会选择建立时间序列模型。

## 2. 成本、收益和利润模型

很多定量分析模型，通常都包括一定变量的关系，如产量或销售额与成本、收益和利润之间的关系。通过使用这个模型，管理者可以根据定好的产量或销售额来决定项目的成本、收益以及利润。

### (1) 成本数量模型

生产或制造产品的成本是生产数量的函数。通常将成本分成两部分：固定成本和可变成本。固定成本指不随产量变化的那部分成本。无论生产多少产品，固定成本总是一个定值。可变成本就不同了，它随产量的变化而变化。

设公司生产各种样式塑料盒，且各种产品可以在同一个生产线上制造出来，如果有新产品上马，那么就需要对生产线进行改造，这个成本称为建造成本。假设塑料盒的模具成本是 5000 元，这个成本就是固定成本，不随产量的变化而变化。再假设每件产品的劳动力和材料成本是 2 元。那么，制造  $x$  件产品数量模型如下

$$C(x) = 5000 + 2x \quad (1-1)$$

式 1-1 中， $x$  为产品的制造数量， $C(x)$  为生产  $x$  件产品的成本。

在实际生产过程中，产量一旦确定下来，就可以根据式 1-1 求出总成本。

边际成本是指在产量变化时，总成本的变化率。即，当多生产 1 件产品时，总成本的增量。在模型式 1-1 中，每多生产 1 件产品时，总成本就会增加 2 元。对于一个比较复杂的模型，边际成本可能会随产量的变化而变化。可以通过改变产量的方法，使边际成本增加或减少。

### (2) 收益数量模型

假设塑料盒的售价是 5 元。那么销售出  $x$  件产品的总收益就是

$$R(x) = 5x \quad (1-2)$$