



# 大学物理

新教程 下册

college physics

College physics

刘银春  
编著

厦门大学出版社

---

# 大学物理新教程

## (下册)

刘银春 编著

厦门大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学物理新教程(下)/刘银春编著. —厦门:厦门大学出版社, 2002. 4

ISBN 7-5615-1871-4

I. 大… II. 刘… III. 物理学-高等学校-教材 IV. O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 019568 号

厦门大学出版社出版发行

(地址:厦门大学 邮编:361005)

<http://www.xmupress.com>

[xmup @ public. xm. fj. cn](mailto:xmup@public.xm.fj.cn)

闽北报社印刷厂印刷

2002 年 4 月第 1 版 2003 年 8 月第 2 次印刷

开本:787×1092 1/16 印张:16.5

字数:420 千字 印数:3 001—6 000 册

定价:26.70 元

如有印装质量问题请与承印厂调换

## 内容提要

大学物理新教程由实物与场、波与粒子、现代物理技术三部分组成,各部分单独成册。本书为下册,以波与粒子为主线展开。第三篇振动与波动,内容包括振动、波动、光的波动性;第四篇物质的波粒二象性,内容有光的波粒二象性、量子力学基础(含量子信息基础);第五篇大量粒子运动的宏观规律,内容有统计物理学基础(含激光和原子激射器)、热力学基础。每章之后有内容提要和习题。习题分 A、B、C 三类,A、B 两类属难度不同的两部分;C 类为多项选择题和英文题,以适应教学的需要和 21 世纪对高校学生英文水平不断提高的要求。书后附有参考答案。

本书可作为工科大学物理教材,也可作为其他高等院校师生的教学或自学参考书。

# 波与粒子

我们常常看到的不是物质的波动性就是它的粒子性，波动性与粒子性貌似水火不相容，然而，波动性与粒子性正是物质的自然属性的两个方面。

在这奇妙的世界里，波粒二象性是物质固有的自然属性。物质是波动性与粒子性的相对统一体。

## 目 录

## 第三篇 振动与波动

|                          |      |
|--------------------------|------|
| 第七章 振 动 .....            | (1)  |
| § 7-1 简谐振动 相位 .....      | (1)  |
| 1 简谐振动 .....             | (1)  |
| 2 几种典型的简谐振动 .....        | (1)  |
| 3 旋转矢量表示法 相位 .....       | (4)  |
| 4 简谐振动的能量 .....          | (5)  |
| § 7-2 简谐振动的合成 .....      | (9)  |
| 1 同方向简谐振动的合成 .....       | (10) |
| 2 相互垂直的简谐振动的合成 .....     | (13) |
| § 7-3 阻尼振动 受迫振动 共振 ..... | (16) |
| 1 阻尼振动 .....             | (16) |
| 2 受迫振动与共振 .....          | (18) |
| 3 受驱振荡 电磁共振 .....        | (20) |
| 本章提要 .....               | (21) |
| 习题 .....                 | (23) |
| 第八章 波 动 .....            | (28) |
| § 8-1 简谐波 .....          | (28) |
| 1 波的基本概念 .....           | (28) |
| 2 波函数 .....              | (29) |
| 3 波动方程 .....             | (31) |
| § 8-2 机械波 .....          | (33) |
| 1 机械波产生的条件及传播机制 .....    | (33) |
| 2 物体的弹性形变 .....          | (33) |
| 3 机械波在弹性介质中的波速 .....     | (35) |
| § 8-3 机械波的能量和强度 .....    | (37) |
| 1 波的能量 .....             | (37) |
| 2 能量密度 .....             | (38) |
| 3 波的强度 .....             | (39) |
| 4 波的吸收 .....             | (40) |
| 5 声波 .....               | (41) |
| § 8-4 电磁波 .....          | (43) |
| 1 电磁波的波动方程 .....         | (44) |

|                      |             |
|----------------------|-------------|
| 2 电磁波的性质             | (45)        |
| 3 电磁波的能量             | (46)        |
| 4 电磁波的动量             | (47)        |
| 5 电磁波的辐射与接收          | (48)        |
| 6 电磁波谱               | (51)        |
| § 8-5 惠更斯原理及其应用      | (53)        |
| 1 惠更斯原理              | (53)        |
| 2 波的反射定律和折射定律        | (53)        |
| 3 波的衍射               | (54)        |
| § 8-6 波的干涉 驻波        | (55)        |
| 1 波的叠加原理             | (55)        |
| 2 波的干涉               | (55)        |
| 3 驻波                 | (57)        |
| 4 半波损失               | (59)        |
| § 8-7 多普勒效应          | (60)        |
| 1 机械波的多普勒效应          | (61)        |
| 2 光的多普勒效应            | (63)        |
| 3 光的多普勒效应与“宇宙大爆炸”形成说 | (64)        |
| * § 8-8 非线性波 孤子      | (65)        |
| 1 非线性波               | (65)        |
| 2 孤子                 | (65)        |
| 本章提要                 | (67)        |
| 习题                   | (69)        |
| <b>第九章 光的波动性</b>     | <b>(74)</b> |
| § 9-1 光的相干性          | (74)        |
| 1 光的相干条件             | (74)        |
| 2 获得相干光的方法           | (75)        |
| 3 光程 光程差和半波损失        | (75)        |
| 4 两列相干光叠加后的光强分布      | (77)        |
| § 9-2 光的干涉           | (78)        |
| 1 分波面干涉              | (78)        |
| 2 分振幅干涉              | (81)        |
| § 9-3 光的衍射           | (88)        |
| 1 惠更斯-菲涅耳原理          | (88)        |
| 2 单缝的夫琅禾费衍射          | (89)        |
| 3 圆孔衍射与仪器分辨本领        | (92)        |
| 4 光栅衍射               | (94)        |
| 5 X射线的衍射             | (99)        |
| § 9-4 光的偏振           | (101)       |

|                     |       |
|---------------------|-------|
| 1 自然光和偏振光 .....     | (101) |
| 2 起偏和检偏 马吕斯定律 ..... | (102) |
| 3 布儒斯特定律 .....      | (103) |
| 4 光的双折射 .....       | (105) |
| 5 偏振光的干涉 .....      | (107) |
| 6 偏振光的应用 .....      | (108) |
| 本章提要 .....          | (110) |
| 习题 .....            | (112) |

#### 第四篇 物质的波粒二象性

|                              |       |
|------------------------------|-------|
| 第十章 光的波粒二象性 .....            | (118) |
| § 10-1 热辐射与普朗克的能量子假设 .....   | (118) |
| 1 热辐射的几个基本概念 .....           | (118) |
| 2 基尔霍夫定律 .....               | (119) |
| 3 黑体辐射的实验定律 .....            | (120) |
| 4 普朗克的能量子假设 .....            | (122) |
| § 10-2 光子理论与光的波粒二象性 .....    | (125) |
| 1 光电效应的实验规律 .....            | (125) |
| 2 光的波动说遇到的困难 .....           | (126) |
| 3 爱因斯坦的光子理论 .....            | (127) |
| 4 多光子光电效应和光电导效应 .....        | (128) |
| 5 光的波粒二象性 .....              | (129) |
| § 10-3 康普顿效应 .....           | (131) |
| 1 康普顿效应 .....                | (131) |
| 2 康普顿效应的理论解释 .....           | (132) |
| 本章提要 .....                   | (134) |
| 习题 .....                     | (134) |
| 第十一章 量子力学基础 .....            | (137) |
| § 11-1 物质波 .....             | (138) |
| 1 德布罗意的物质波假设 .....           | (138) |
| 2 德布罗意波的实验证实 .....           | (138) |
| 3 德布罗意的驻波思想 .....            | (141) |
| 4 微观粒子波动性的统计解释 .....         | (142) |
| § 11-2 薛定谔方程 .....           | (142) |
| 1 波函数 .....                  | (142) |
| 2 力学量的算符表示 .....             | (144) |
| 3 薛定谔方程 .....                | (145) |
| § 11-3 定态薛定谔方程和驻波思想的应用 ..... | (147) |
| 1 一维无限深势阱 .....              | (147) |

|                       |       |
|-----------------------|-------|
| 2 一维势垒 隧道效应 .....     | (150) |
| 3 一维线性谐振子 .....       | (152) |
| 4 氢原子 .....           | (154) |
| 5 电子的自旋 .....         | (155) |
| § 11-4 海森伯不确定关系 ..... | (156) |
| 1 坐标和动量的不确定关系 .....   | (156) |
| 2 能量和时间的不确定关系 .....   | (157) |
| 3 其他形式的不确定关系 .....    | (158) |
| 4 不确定关系与时空对称性 .....   | (158) |
| 5 牛顿力学的适用度 .....      | (158) |
| § 11-5 原子和原子核结构 ..... | (160) |
| 1 原子的壳层结构 .....       | (160) |
| 2 原子核的基本性质和结构 .....   | (161) |
| 3 核磁共振 .....          | (165) |
| § 11-6 量子信息基础 .....   | (166) |
| 1 量子信息的基本概念 .....     | (166) |
| 2 量子计算机 .....         | (166) |
| 3 量子离物传态 .....        | (168) |
| 4 量子保密通信 .....        | (169) |
| 5 量子非破坏测量 .....       | (170) |
| 本章提要 .....            | (171) |
| 习题 .....              | (172) |

## 第五篇 大量粒子运动的宏观规律

|                             |       |
|-----------------------------|-------|
| 第十二章 统计物理学基础 .....          | (175) |
| § 12-1 理想气体压强和温度的统计意义 ..... | (175) |
| 1 系统的状态及其描述 .....           | (175) |
| 2 理想气体分子模型和统计假设 .....       | (176) |
| 3 理想气体压强的统计解释 .....         | (177) |
| 4 温度的统计意义 .....             | (179) |
| § 12-2 能量均分定理 理想气体的内能 ..... | (180) |
| 1 自由度 .....                 | (180) |
| 2 能量均分定理 .....              | (180) |
| 3 理想气体的内能 .....             | (181) |
| § 12-3 麦克斯韦-玻耳兹曼统计分布 .....  | (182) |
| 1 测定气体分子速率分布的实验 .....       | (182) |
| 2 速率分布函数 .....              | (182) |
| 3 麦克斯韦速率分布定律 .....          | (183) |
| 4 三种特征速率 .....              | (184) |

|                                   |              |
|-----------------------------------|--------------|
| 5 玻耳兹曼分布定律 .....                  | (186)        |
| 6 大气密度和压强随高度变化的规律 .....           | (187)        |
| § 12-4 气体分子的碰撞和气体内的迁移现象 .....     | (188)        |
| 1 气体分子的碰撞 .....                   | (188)        |
| 2 气体内的迁移现象 .....                  | (191)        |
| § 12-5 量子统计 .....                 | (193)        |
| 1 经典粒子与量子粒子 .....                 | (193)        |
| 2 费米-狄拉克统计 .....                  | (193)        |
| 3 玻色-爱因斯坦统计 .....                 | (194)        |
| 4 经典统计与量子统计的关系 .....              | (194)        |
| § 12-6 激光和原子激光器 .....             | (194)        |
| 1 激光产生的基本原理 .....                 | (194)        |
| 2 激光的特性 .....                     | (197)        |
| 3 激光器 .....                       | (198)        |
| 4 原子激光器 .....                     | (198)        |
| 本章提要 .....                        | (199)        |
| 习题 .....                          | (201)        |
| <b>第十三章 热力学基础 .....</b>           | <b>(204)</b> |
| § 13-1 热力学第零定律 温度和温标 .....        | (204)        |
| 1 热力学第零定律 .....                   | (204)        |
| 2 温标 .....                        | (204)        |
| § 13-2 热力学第一定律 .....              | (206)        |
| 1 准静态过程 .....                     | (206)        |
| 2 热功转换和系统的内能 .....                | (207)        |
| 3 热力学第一定律 .....                   | (208)        |
| § 13-3 热力学第一定律对理想气体准静态过程的应用 ..... | (209)        |
| 1 气体的摩尔热容 .....                   | (209)        |
| 2 等容过程 .....                      | (209)        |
| 3 等压过程 .....                      | (210)        |
| 4 等温过程 .....                      | (211)        |
| 5 绝热过程 .....                      | (213)        |
| § 13-4 节流过程 焓 .....               | (214)        |
| 1 节流过程 .....                      | (214)        |
| 2 焓 .....                         | (215)        |
| § 13-5 循环过程 卡诺循环 .....            | (216)        |
| 1 循环过程 .....                      | (216)        |
| 2 卡诺循环 .....                      | (217)        |
| § 13-6 热力学第二定律 .....              | (219)        |
| 1 热力学过程的不可逆性 .....                | (219)        |

|                        |       |
|------------------------|-------|
| 2 热力学第二定律的表述 .....     | (220) |
| 3 卡诺定理 .....           | (221) |
| § 13-7 熵 热力学第三定律 ..... | (222) |
| 1 熵的概念 .....           | (222) |
| 2 熵增加原理 .....          | (224) |
| 3 熵的统计解释 .....         | (225) |
| 4 热力学第三定律 .....        | (227) |
| § 13-8 熵概念的拓展与应用 ..... | (228) |
| 1 熵概念的拓展 .....         | (228) |
| 2 熵概念的应用 .....         | (231) |
| § 13-9 火用 .....        | (235) |
| 1 熵与能量的转化 .....        | (235) |
| 2 火用 .....             | (236) |
| 3 火用与熵的关系 .....        | (237) |
| 本章提要 .....             | (238) |
| 习题 .....               | (240) |
| 习题参考答案 .....           | (245) |
| 附录 常用物理常数表 .....       | (251) |
| 参考文献 .....             | (252) |

## 第三篇 振动与波动

振动与波动是自然界中的普遍现象,也是物质运动的基本形式。

一个物理量在某一数值附近作周期性的变化称为振动(vibration)。振动有机械振动、分子振动、电磁振动和原子振动等,它是一种普遍的运动形式,几乎遍及整个自然界。

振动状态在介质中的传播过程叫做波动,简称波(wave)。振动状态的传播伴随着能量的传播,波动也是能量的传播过程。波动是一种普遍而重要的运动形式。

尽管机械波、电磁波、物质波等波动的本质不同,但都有着共同的一般规律。因此,本篇在讨论振动与波动的一般规律的基础上,进而讨论机械波和电磁波(含光波)的有关内容。

振动和波动的特征要用相位来描述。杨振宁指出:“相位是物理学中最重要的概念之一。”无论是波的干涉还是衍射,其结果都决定于相位。因此,读者在学习振动与波动的过程中,要始终抓住相位这个关键。

## 第七章 振 动

### § 7-1 简谐振动 相位

#### 1 简谐振动

物理变量凡是按运动方程

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad (7-1)$$

所作的运动,称为简谐运动(simple harmonic motion)或简谐振动。式(7-1)为二阶常微分方程,其解为

$$x = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (7-2)$$

由此可见,简谐振动是按正弦或余弦规律变化的一种运动,换言之,物理量凡是按正弦或余弦规律所作的运动,都称为简谐振动。式中  $A$  和  $\varphi$  均为常数。由式(7-2)可知,当  $\cos(\omega t + \varphi) = 1$  时,  $x = A$ , 可见,  $A$  表示物理变量  $x$  的最大值,我们称之为振幅(amplitude)。

#### 2 几种典型的简谐振动

##### 2.1 弹簧振子的振动

由一个劲度系数为  $k$  的弹簧和一个质量为  $m$  的物体所组成的系统称为弹簧振子。该系统放置于光滑水平桌面上,弹簧的一端固定于桌上某处,另一端系着质量为  $m$  的物体,选择弹簧的自然长度处为坐标原点,如图 7-1 所示。此处,物体所受的合外力为零,故称为平衡位

置。当物体离开平衡位置而到达  $x$  处时,在水平方向上所受的弹性力为  $f = -kx$ ,根据牛顿第二定律有

$$-kx = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad \text{或} \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (7-3)$$

$$\text{令} \quad \omega^2 = \frac{k}{m} \quad \text{或} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (7-4)$$

式(7-3)就与式(7-1)完全一样了。故弹簧振子的运动为简谐振动。

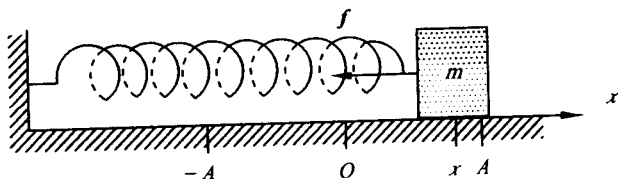


图 7-1 弹簧振子的运动

## 2.2 复摆和单摆的振动

复摆是指刚体在重力矩作用下的摆动,如图 7-2 所示;而单摆则是由长为  $l$  不可伸长的轻绳和小球  $m$  组成的系统,如图 7-3 所示。现以复摆为例研究它们的角量运动的规律。

如图 7-2 所示,设复摆可绕通过  $O$  点且垂直于纸面的转轴的转动,其摩擦力和空气阻力均可忽略不计,只受重力矩的作用。 $C$  为复摆的质心位置, $l$  为质心  $C$  到转轴  $O$  的距离,竖直虚线  $OO'$  为复摆的平衡位置。通常规定逆时针偏离平衡位置的角量为正。

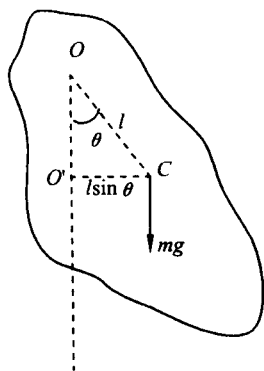


图 7-2 复摆

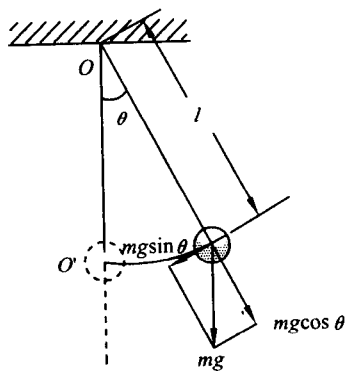


图 7-3 单摆

设复摆的质量为  $m$ ,则它所受的重力矩为  $M = -mgl \sin \theta$ ,由式(2-49)  $M = J\beta$  得

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mgl \sin \theta \quad \text{或} \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mgl}{J} \sin \theta = 0 \quad (7-5)$$

由  $\sin \theta = \theta - \frac{1}{3!}\theta^3 + \frac{1}{5!}\theta^5 - \dots$ ,当  $\theta$  很小( $<5^\circ$ )时,  $\sin \theta \approx \theta$ ,则有

$$M = -mgl\theta \quad (7-5a)$$

角位移  $\theta$  与力矩  $M$  呈线性关系,式(7-5)则为

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mgl}{J}\theta = 0 \quad (7-6)$$

上式就是复摆运动的微分方程,若令

$$\omega^2 = \frac{mgl}{J} \quad (7-7)$$

代入式(7-6)有

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0 \quad (7-8)$$

若把变量  $\theta$  改为  $x$ , 式(7-8)就与式(7-1)完全相同,说明复摆的角位移运动为简谐振动。式(7-8)的解为

$$\theta = \theta_0 \cos(\omega t + \varphi) \quad (7-9)$$

式中  $\theta_0$  和  $\varphi$  为常数。

对单摆而言,其转动量  $J = ml^2$ , 代入式(7-7)得

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (7-10)$$

就是说,将式(7-10)代入式(7-8),则式(7-8)就可用于描述单摆的运动,可见单摆和复摆是遵守共同的规律的,即它们在重力作用下的小角度( $<5^\circ$ )摆动是简谐振动。

### 2.3 电磁振荡

电磁振荡电路是由电源、电感和电容组成的电路,如图 7-4 所示。先将电键拨到 1, 电源对电容充电,当电路充电到一定程度后,将电键 K 由 1 拨向 2, 接通 LC 电路,通过电流计 G, 可以看到回路中有大小和方向都交替变化的电流产生,即电路产生电磁振荡。设在任意时刻电容两端的电压为  $U_C = \frac{q}{C}$ , 电路中的电流  $i = \frac{dq}{dt}$ , 电感  $L$  中的感生电动势  $\epsilon_L = -L \frac{di}{dt} = -L \frac{d^2q}{dt^2}$ , 忽略电流计和导线的电阻,则回路的方程为

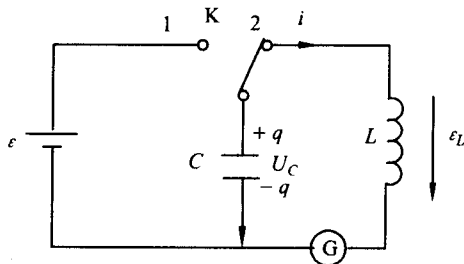


图 7-4 电磁振荡

$$\epsilon_L - U_C = -L \frac{di}{dt} - \frac{q}{C} = -L \frac{d^2q}{dt^2} - \frac{q}{C} = 0$$

$$\text{即} \quad L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0 \quad \text{或} \quad \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0 \quad (7-11)$$

$$\text{令} \quad \omega^2 = \frac{1}{LC} \quad \text{或} \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (7-12)$$

则式(7-11)可写成

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \omega^2q = 0 \quad (7-13)$$

上式与式(7-1)具有完全相同的形式,可见在电磁振荡中,电荷的运动是简谐振动。式(7-13)的解为

$$q = q_0 \cos(\omega t + \varphi) \quad (7-14)$$

(7-2)、(7-9)和(7-14)三式所表示的物理量都按同一规律变化,这些物理量的运动都是简谐运动。

### 3 旋转矢量表示法 相位

#### 3.1 简谐运动的旋转矢量表示法

由于简谐运动与匀速圆周运动存在一个很简单的对应关系,因此,可以借助旋转矢量来描述简谐运动。如图 7-5 所示,在  $x$  轴上任取一点  $O$  作为平衡位置,由  $O$  点作一长度等于简谐振动振幅的矢量  $A$ ,该矢量  $A$  的起点固定于  $O$  点,并以角速度  $\omega$  沿逆时针方向匀速转动。在  $t_0=0$  时刻,矢量  $A$  与  $x$  轴的夹角为  $\varphi$ ,其端点位于  $M_0$  处,在时刻  $t$ ,矢量  $A$  的端点位于  $M$  处,在  $\Delta t=t$  的这段时间里,矢量  $A$  转过的角度为  $\omega t$ ,此刻它与  $x$  轴的夹角为  $\omega t + \varphi$ 。由矢量  $A(t) = xi + yj = A\cos(\omega t + \varphi)i + A\sin(\omega t + \varphi)j$  得

$$x = A\cos(\omega t + \varphi), y = A\sin(\omega t + \varphi)$$

即矢量的端点  $M$  在  $x$ 、 $y$  轴上的投影都作简谐振动。

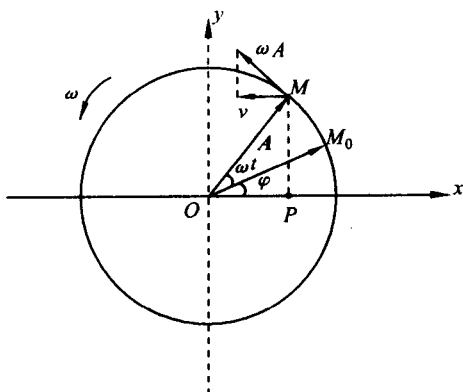


图 7-5 旋转矢量表示法

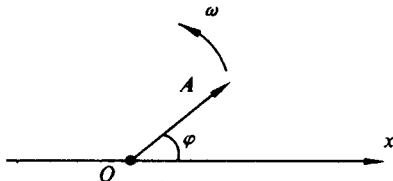


图 7-6 相量图

在式(7-2)中,我们用余弦函数来描述简谐振动,即我们可以用旋转矢量  $A$  的端点  $M$  在  $x$  轴上的投影点  $P$  的运动来表示简谐振动,即

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

对上式求时间  $t$  的一阶导数,可得到  $P$  点的运动速度,即

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A\sin(\omega t + \varphi) \quad (7-15)$$

将式(7-15)对时间  $t$  求一阶导数,可得到  $P$  点运动的加速度,即

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi) \quad (7-16)$$

上式还可以写成

$$a = -\omega^2 x \quad (7-17)$$

这一关系说明,简谐振动的加速度和位移成正比且反向。

由式(7-2)可知,  $A$ 、 $\omega$ 、 $\varphi$  一旦确定,对于一个简谐运动来说,就可以写出它的完整表达式,因而也就掌握了该简谐振动的特征了。因此,这三个量叫做描述简谐振动的三个特征量。

### 3.2 相位

从简谐运动的定义式(7-2)可知,对一个确定的简谐运动来说,任意时刻的状态,完全由 $(\omega t + \varphi)$ 决定。我们把 $(\omega t + \varphi)$ 叫做 $t$ 时刻振动的相位(或相, phase),把 $t=0$ 时刻的相位 $\varphi$ ,称为初相。在相量图中,相位有一个直观的几何意义,即 $t$ 时刻振幅矢量 $A$ 与 $x$ 轴的夹角,如图7-6所示。

$\omega$ 是旋转矢量的角速度,在振动中称为角频率(angular frequency)或圆频率(circular frequency),它与频率 $\nu$ (frequency)和周期(period) $T$ 的关系为

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} \quad (7-18)$$

相位的概念在比较两个同频率的简谐运动的步调时特别有用。设有两个相同频率的简谐振动,它们的方程为

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

它们的相位差为

$$\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1) = \varphi_2 - \varphi_1 \quad (7-19)$$

即它们在任意时刻的相位差都等于其初相差,与时间无关,这说明两个频率相同的简谐运动的步调是相同的。在相量图上,两个旋转矢量之间的夹角是恒定的。

当 $\Delta\varphi=0$ (或 $2\pi$ 的整数倍),两振动质点将同时到达各自相同方向的极端位置,并同时越过原点,而且向同方向运动,它们的步调相同,故称为同相。

当 $\Delta\varphi=\pi$ (或 $\pi$ 的奇数倍),两振动质点将同时到达各自相反方向的极端位置,并同时越过原点,但向相反的方向运动,它们的步调相反,故称为反相。

当 $\Delta\varphi$ 为其他值时,我们称它们为不同相。如果我们把 $|\Delta\varphi|$ 限于 $\pi$ 以内,那么,当 $\Delta\varphi=\varphi_2 - \varphi_1 > 0$ ,则 $x_2$ 比 $x_1$ 先到达同方向极大值,我们说 $x_2$ 振动超前 $x_1$ 振动 $\Delta\varphi$ ,或者说 $x_1$ 振动落后于 $x_2$ 振动 $\Delta\varphi$ 。当 $\Delta\varphi < 0$ ,则 $x_2$ 振动落后于 $x_1$ 振动 $\Delta\varphi$ 。

### 3.3 振幅 $A$ 、初相 $\varphi$ 与初始条件的关系

振幅 $A$ 是表示物理变量的最大值。对于弹簧振子的振动而言,振幅 $A$ 表示弹簧振子离开平衡位置的最大位移;由式(7-15)和(7-16)可知, $\omega A$ 是速度的振幅,表示速度的最大值; $\omega^2 A$ 是加速度的振幅,表示加速度的最大值。

我们把 $t=0$ 时刻,简谐振动的位移 $x_0 = A \cos \varphi$ 和速度 $v_0 = -\omega A \sin \varphi$ 称为初始条件,根据初始条件,可求出简谐振动的振幅 $A$ 和初相 $\varphi$ ,即

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2} \quad (7-20)$$

$$\tan \varphi = -\frac{v_0}{\omega x_0} \quad (7-21)$$

振幅 $A$ 和初相 $\varphi$ 均可在相量图上直观地表示出来,这就是旋转矢量表示法所具有的直观简洁的优点。因此,它在振动和波动中有着广泛的应用。

## 4 简谐振动的能量

简谐振动的系统是一个封闭系统,其时空具有对称性,因此,系统的总能量是守恒的。

#### 4.1 弹簧振子的能量

弹簧振子的振动过程,实际上是动能和势能相互转化的过程。在任意时刻,弹簧振子不仅具有动能还具有势能,因此,其振动的能量等于动能与势能之和。

当弹簧振子离开平衡位置的位移为  $x$  时,所具有的弹性势能为

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi) \quad (7-22)$$

同时,它所具有的振动动能为

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) \quad (7-23)$$

弹簧振子的总能量为

$$E = E_p + E_k = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2} kA^2 \quad (7-24)$$

可见,弹簧振子的总能量不随时间改变,即机械能守恒。

利用式(7-22)和(7-23),可求出弹簧振子的势能和动能对时间的平均值。根据平均值的定义,可得

$$\bar{E}_p = \frac{1}{T} \int_0^T E_p dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi) dt = \frac{1}{4} m\omega^2 A^2$$

$$\bar{E}_k = \frac{1}{T} \int_0^T E_k dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) dt = \frac{1}{4} m\omega^2 A^2$$

即在一个振动周期内,弹簧振子的势能和动能的平均值相等且等于总能量的一半。

#### 4.2 复摆和单摆作简谐振动的能量

选平衡位置质心所在处  $O'$  为势能零点,复摆和单摆的振动势能就是它们的重力势能:

$E_p = mgl(1 - \cos \theta)$ 。因  $\theta$  很小,将  $\cos \theta$  展开成级数并取近似值得到  $\cos \theta \approx 1 - \frac{1}{2} \theta^2$ 。于是有

$$E_p = \frac{1}{2} mgl\theta^2 = \frac{1}{2} J\omega^2 \theta^2 = \frac{1}{2} J\omega^2 \theta_0^2 \cos^2(\omega t + \varphi) \quad (7-25)$$

振动的动能为

$$E_k = \frac{1}{2} J \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 = \frac{1}{2} J\omega^2 \theta_0^2 \sin^2(\omega t + \varphi) \quad (7-26)$$

复摆和单摆作简谐振动的总能量为

$$E = E_p + E_k = \frac{1}{2} J\omega^2 \theta_0^2 \quad (7-27)$$

它是一个不随时间改变的常量,即能量守恒。式(7-27)和(7-24)的形式完全相同,表明了简谐振动总能量的一般规律。

#### 4.3 电磁振荡的能量

在如图 7-4 所示的电磁振荡电路中,电容器中的电能与电感线圈中的磁能相互转换。设在某一时刻电容器两极板的电量为  $q$ ,电路中的电流为  $i$ ,电容器的电容为  $C$ ,那么储存在电容器中的电能  $E_e$  为

$$E_e = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

把式(7-14)代入上式得