

建筑施工测量

JIANZHU SHIGONG CELIANG

赵泽平 编著



黄河水利出版社

建筑施工测量

赵泽平 编著

黄河水利出版社

内 容 提 要

本书全面系统地介绍了建筑施工测量的基本原理和基本方法。全书共分十三章,内容包括:绪论、测量学基本知识、角度测量和经纬仪、距离测量、高程测量、施工控制网的建立、建筑施工放样的基本方法、民用建筑施工测量、高层建筑施工测量、工业建筑施工测量、竣工测量及竣工(现状)总图的测量与编绘、线路工程测量和建筑物变形观测。本书可作为建筑施工测量的岗位培训教材,也可作为有关施工人员和大专院校师生的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

建筑施工测量/赵泽平编著. —郑州:黄河水利出版社,
2005.8

ISBN 7-80621-941-2

I. 建… II. 赵… III. 建筑测量 IV. TU198

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 081060 号

出 版 社:黄河水利出版社

地址:河南省郑州市金水路 11 号

邮政编码:450003

发行单位:黄河水利出版社

发行部电话:0371-66026940

传真:0371-66022620

E-mail:yrp@public.zz.ha.cn

承印单位:黄河水利委员会印刷厂

开本:787 mm×1 092 mm 1/16

印张:16

字数:370 千字

印数:1—2 500

版次:2005 年 8 月第 1 版

印次:2005 年 8 月第 1 次印刷

书号:ISBN 7-80621-941-2/TU·60

定价:28.00 元

前 言

施工测量是工程施工各阶段先导性工序和工程施工的基础性工作,它贯穿于施工的全过程。施工测量同时又是保证工程平面位置、高程、垂直度、形状和尺寸等符合设计和施工要求的重要手段,它直接关系到工程的质量和施工进度。

施工测量质量的高低,施工测量人员和技术素质是关键,为了提高建筑施工测量人员的技术水平,确保建筑工程施工质量,河南省建设厅根据建设部要求,将对全省建筑工程施工测量人员进行岗位培训,实行持证上岗。本教材就是为了配合岗位培训而编写的。

《建筑施工测量》比较详细地介绍了施工测量的基本原理和基本方法。在编写中力求理论联系实际,紧密结合当前建筑工程施工的状况和有关规范的要求。

在编写过程中参考引用了有关文献资料和图表,听取了同行专家的意见,在此向文献作者和有关同行专家表示感谢。

由于时间紧和编者水平有限,书中缺点和错误在所难免,恳请读者批评指正。

编著者

2004 年 12 月于郑州

目 录

第一章 绪论	(1)
§ 1-1 建筑施工测量的概念	(1)
§ 1-2 建筑施工测量的内容	(1)
§ 1-3 施工测量的特点和程序	(2)
§ 1-4 施工测量的制度及职责	(2)
第二章 测量学基本知识	(4)
§ 2-1 坐标系统	(4)
§ 2-2 高程基准	(6)
§ 2-3 地图及其比例尺	(6)
§ 2-4 测量误差基本知识	(7)
第三章 角度测量和经纬仪	(16)
§ 3-1 角度测量的概念	(16)
§ 3-2 经纬仪的构造	(17)
§ 3-3 角度观测	(20)
§ 3-4 经纬仪的检验与校正	(27)
§ 3-5 水平角观测误差与注意事项	(29)
第四章 距离测量	(32)
§ 4-1 钢尺量距	(32)
§ 4-2 电磁波测距	(36)
第五章 高程测量	(43)
§ 5-1 水准测量的原理	(43)
§ 5-2 水准仪的构造	(44)
§ 5-3 水准仪的使用	(48)
§ 5-4 水准测量的方法	(50)
§ 5-5 水准测量的成果计算	(52)
§ 5-6 水准测量的误差及注意事项	(55)
§ 5-7 水准仪的检验与校正	(57)
§ 5-8 精密水准仪和自动安平水准仪	(60)
§ 5-9 三角高程测量	(63)
第六章 施工控制网的建立	(66)
§ 6-1 控制测量的概念	(66)
§ 6-2 平面控制测量	(66)

§ 6-3	导线测量	(70)
§ 6-4	建筑方格网的测设	(79)
第七章	建筑施工放样的基本方法	(82)
§ 7-1	概述	(82)
§ 7-2	基本元素的放样	(83)
§ 7-3	直角坐标法和极坐标法放样点位	(88)
§ 7-4	角度前方交会法放样点位	(94)
§ 7-5	距离交会法放样点位	(98)
§ 7-6	方向线交会法放样点位	(100)
§ 7-7	轴线交会法放样点位	(102)
§ 7-8	正倒镜投点法放样点位	(104)
第八章	民用建筑施工测量	(106)
§ 8-1	概述	(106)
§ 8-2	建筑物定位测量	(107)
§ 8-3	建筑物放线	(108)
§ 8-4	建筑物基础施工测量	(110)
§ 8-5	墙体工程施工测量	(111)
§ 8-6	多层建筑物的轴线投测和标高传递	(112)
第九章	高层建筑施工测量	(115)
§ 9-1	概述	(115)
§ 9-2	建(构)筑物主轴线定位	(116)
§ 9-3	轴线竖向测量	(118)
第十章	工业建筑施工测量	(123)
§ 10-1	建筑场地平整测量	(123)
§ 10-2	厂房矩形控制网建立	(128)
§ 10-3	厂房基础施工测量	(130)
§ 10-4	厂房结构安装测量	(138)
第十一章	竣工测量及竣工(现状)总图编绘与实测	(142)
§ 11-1	概述	(142)
§ 11-2	平面和高程控制测量	(146)
§ 11-3	建筑物、构筑物测量	(149)
§ 11-4	铁路和道路测量	(153)
§ 11-5	工程管网与电力、电信线路测量	(159)
§ 11-6	竣工(现状)总图和管道综合图的编绘	(162)
第十二章	线路工程测量	(168)
§ 12-1	公路工程测量概述	(168)
§ 12-2	中线测量	(171)
§ 12-3	圆曲线元素计算和主点测设	(174)

§ 12-4	圆曲线的详细测设	(177)
§ 12-5	缓和曲线的测设	(182)
§ 12-6	纵、横断面测量	(190)
§ 12-7	线路施工测量	(196)
第十三章	工程建筑物变形观测	(203)
§ 13-1	概述	(203)
§ 13-2	变形观测的精度要求	(205)
§ 13-3	变形观测控制网的建立	(206)
§ 13-4	沉降观测	(218)
§ 13-5	水平位移观测的几种方法	(228)
§ 13-6	倾斜观测	(234)
§ 13-7	挠度观测	(239)
§ 13-8	裂缝观测	(245)
参考文献		(247)

第一章 绪 论

§ 1-1 建筑施工测量的概念

工程建设一般分为勘测设计、建筑施工和营运管理三个阶段。为工程建设所进行的各种测量工作称为工程测量。按工程建设的顺序和性质,工程测量工作又分为勘测设计阶段的测量工作、施工阶段的测量工作和营运管理阶段的测量工作。

建筑施工测量就是在工程施工阶段,建立施工控制网,在施工控制网点的基础上,根据施工的需要,将设计的建筑物和构筑物的位置、形状、尺寸及高程,按照设计和施工要求,以一定的精度测设到实地上,以指导施工。在施工过程中,要定期对工程建筑物、构筑物进行沉降和变形测量,随时掌握工程建筑物和构筑物的稳定情况,为施工和今后工程建筑物、构筑物的使用和维护提供资料。工程竣工后,还要进行竣工测量和编绘竣工图。

因此,施工测量是整个工程施工的先导性工作和基础性工作,它贯穿施工的全过程,直接关系到工程建设的速度和工程质量。

§ 1-2 建筑施工测量的内容

施工测量贯穿于工程施工的全过程,按工程建设的顺序,其主要内容有:

一、施工准备阶段

在施工准备阶段,测量人员要严格审读图纸,掌握工程建设的规模、要求,以及与周边建筑物、构筑物的相互关系。认真察看和复核由设计单位移交的测量控制点点位、数据。

在已有控制点的基础上,根据设计和施工的要求,结合现场具体情况,制订严密的施工测量方案。确定坐标系统和高程基准,建立施工控制网。

二、施工阶段

在施工阶段,根据施工进度要求进行施工放线,包括建筑物定位、轴线测设、竖向控制和高程测设等,在实地上作出施工控制标志,使工程建筑物严格按设计位置进行建设,在施工的不同工序之间,还要进行检查和验收。

在施工过程中,还要对建筑物、构筑物的有关部位进行沉降观测和水平位移观测,以随时掌握其稳定情况和变化规律。

三、竣工阶段

工程竣工以后,要进行竣工验收测量,主要是检测工程建筑物的有关部位的实际平面

位置、高程、垂直度以及相关尺寸,并与设计数据进行比较,是否满足设计要求,为评定工程质量提供资料。

工程全部竣工后,根据设计资料和竣工验收测量资料,编绘工程竣工图,为工程的使用和维护提供依据。

§ 1-3 施工测量的特点和程序

大家知道,工程勘测设计阶段的测量工作,主要是测绘大比例尺地形图,即将地面上的地物、地貌的位置、高程测绘在图纸上,为工程设计提供资料,而施工测量主要是进行施工放样,它与测绘地形图相反,是将图纸上设计的建筑物、构筑物,按其设计位置标定在实地上,为工程施工提供依据。

施工测量是直接为工程施工服务的,施工测量工作中的任何一点微小差错,都将直接影响工程的质量和进度,甚至会造成不可挽回的损失。因此,要求施工测量要正确无误。

由于施工测量贯穿于整个施工期间,特别是大型工程,建筑物多,结构复杂,为了保证施工测量的精度和避免施工干扰,要求施工测量必须按照一定的程序有条不紊地进行。

在设计工程建筑物时,首先作出建筑物的总体布置,确定各建筑物的主轴线位置及其相互关系,然后在主轴线的基础上确定各辅助轴线。根据各轴线再确定建筑物的细部位置、形状和尺寸等。这就是工程建筑物由整体到局部的设计过程。

施工测量也遵循由整体到局部的原则。通常首先建立场区施工控制网、由场区施工控制网再建立建筑物控制网或建筑物的主轴线。然后根据建筑物的几何关系,放样出辅助轴线,最后放样出建筑物的细部位置和尺寸。采用这样的施工测量程序,就能保证各建筑物之间和建筑物各元素之间的几何关系。

§ 1-4 施工测量的制度及职责

施工测量直接关系到工程建筑的速度和工程的质量。因此,对施工测量提出了严格的要求,这些要求包括:建立健全规章制度,明确岗位责任制。

一、建立健全管理制度

建立健全施工测量管理制度,是搞好施工测量和提高施工质量的前提和保障。这些管理制度应包括:

- (1)施工测量管理机构的设置及其职责。
- (2)各级岗位责任制度及职责分工。
- (3)人员培训与考核制度。
- (4)测量成果及资料的管理制度。
- (5)自检复线及验线制度。
- (6)交接桩及护桩制度。

(7)仪器检校及维护保管制度。

(8)仪器操作及安全作业制度。

二、施工测量管理人员的工作职责

(1)项目工程师:对工程的测量放线工作负技术责任,审核测量方案,组织工程各部位的验线工作。

(2)技术员:领导测量放线工作,组织放线人员学习有关规定,校核图纸和有关数据,编制测量放线方案。

(3)质检员:参加工程各部位的测量验线工作,并参与签证。

(4)施工员:对工程的测量放线工作负直接责任,参加各分项工作的交接检查、负责填写工程预检单并参与签证。

三、施工测量记录计算的基本要求

(一)对施工测量记录的要求

(1)测量记录应原始真实,数字正确,内容完整,字体工整。

(2)记录应填写在规定的表格中,表中项目要记录完整。

(3)记录应在现场随测随记,不准转抄。

(4)记录字体要工整、清楚、整齐,对于记错或读错的秒值或厘米以下的数字应重测;对于记错、读错分位以上或厘米以上数字,以及计算错的数字,也不得涂改,应将错字画一斜线,将正确的数字写在错数字的上方。

(5)记录中数字的取位应一致,并反映观测的精度。

(6)记录中的草图(示意图),应在现场勾绘,并注记清楚、详细。

(7)测量的各种记录、计算手簿,应妥善保管,工程结束后统一归档。

(二)对施工测量计算的要求

(1)施工测量的各项计算,应依据可靠,方法正确、计算有序、步步校核、结果可靠。

(2)在计算之前,应对各种外业记录、计算进行检核。严防测错、记错或超限出现。

(3)计算中应做到步步校核,校核的方法可采用复算校核、对算校核、总和校核、几何条件校核和改变计算方法校核。

(4)计算中的数字取位,应与观测精度相适应,并遵守数字的“四舍、六入,逢五单进双不进”取舍原则。

第二章 测量学基本知识

§ 2-1 坐标系统

测量工作的实质就是确定地面点的空间位置,地面点的空间位置一般用坐标和高程来表示。

坐标就是在参考系中表示点位的一组有序的数据。这个参考系就称为坐标系,在测量中常用的坐标系有大地坐标系、地心坐标系、高斯-克吕格平面直角坐标系和建筑坐标系。

一、大地坐标系

大地坐标系的基准是椭球面及其法线。如图 2-1 所示,以过格林尼治的子午面与赤道的交点为原点,用大地经度 L 、大地纬度 B 和大地高 H 表示椭球面上某点的位置,大地经度从过格林尼治子午面起算,向东为正,向西为负。大地纬度由赤道面起算,向北为正,向南为负。例如 P 点的大地坐标为 (L, B, H) 表示过 P 点的子午面与起始子午面的二面角为 L ,过 P 的法线与赤道面的夹角为 B , P 点的大地高为 H 。

二、地心坐标系

地心坐标系是以地球的质心 O 为原点,以地球平均自转轴为 Z 轴(向北为正),以起始子午面与赤道面的交线为 X 轴,在赤道面上与 X 轴正交的方向为 Y 轴,构成右手直角坐标系 $O-XYZ$ 。如图 2-2 所示,地面上一点 P 的位置可用 (X, Y, Z) 表示。

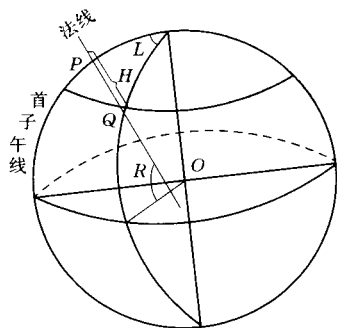


图 2-1 大地坐标系

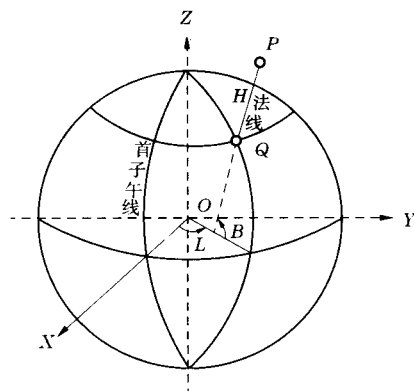


图 2-2 地心坐标系

三、高斯-克吕格平面直角坐标系

由于大地经纬度表示的大地坐标是一种椭球面上的坐标,不能直接用于测图和施工放样,必须按一定的数学方法转换成平面直角坐标。根据高斯-克吕格投影方法建立的平面坐标系,称为高斯-克吕格平面直角坐标系,或简称高斯平面坐标系。

高斯-克吕格投影为正形投影(等角投影或相似投影)的一种,中央子午线和赤道投影后为一直线且长度不变,因此高斯-克吕格投影是一种等角横切圆柱体投影。高斯-克吕格坐标系规定,以中央子午线的投影为纵坐标轴(X 轴),以赤道的投影为横坐标轴(Y 轴),两轴的交点 O 为坐标原点。纵坐标 X 以赤道起算,向北为正,向南为负;横坐标 Y 以中央子午线起算,向东为正,向西为负,为避免 Y 值出现负值, Y 坐标加一常数500km。

高斯投影按经度分带进行投影,带宽一般为 6° 、 3° 和 1.5° 三种,每带都有自己的坐标轴和原点。为了在坐标中反映带号,在横坐标 Y 值前冠以带号 N 。

高斯-克吕格平面直角坐标(X 、 Y)和大地坐标(L 、 B)可以互相换算。

四、建筑坐标系

在工程建设中,为了设计和施工方便,通常采用建筑坐标系,也称施工坐标系或独立坐标系。它的坐标轴一般与主要建筑物轴线或主要工艺流程中心线相平行。

在建筑场地上,有时施工坐标系与测图坐标系不一致,例如测图时采用的是高斯坐标系,而施工时用的是建筑坐标系,这时就需要进行坐标换算,或由施工坐标系坐标换算成高斯坐标系坐标,或由高斯坐标系坐标换算成施工坐标系坐标。

如图2-3所示,设 P 点在 XOY 坐标系的坐标为 x 、 y ,在 $X'O'Y'$ 坐标系的坐标为 x' 、 y' 。

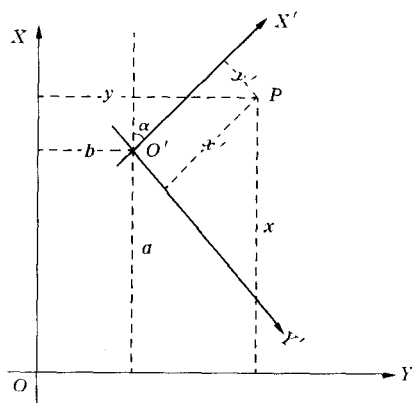


图 2-3 坐标换算

$$\text{则} \quad \begin{cases} x = a + x' \cos \alpha - y' \sin \alpha \\ y = b + x' \sin \alpha + y' \cos \alpha \end{cases} \quad (2-1)$$

$$\text{或} \quad \begin{cases} x' = (y - b) \sin \alpha + (x - a) \cos \alpha \\ y' = -(y - b) \cos \alpha - (x - a) \sin \alpha \end{cases} \quad (2-2)$$

式中 a 、 b —— $X'O'Y'$ 坐标系原点在 XOY 坐标系中的坐标;

α ——两坐标系坐标轴的交角。

坐标转换参数 a 、 b 和 α ,一般由设计单位给出,也可由两个已知点(同时具有两个坐标系中的坐标)数据求得。

设两已知点 P_1 和 P_2 在两坐标系的坐标分别为 (x_1, y_1) , (x'_1, y'_1) , 和 (x_2, y_2) , (x'_2, y'_2) 。

$$\text{则} \quad \alpha = \arctan \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} - \arctan \frac{y'_2 - y'_1}{x'_2 - x'_1} \quad (2-3)$$

$$\left. \begin{aligned} a &= x_1 - x'_1 \cos \alpha - y'_1 \sin \alpha \\ b &= y_1 - x'_1 \sin \alpha + y'_1 \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (2-4)$$

如果工程建设范围较大,测区内同时具有两个坐标系坐标的已知点超过两个以上,这时可按最小二乘法原理推求精确的坐标转换参数。

§ 2-2 高程基准

一、大地水准面

地球表面水域面积占 71%,陆地面积仅占 29%,我们选择静止的平均海水面,即不考虑潮汐和风波影响的平均高度海水面,向四处延伸,穿过陆地而形成的完整的闭合曲面作为基准面,称此曲面为大地水准面,由它包围的形体叫大地体。

如此选择的大地水准面,具有一定的物理意义。因为水面欲达静止而不流动,必须满足该面处处与铅垂线正交,而铅垂线即重力线的方向和大小,取决于引力和向心力的大小。但由于地球内部物质分布极不均匀,从而使地面诸点的引力和铅垂线方向呈现无规则分布,因此大地水准面又是一个略有起伏的不规则的封闭曲面。

二、高程

地面点至大地水准面的垂直距离,称为该点的高程。

我国在 1987 年以前,采用初始黄海平均海水面为大地水准面,它是根据青岛验潮站 1950~1956 年对黄海的验潮资料而确定的,并设其高程为零。联测了设在基岩上的“水准原点”标志的高程,水准原点标志的高程为 72.289m,并以此作为全国高程的起算点。凡由此为起算点推算的高程,称为“1956 年黄海高程系”的高程。

随着验潮资料的积累,为了提高大地水准面的精确度,国家又根据青岛验潮站 1950~1979 年的验潮资料,经精确计算,于 1985 年重新确定了黄海平均海水面的位置,重新联测了“水准原点”的高程,这时水准原点高程为 72.260m,并决定从 1988 年起,一律按此高程推算全国各点的高程,凡由此推算的高程,称为“1985 年国家高程基准”。

§ 2-3 地图及其比例尺

一、地图

我们在工程建设中经常接触到地图,那么什么叫地图呢?地图就是地球表面自然和社会现象的缩写。

由于地球表面的自然和社会现象是多种多样的,地图上不可能也没有必要全部表示,它必须依照用图目的的不同,进行取舍和综合。同时,为了在地图上进行长度(距离)、角

度、高度、面积和坐标等计算,地图必须按一定的要求进行测绘。

因此,地图就是按一定的数学法则,用特定的图式符号、颜色和文字注记,将地球表面的自然和社会现象,按一定的程序测绘在平面上的图。

地图根据其表示的内容、使用对象、投影方式和测制方法的不同,又可分为不同的图种。在测量学范围内,在工程建设中使用较多的地图有:地形图、平面图和地籍图。

(一)地形图

地形图,是普通地图中最主要的图种。它是以用高斯平面直角坐标数据和黄海高程数据表示的各级控制点为依据,按一定的比例尺展绘在图纸上,然后测出地物、地貌相对于这些控制点的关系位置(平面位置和高程位置),并依同一比例尺展绘在图纸上,最后用规定的符号、注记和等高线表示出这些地物、地貌的位置和起伏状态而得到的地图。

(二)平面图

平面图一般只表示地物,而不表示地貌的起伏状态。它一般属于用普通地图图式表示某类特定地物的专题图。平面图的测绘方法和地形图的测绘方法相同。

(三)地籍图

地籍图是以表示土地位置、数量、质量、数据和用途等基本状况为主的专题图,一般只表示与土地数据和利用现状有关的地物,而不表示地貌的起伏状态。地籍图的测绘方法和地形图的测绘方法基本相同。地籍图主要用于土地资源及房地产管理。

二、地图比例尺

地图上任意一线段 l 的长度与地面上相应线段水平距离 L 的实际长度之比,称为地图的比例尺。

比例尺一般用分子为 1,分母为一整数的分数式表示,如图上长度为 l ,相应实地水平距离为 L ,则该图的比例尺为

$$\frac{1}{M} = \frac{l}{L} \quad (2-5)$$

式中 M 为比例尺分母,显然,分母 M 愈小,比例尺就愈大;反之,分母 M 愈大,比例尺就愈小。

在工程建设中主要使用大比例尺地图,其比例尺一般为 1:500、1:1 000、1:2 000 和 1:5 000 等。

§ 2-4 测量误差基本知识

测量工作实践表明,对某一个量,例如一个角度,一段距离或一段高差等进行多次观测,尽管使用了如何精密的仪器和采用了合理的观测方法,并且观测工作进行得十分认真、仔细,然而,所得各次观测结果往往不可避免地存在着差异。这就说明了观测结果中含有测量误差。

本节就测量误差的基本概念作一介绍。

一、测量误差

(一)测量误差产生的原因

任何一个观测数据,都是由观测者使用某种仪器或工具,按照一定的操作方法,在一定的外界条件下获得的。因此,测量误差产生的原因主要有以下三个方面:

(1)测量工作所使用的仪器和工具,尽管经过了严格的检验和校正,但还会存在残余误差,它不可避免地会给观测值带来影响。

(2)在测量过程中,观测人员无论操作如何认真仔细,但由于人的感觉器官鉴别能力的限制,在进行仪器的安置、瞄准、读数等工作时,都会产生一定的误差。同时,观测员的技术水平也会对观测结果产生不同的影响。

(3)测量工作是在一定的外界环境中进行的,外界环境中的自然条件,例如湿度、温度、风力等的变化,都会给测量带来误差。

(二)误差的分类

测量误差按其性质的不同,可分为系统误差和偶然误差两大类。

1. 系统误差

在相同的观测条件下,对某量进行了一系列观测,如果观测误差的数值大小和符号呈现一致性,即按一定的规律变化或保持为常数,这种误差称为系统误差。例如,用 30m 钢尺量距时,若钢尺的名义长度比实际长度差 Δl ,那么用这把钢尺量得的距离 D ,包含有 $\Delta l \cdot D/30$ 的误差,这种误差在测量成果中具有累积性,并与测量值的大小成正比。又如,在水准测量中,若水准仪的水准管轴不平行于视准轴,这时就会产生误差,这种误差的大小与视距长度成正比,在水准测量成果中也具有累积性。

由此可见,系统误差具有一定的规律性,我们只有认识了系统误差产生的原因和掌握了它的规律后,就可以通过计算进行系统误差改正,或采用适当的观测方法在观测成果中抵消或减弱其影响。例如上述的钢尺量距,可进行钢尺的尺长改正以消除钢尺长度误差对丈量距离的影响;用前、后视距相等的水准测量方法,以消除水准仪水准轴不平行于视准轴的误差对观测高差的影响。

2. 偶然误差

在相同的观测条件,对某量进行了一系列观测,如果观测误差的数值大小和符号都不一致,即表面上看不出任何规律,这种误差称为偶然误差。例如,钢尺量距中毫米估读数,水平角观测时目标的瞄准误差等,这都属于偶然误差。

偶然误差表面上似乎没有规律,但随着观测次数的增加,大量的偶然误差都具有一定统计规律,特别是观测次数越多,这种规律越明显。偶然误差的统计规律有:

- (1)在一定的观测条件下,偶然误差的绝对值不会超过一定的限值。
- (2)绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的可能性大。
- (3)绝对值相等的正误差与负误差出现的可能性相同。
- (4)同一量的同精度观测,其偶然误差的算术平均值,随着观测次数的无限增加而趋近于零。

在测量工作中,由于观测人员的粗心大意等原因,还可能会发生“错误”或称“粗差”。

例如,观测时瞄错目标、读错数、记错数或计算错等,错误是绝对不允许出现的,错误和误差是两个不同的概念。

二、观测值的算术平均值

设对某量进行了 n 次观测,观测值分别为 $l_1, l_2, \dots, l_n$, 观测值的算术平均值为:

$$L = \frac{l_1 + l_2 + \dots + l_n}{n} = \frac{[l]}{n} \quad (2-6)$$

下面我们根据偶然误差的特性,来分析算术平均值的性质。

设某量的真值为 X , 第 i 次的观测值为 l_i , 其相应的真误差为 Δ_i , 即

$$\Delta_1 = X - l_1$$

$$\Delta_2 = X - l_2$$

...

$$\Delta_n = X - l_n$$

上式取和并除以 n 得

$$\frac{[\Delta]}{n} = X - \frac{[l]}{n}$$

顾及式(2-6),得

$$\frac{[\Delta]}{n} = X - L$$

根据偶然误差的特性,当观测次数 n 无限增加时,则

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[\Delta]}{n} = 0$$

即

$$\lim_{n \rightarrow \infty} L = X \quad (2-7)$$

由上式可知,当观测次数无限增加时,算术平均值趋近于真值。但是,在实际观测工作中,观测次数总是有限的,因此有限次的观测值的算术平均值只是接近于真值,然而可以认为,算术平均值比所有的观测值都更可靠,故通常把算术平均值称为最或然值。

观测值的最或然值与观测值之差,称为最或然误差,以 v 表示,当观测次数为 n 时,有

$$v_1 = L - l_1$$

$$v_2 = L - l_2$$

...

$$v_n = L - l_n$$

将上式两端分别相加得

$$[v] = nL - [l]$$

将式(2-6)代入上式得:

$$[v] = 0 \quad (2-8)$$

因此,一系列观测值的最或然误差的总和为零。

三、衡量精度的标准

为了说明观测结果的精确程度,必须规定一个衡量观测结果精度的统一标准,在测量工作中常用的精度标准有以下几种。

(一)中误差

设在相同的条件下对同一个量 X 进行了 n 次观测,观测结果为 $l_1, l_2, \dots, l_n$,如果我们求得了每个观测量的真误差 $\Delta_i = X - l_i$,则我们取各个真误差平方和的平均数,再开以平方,定义为中误差,也称均方误差,作为衡量观测值精度的标准,并以 m 表示。即

$$m = \pm \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{n}} \quad (2-9)$$

式中 $[\Delta\Delta] = \Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \dots + \Delta_n^2$

式(2-9)是根据真误差计算中误差的公式。

【例 2-1】 设甲、乙两个小组,对一个三角形的内角和各进行了 8 次观测,分别求得三角形内角和闭合差(三角形闭合差)为:

甲组: $+4''$ 、 $+3''$ 、 $-3''$ 、 $-5''$ 、 $-4''$ 、 $-6''$ 、 $+5''$ 、 $+3''$

乙组: $-1''$ 、 $-7''$ 、 $+1''$ 、 $-8''$ 、 $0''$ 、 $+8''$ 、 $+6''$ 、 $-2''$

试分别求两组观测值的中误差。

解: 甲组: $[\Delta\Delta] = (+4)^2 + (+3)^2 + (-3)^2 + (-5)^2 + (-4)^2 + (-6)^2 + (+5)^2 + (+3)^2$
 $= 145$

$$m_{\text{甲}} = \pm \sqrt{\frac{145}{8}} = \pm 4.3''$$

乙组: $[\Delta\Delta] = (-1)^2 + (-7)^2 + (+1)^2 + (-8)^2 + 0 + (+8)^2 + (+6)^2 + (-2)^2$
 $= 219$

$$m_{\text{乙}} = \pm \sqrt{\frac{219}{8}} = \pm 5.2''$$

计算结果表明,甲组的观测精度比乙组的高。

在绝大多数情况下,被观测量的真值是不知道的,其真误差也无法求得,在实际工作中,通常利用观测值的最或然误差来计算观测值的中误差。

由真误差和最或然误差的定义得:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_1 &= X - l_1 \\ \Delta_2 &= X - l_2 \\ \dots \\ \Delta_n &= X - l_n \end{aligned} \right\} \quad (2-10)$$

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= L - l_1 \\ v_2 &= L - l_2 \\ \dots \\ v_n &= L - l_n \end{aligned} \right\} \quad (2-11)$$