

国家级精品课程教材

国家工科力学教学基地规划教材



理论力学

(II)

西北工业大学理论力学教研室 编

和兴锁 主编



科学出版社

www.sciencep.com

国家级精品课程教材
国家工科力学教学基地规划教材

理论力学(Ⅱ)

西北工业大学理论力学教研室 编

和兴锁 主编

支希哲 副主编

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书是《理论力学》国家级精品课程教材·国家工科力学教学基地规划教材。

本书根据教育部高等工业学校理论力学教学的基本要求编写,分为两册。第(Ⅰ)册内容包括静力学、运动学、质点动力学、质点的振动、动力学普遍定理和达朗伯原理等;第(Ⅱ)册内容包括碰撞、虚位移原理、拉格朗日方程、二自由度系统的振动和刚体动力学等。全书配有思考题、习题和答案。

本书可作为高等工业学校机械、航空、航天、航海、土建、机电和动力等专业理论力学课程的教材,也可作为相关专业成人教育教材和有关工程技术人员参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学(Ⅱ)/西北工业大学理论力学教研室编,和兴锁主编. —北京:科学出版社,2005

(国家级精品课程教材·国家工科力学教学基地规划教材)

ISBN 7-03-016017-7

I. 理… II. ①西…②和… III. 理论力学—高等学校—教材
IV. O31

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 084839 号

责任编辑:段博原 贾瑞娜/责任校对:李奕萱

责任印制:钱玉芬/封面设计:陈 敬

科 学 出 版 社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新 蕾 印 刷 厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2005 年 8 月第 一 版 开本: B5(720×1000)

2005 年 8 月第一次印刷 印张: 7 3/4

印数:1—5 000 字数:138 000

定价:10.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

前 言

西北工业大学力学教学基地为国家六个力学教学基地之一。本书是理论力学国家精品课程配套教材。

本书是根据教育部“面向 21 世纪力学系列课程教学内容与体系改革的研究与实践”项目,以及“国家工科基础课程——力学教学基地”建设的要求,结合西北工业大学理论力学教研室历年来编写的各种类型《理论力学》教材而编写的,它是全国力学课程教学基地系列教材的理论力学部分。全书分为 I、II 两册,第 I 册为基础部分,其中包括静力学、运动学、质点动力学、质点的振动、动力学普遍定理和达朗伯原理等,是理论力学课程的基本内容。一般中小学时的专业只用第 I 册即可;第 II 册为动力学专题部分,内容包括碰撞、虚位移原理、动力学普遍方程、拉格朗日方程、二自由度系统的振动和刚体动力学等。各专业可根据需要选用。全书配有思考题、习题和答案。书中引伸和加选内容用“*”号标出。

本书体系完整,推理严谨,叙述恰当,详简适度,通用性强。本书可作为高等工业学校机械、航空、航天、航海、土建、机电和动力等类专业理论力学课程的教材,也可作为相关专业成人教育教材和有关工程技术人员参考用书。

在编写过程中,我们参照了国家教育部制订的高等工业学校理论力学教学的基本要求,优化了课程内容,注意了课程的系列化问题,精简了课程的重复部分。在内容选材方面,我们力求保持理论力学体系的完整性和严密性,定理证明和逻辑推理的严谨性,尽量做到叙述恰当,思路清晰,富于启发性。本书注重培养读者分析问题、解决问题的思路及方法,既适用于课堂教学,又便于自学;同时坚持理论联系实际,加强了各专业的通用性。

此次编写是在西北工业大学理论力学教研室统一规划和组织下完成的,参加编写工作的有(按姓氏笔画为序):支希哲、邓子辰、刘小洋、刘永寿、朱西平、张劲夫、张娟、和兴锁、侯美丽、高行山、韩小平。本册由和兴锁任主编,支希哲任副主编。

全书由蔡泰信教授主审,蔡教授对本书的体系和内容提出了许多宝贵意见。吕茂烈教授也对本书的编写提出了不少建设性意见。西北工业大学教务处、教材建设科对本教材给予了许多关心和帮助,科学出版社对本书的出版给予了大力支持,在此一并表示感谢。

面向 21 世纪力学系列课程教学内容和课程体系改革是一项重大研究课题。由于编者水平有限,书中难免存在不妥和疏漏之处,敬请读者批评指正,以便使本书不断完善。

编 者

2005 年 2 月

Synopsis

This book consists of two volumes. Volume I contains statics, kinematics and the fundamental part of dynamics. Statics includes fundamental concepts and free-body diagram, concurrent force systems and couple systems, general force systems, equilibrium of body system, friction, etc. . Kinematics includes kinematics of a particle, translational and rotational motion of a rigid body, resultant motion of a particle, plane motion of a rigid body, composition of rotations of a rigid body, etc. . The fundamental part of dynamics includes particle dynamics, linear vibration of a particle, general theorems of dynamics, d' Alembert's principle and method of dynamics statics, etc. . For most specialities with moderate and miniature period of theoretical mechanics, only volume I should be enough. Volume II comprises collision, the fundament of analytical mechanics(principle of virtual displacement, general equation of dynamics, Lagrange's equations), the vibration of the systems with two degrees of freedom, dynamics of rigid body, etc. . For different specialities, the materials can be selected.

This book is intended as the textbook of the course of theoretical mechanics for the students of engineering universities. It can also be used as a reference book for technicians in related areas.

主要符号表

a 加速度
 a_C 质心加速度
 a_n 法向加速度
 a_t 切向加速度
 a_a 绝对加速度
 a_r 相对加速度
 a_e 牵连加速度
 a_k 科氏加速度
 a_{At} 点 A 的切向加速度
 a_{An} 点 A 的法向加速度
 a_{MO}^t 动点 M 绕基点 O 相对转动的切向加速度
 a_{MO}^n 动点 M 绕基点 O 相对转动的法向加速度
 A 自由振动的振幅, 面积
 C 重心, 速度瞬心
 dr 实位移
 $d'W$ 元功
 e 碰撞恢复因数
 F 作用力
 F_x, F_y, F_z 力 F 在轴 x, y, z 上的投影
 F_R 力系的合力
 F'_R 力系的主矢
 F_s 静滑动摩擦力
 F_N 法向约束力
 F_I 惯性力
 F_{le} 牵连惯性力
 F_{Ik} 科氏惯性力

F_Φ 附加推力或反推力
 $F_{\max}$ 最大静滑动摩擦力
 f_s 静滑动摩擦因数
 f 动滑动摩擦因数, 振动频率
 G 重力
 g 重力加速度
 h 高度
 i, j, k 沿正交轴 x, y, z 的单位矢量
 I 冲量
 J_x, J_y, J_z 刚体对轴 x, y, z 的转动惯量
 J_{xy} 刚体对轴 x 和 y 的惯性积
 J_{yz} 刚体对轴 y 和 z 的惯性积
 J_{zx} 刚体对轴 z 和 x 的惯性积
 k 弹簧的刚度系数, 曲率
 L 拉格朗日函数
 L_O 质点系对点 O 的动量矩
 m 质点的质量
 m_R 质点系的质量
 M 力偶矩矢
 M_O 力系对点 O 的主矩
 $M_z(F)$ 力 F 对轴 z 的矩
 $M_O(F)$ 力 F 对点 O 的矩
 M_{IO} 惯性力系对点 O 的主矩
 $M_O(mv)$ 质点的动量 mv 对点 O 的动量矩
 n 质点的数目
 O 坐标系原点
 p 动量

P 功率	x, y, z 直角坐标
Q 广义力	x_c, y_c, z_c 质心的直角坐标
Q_j 对应于第 j 个广义坐标的广义力	$\alpha(\boldsymbol{\alpha})$ 角加速度(角加速度矢)
q 载荷集度, 广义坐标	$\alpha, \beta, \gamma, \varphi, \theta, \psi$ 角度
r 半径	φ_m 摩擦角
r 矢径	ρ 曲率半径, 密度
r_O 点 O 的矢径	δ 滚动摩擦系数, 弹簧变形量, 阻尼系数, 变分符号
s 弧坐标	δ_s 弹簧静变形, 静伸长
T 质点系的动能, 周期	δr 虚位移
t 时间	δW 虚功
V 质点系的势能	η 机械效率
v 质点的速度	$\omega(\boldsymbol{\omega})$ 角速度(角速度矢), 激振力频率
v_a 绝对速度	ω_0 固有频率
v_e 牵连速度	ω_a 绝对角速度
v_r 相对速度	ω_e 牵连角速度
v_C 质心速度	ω_r 相对角速度
v_{MO} 动点 M 绕点 O 转动的速度	
W 力的功	

主 编 简 介

和兴锁,男,1952年生,西北工业大学工程力学系教授,博士生导师。现任西北工业大学动力学、振动与控制研究所所长,西北工业大学空间探测研究中心主任,西北工业大学“双百”人才。

和兴锁教授长期从事理论力学、工程力学、振动理论及应用等专业方向的教学工作及航天器动力学与控制、振动控制与智能结构、大型结构动力学分析与优化设计、工程力学中的计算机仿真与动态分析等方向的科研工作。近年来,主持和参加了包括国家自然科学基金、航空(天)基金、国家高技术“863”项目等20余项科研课题,在国内外学术期刊上发表论文60余篇,获得国家教委等科技进步奖共7项。主编并出版的有关理论力学和工程力学方面的教材和专著共6部11册。

目 录

前言

主要符号表

动力学专题

第十六章 碰撞	1
16.1 碰撞现象及其基本特征	1
16.2 碰撞时的动力学普遍定理	2
16.3 碰撞恢复因数	3
16.4 碰撞问题举例	5
16.5 碰撞对定轴转动刚体轴承的作用·撞击中心	9
16.6 碰撞对平面运动刚体的作用	11
习题十六	14
第十七章 虚位移原理	18
17.1 概述	18
17.2 约束和约束方程	18
17.3 虚位移·自由度	20
17.4 虚功·理想约束	23
17.5 虚位移原理	23
17.6 广义坐标·广义坐标形式的虚位移原理	28
17.7 质点系在势力场中平衡的稳定性	32
习题十七	34
第十八章 动力学普遍方程·拉格朗日方程·动力学综合应用举例	40
18.1 动力学普遍方程	40
18.2 拉格朗日方程	43
18.3 拉格朗日方程应用举例	46
18.4 动力学综合应用举例	53
习题十八	62
第十九章 二自由度系统的振动	67
19.1 概述	67
19.2 二自由度系统的自由振动	67

19.3 二自由度系统的强迫振动	77
习题十九	82
第二十章 刚体动力学	84
20.1 刚体定点运动的运动学	84
20.2 刚体定点运动的欧拉动力学方程	93
20.3 自由刚体一般运动的运动学	96
20.4 自由刚体一般运动的运动微分方程	98
习题二十	99
习题答案	102
参考文献	106
附录 中英文名词对照表	107
主编简介	109

Contents

Special Subjects of Dynamics

Chapter 16 Collision	1
16.1 Phenomenon and Fundamental Characters of Collision	1
16.2 General Theorems Applied to Collision Process	2
16.3 Coefficient of Restitution of Collision	3
16.4 Illustrations of Collision Problems	5
16.5 Action of Collision against a Rigid Body in Fixed-axis Rotation•Center of Percussion	9
16.6 Action of Collision against a Rigid Body in Planar Motion	11
Exercises 16	14
Chapter 17 Principle of Virtual Displacement	18
17.1 Introduction	18
17.2 Constraint and Constraint Equation	18
17.3 Virtual Displacement and Degrees of Freedom	20
17.4 Virtual Work and Ideal Constraint	23
17.5 Principle of Virtual Displacement	23
17.6 Generalized Coordinates and Principle of Virtual Displacement of Generalized Coordinates Form	28
* 17.7 Stability of Equilibrium of Particles System in Field of Conservative Force	32
Exercises 17	34
Chapter 18 General Equations of Dynamics•Lagrange Equations•	
Illustrations of the Synthetic Application of Dynamics	40
18.1 General Equations of Dynamics	40
18.2 Lagrange Equations	43
18.3 Illustrations of the Application of Lagrange Equation	46
18.4 Illustrations of the Synthetic Application of Dynamics	53
Exercises 18	62
Chapter 19 Vibration of two Degree of Freedom System	67
19.1 Introduction	67

19.2 Free Vibration of the Linear System of Two Degree of Freedom	67
19.3 Forced Vibration of the Linear System of Two Degree of Freedom	77
Exercises 19	82
Chapter 20 Dynamics of Rigid Body	84
20.1 Kinematics of Motion of Rigid Body with a Fixed Point	84
20.2 Euler Dynamics Equations of Motion of Rigid Body with a Fixed Point	93
20.3 Kinematics of General Motion of Free Rigid Body	96
20.4 Differential Equations of General Motion for Free Rigid Body	98
Exercises 20	99
Key to Exercises	102
References	106
Appendix English-Chinese Terms List	107
Brief Introduction of Chief Editor	109

动力学专题

第十六章 碰 撞

16.1 碰撞现象及其基本特征

碰撞是一种常见的力学现象。当物体受到急剧的冲击时就发生碰撞。球的弹射和回跳、敲钉、打桩、锤锻、冲压等都是碰撞的实例。

与一般的动力学问题相比较,碰撞问题具有以下基本特征:

1) 碰撞过程的持续时间极短,通常用 10^{-3}s 或 10^{-4}s 来度量。以两个 25 mm 直径的黄铜球间的碰撞为例,当两球以 72 mm/s 的相对法向速度发生碰撞时,由实验测知,碰撞进行的时间只有 $2 \times 10^{-4}\text{s}$ 。

2) 碰撞时物体间产生巨大的碰撞力且变化急剧。在碰撞持续的极短时间内,相碰物体的位置几乎没有改变,但速度却有显著变化,因此物体的加速度和相互间的作用力(称为碰撞力)都极其巨大。碰撞力作用时间很短,是一种瞬时力,其大小远非平常力如重力、空气阻力等所能比拟。由于碰撞力随时间而变化,瞬时值很难测定,因此,通常是用碰撞力在碰撞时间内的冲量来度量碰撞的强弱。这种冲量称为碰撞冲量。

3) 相碰物体必然发生变形,而变形可以引起运动状态(能量)的转化。因此,在绝大多数情况下,碰撞过程中都伴随有机能的损失,它转化为热能或其他形式的能。例如巨大的陨石与地面相碰时,可以发生强烈的声和光。碰撞时物体变形的大小和机械能损失的程度取决于许多因素,特别是与物体的材料性质(弹性、塑性)有关。

根据碰撞现象的上述基本特征,研究碰撞问题时,可作以下两点基本假设:

1) 由于碰撞力很大,远非平常力所能比拟,故平常力在碰撞过程中的冲量可以忽略不计。

2) 碰撞时间非常短促,而速度是有限量,两者的乘积非常小,因此在碰撞过程中,碰撞物体的位移可以忽略不计。

16.2 碰撞时的动力学普遍定理

碰撞问题可以应用前面几章所讲的动力学普遍定理来研究,但应采用积分形式,并且平常力在碰撞过程中的冲量均忽略不计。

16.2.1 冲量定理

对于质点系内第 i 个质点 A_i , 假设其质量为 m_i , 碰撞开始和结束时的速度分别为 v_i 和 u_i , 碰撞冲量为 I_i , 则由动量定理, 有

$$m_i u_i - m_i v_i = I_i \quad (16-1)$$

把对质点系内各质点列写出的如上方程相加, 注意到质点系内部各质点之间相互碰撞的内碰撞冲量总是大小相等, 方向相反, 成对地存在, 在总和中相互抵消, 因此只剩下外碰撞冲量, 于是得

$$\sum m u - \sum m v = \sum I \quad (16-2)$$

式(16-2)表示了碰撞时质点系的冲量定理。即质点系在碰撞过程中的动量变化, 等于该质点系所受的外碰撞冲量的矢量和。

质点系的动量可以用质点系的总质量 m_R 与质心速度的乘积来计算, 所以式(16-2)可改写为

$$m_R u_C - m_R v_C = \sum I \quad (16-3)$$

式中 v_C 和 u_C 分别是碰撞开始和结束时质点系质心 C 的速度。上式称为碰撞时的质心运动定理。

16.2.2 冲量矩定理

根据研究碰撞问题的基本假设, 在碰撞过程中, 质点系内各质点的位移均可忽略, 因此, 可用同一矢径 r_i 表示质点 A_i 在碰撞开始和结束时的位置(图 16-1)。以 r_i 与式(16-1)作矢乘, 得

$$r_i \times m_i u_i - r_i \times m_i v_i = r_i \times I_i$$

或者写成

$$M_O(m_i u_i) - M_O(m_i v_i) = M_O(I_i)$$

这里 $M_O(m_i v_i)$ 和 $M_O(m_i u_i)$ 分别代表质点 A_i 在碰撞开始和结束时对点 O 的动量矩; $M_O(I_i)$ 代表碰撞冲量 I_i 对点 O 的矩。把对质点系内各质点列写出的如上

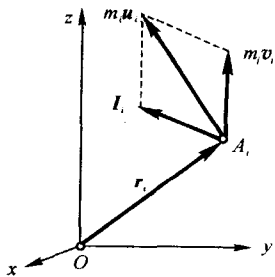


图 16-1

方程相加,注意到内碰撞冲量总是成对地作用于质点系,每一对内碰撞冲量对任一点的矩的矢量和恒等于零,因而全部内碰撞冲量之矩的总和也恒等于零。所以只剩下外碰撞冲量的矩;于是得

$$\sum M_O(mu) - \sum M_O(mv) = \sum M_O(I) \quad (16-4)$$

把上式投影到任一轴例如 x 轴上,则得

$$\sum M_x(Mu) - \sum M_x(mv) = \sum M_x(I) \quad (16-5)$$

式(16-4)和式(16-5)分别表示了碰撞时质点系对点(或对轴)的冲量矩定理,即在碰撞过程中,质点系对任一点(或任一轴)的动量矩的变化,等于该质点系所受外碰撞冲量对同一点(或同一轴)之矩的矢量和(或代数和)。

由于碰撞过程中伴随有机械能损失,因此研究碰撞问题一般不用动能定理。

16.3 碰撞恢复因数

碰撞过程可以分为两个阶段,由两物体开始接触到两者沿接触面公法线方向相对凑近的速度降到零时为止,这是变形阶段。此后,物体由于弹性而部分或完全恢复原来的形状,两物体重新在公法线方向获得分离速度,直到脱离接触为止,这是恢复阶段。恢复的程度主要取决于相撞物体的材料性质,但也和碰撞的条件(包括物体的质量,形状和尺寸、法向相对速度的大小,以及相撞物体的相对方位等)有关。

碰撞可这样分类:当两物体碰撞时,通过其接触点作一公法线 $n-n$ (图 16-2),按两碰撞物体的质心 C_1 和 C_2 是否都位于公法线 $n-n$ 上,可将碰撞分为对心碰撞和偏心碰撞,若两质心位于此公法线上时称为对心碰撞,否则称为偏心碰撞。按两碰撞物体接触点的相对速度是否沿该点处的公法线,可将碰撞分为正碰撞和斜碰撞。接触点的相对速度沿公法线的碰撞,称为正碰撞,否则称为斜碰撞。不失一般性,下面以两个光滑球对心斜碰撞的情形为例,介绍恢复因数的概念。

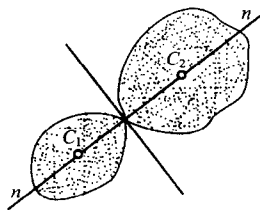


图 16-2

设质量分别为 m_1 和 m_2 的两个光滑球作平动,在某瞬时发生对心斜碰撞。假设碰撞开始时,两球的速度分别为 v_1 和 v_2 (图 16-3(a)),碰撞结束时,两球仍作平动,其速度分别为 u_1 和 u_2 (图 16-3(b))。

先以两球为研究对象。考察整个碰撞过程,因外碰撞冲量等于零,故由冲量定

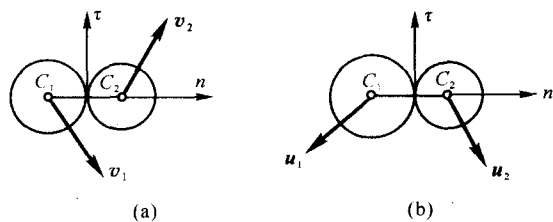


图 16-3

理,有

$$m_1 \mathbf{u}_1 + m_2 \mathbf{u}_2 = m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2$$

上式沿公法线 n 投影,得

$$m_1 u_{1n} + m_2 u_{2n} = m_1 v_{1n} + m_2 v_{2n} \quad (16-6)$$

然后考察碰撞的第一个阶段(变形阶段)。以两球为研究对象,用 $\mathbf{u}$ 表示第一阶段结束时两球的公共速度。因外碰撞冲量等于零,故由冲量定理,有

$$(m_1 + m_2) \mathbf{u} - (m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2) = 0$$

上式沿公法线 n 投影,得

$$(m_1 + m_2) u_n - (m_1 v_{1n} + m_2 v_{2n}) = 0$$

从而求出

$$u_n = \frac{m_1 v_{1n} + m_2 v_{2n}}{m_1 + m_2} \quad (16-7)$$

又分别取两球为研究对象,因为接触面光滑,所以碰撞冲量沿公法线 n 的方向。设质量为 m_1 的球作用于质量为 m_2 的球上的碰撞冲量为 $\mathbf{I}_I$,则由冲量定理,有

$$m_1 \mathbf{u} - m_1 \mathbf{v}_1 = -\mathbf{I}_I; \quad m_2 \mathbf{u} - m_2 \mathbf{v}_2 = \mathbf{I}_I$$

沿公法线 n 投影,得

$$m_1 u_n - m_1 v_{1n} = -I_I; \quad m_2 u_n - m_2 v_{2n} = I_I$$

现在考察碰撞的第二个阶段(恢复阶段)。假设这个阶段相应的碰撞冲量为 $\mathbf{I}_{II}$,则对两球分别利用冲量定理,有

$$m_1 \mathbf{u}_1 - m_1 \mathbf{u} = -\mathbf{I}_{II}; \quad m_2 \mathbf{u}_2 - m_2 \mathbf{u} = \mathbf{I}_{II}$$

上式沿公法线 n 投影,注意到碰撞冲量 $\mathbf{I}_{II}$ 仍沿公法线 n ,则有

$$m_1 u_{1n} - m_1 u_n = -I_{II}; \quad m_2 u_{2n} - m_2 u_n = I_{II}$$