面向21世纪高等院校教材

理论力学

冯维明 主 编
刘广荣 李文娟 虞 松 副主编

全国优秀出版社
国防工业出版社
National Defense Industry Press

面向21世纪高等院校教材

理论力学

冯维明　主编
刘广荣　李文娟　虞松　副主编

国防工业出版社
·北京·

图书在版编目(CIP)数据

理论力学/冯维明主编．—北京：国防工业出版社，2005.8

面向21世纪高等院校教材

ISBN 7-118-03915-2

Ⅰ．理… Ⅱ．冯… Ⅲ．理论力学－高等学校－教材 Ⅳ．031

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第055062号

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路23号)

(邮政编码 100044)

新艺印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 印张 19½ 448千字

2005年8月第1版 2005年8月北京第1次印刷

印数：1—4000册 定价：28.00元

国防书店：(010)68428422 发行邮购：(010)68414474

发行传真：(010)68411535 发行业务：(010)68472764

内 容 简 介

本教材是为适应新世纪科学技术的发展和教学改革的需要，按照国家教委颁布的理论力学课程教学的基本要求，吸收国内外教材的优点，结合近几年的教学实践和教学改革成果而编写的。为适应目前教学课时数大幅减少的现状，在不降低基本要求的前提下，对课程体系进行了较大幅度的改革与创新，把教材由传统的三篇改为运动学、动力学两篇，静力学内容作为动力学的基础和特例，放在动力学相应的章节中讲授，从而提高了起点、节省了授课学时，提高了教学效率。

运动学部分分四章，主要内容为：点的运动学、刚体的基本运动、点的复合运动及刚体的平面运动。动力学部分为九章，主要内容为：刚体动力学的基本概念、力系的简化与平衡、质点动力学、动量定理、动量矩定理、动能定理、达朗贝尔原理、虚位移原理反动力学普遍方程和机械振动基础。本教材在内容上力求达到重点突出、条理清晰、结构紧凑、叙述严谨，对较深的、提高性的内容，则抓住实质、特点作精炼的陈述。本教材还精选了例题和习题，注重启发式教学，给学生留有充足的思维空间。

本教材可作为工科高等院校各专业及高职、高专各专业的理论力学中学时教科书，也可供职业大学和成人教育学院师生及有关工程技术人员参考。

前　　言

为适应新世纪科学技术的发展和教学改革的需要，在近几年取得的教学改革成果的基础上，结合各位同仁多年教学的实践经验，参照国家教委颁布的《理论力学课程教学的基本要求》，编写了这本《理论力学》教材。编者一方面考虑到学生的入学水平逐年提高、前期课程扎实的理论基础；另一方面兼顾在我国高等教育的发展与改革中，学校的数量与类型增多，对课程提出了不同层次的要求。结合理论力学课程的学时不断压缩的实际情况，本着“提高起点，降低重心”的原则，对原有经典内容进行了改革，在课程内容的取舍和构造方式上，具有针对性、应用性和综合性。编者积极引入面向21世纪的新内容，并在一定程度上消除了大学物理中力学部分与理论力学之间的重叠内容。在不降低基本要求的前提下，对课程体系进行了较大幅度的改革与创新，把教材由传统的三篇改为运动学、动力学两篇，静力学内容放在动力学相应的章节中讲授。此前，按这种体系改革的教材编者已使用多届，取得了良好的教学效果，明显节省了学时，提高了教学效率。

本教材第一篇为运动学部分。分为四章，其主要内容为：点的运动学、刚体的基本运动、点的复合运动及刚体的平面运动。本教材以矢量数学作为工具，使理论力学基本概念的数学描述更为简洁，点的速度、加速度在直角坐标轴上的投影已在物理学中涉及，可作复习性讲授，重点讲授自然轴系的生成、点的加速度在自然轴上的投影；以矢量表示角速度、角加速度，以矢积表示定轴转动刚体上任一点的速度、加速度；用矢量直接推导动系为转动时点的加速度合成定理，与从静力学开始相比，显然提高了起点。使学生一开始就涉及高等数学中的微积分知识，容易引起他们的兴趣和学习的主动性，为学好后续内容奠定了基础。其次，运动学研究物体运动的几何性质，而不考虑物体运动的原因，因此将静力学问题放到其后的动力学中讲授，对运动学的讲授没有任何影响。

第二篇为动力学部分。分为九章，其主要内容为：刚体动力学的基本概念、力系的简化与平衡、质点动力学、动量定理、动量矩定理、动能定理、达朗贝尔原理、虚位移原理及动力普遍方程及机械振动基础。

静力学问题原本就是动力学问题的一个特例，它的分析方法（如力的投影、合成、分解及平衡）也是动力学分析的基础，将原静力学问题回归到动力学中，并作为其基础叙述，使此部分知识更容易融会贯通、易讲易学。静力学内容在动力学中是这样处理的：力、力偶的概念和性质、力的投影与分解、约束和约束反力、受力分析等，作为动力学基本概念放在第五章中讲授。力系的简化与平衡在第六章讲授，为强化基本概念，让学生对问题有一个全局的认识，编者采取了从特殊到一般再到特殊的方法引入基本概念。首先介绍了空间汇交力系和力偶系的简化与平衡这一特殊问题，而其后引入的空间任意力系的简化结果即为前两个问题的简化，其平衡方程也为前两个问题平衡方程的综合。

对特殊情形下的力系，如平面任意力系、平行力系等，可根据其限制条件方便的得出相应的平衡方程。本章节还讨论了系统的平衡、摩擦平衡及重心问题。

第七章至第十章分别对质点动力学、动量定理、动量矩定理和动能定理进行了讨论。上述内容应作为中低学时所应涉及到的主要内容。

第十一章至第十三章介绍了达朗贝尔原理、虚位移原理及动力学普遍方程和机械振动基础，对此类较深的、提高性的内容，则抓住实质、特点作精炼的陈述。教师可根据授课学时掌握讲授内容。

本教材对原教材的某些内容作了增删，力求达到重点突出、条理清晰、结构紧凑、叙述严谨。此前，新教材作为自编教材在山东大学部分专业使用多年，取得了满意的效果。今经修订，对部分内容进行了调整，使之更趋于合理，对书中的符号均按国家最新标准处理。

参加本教材编写工作的有：刘广荣（第一章至第四章和第十二章的部分内容），冯维明（第五章、第六章、第十三章、第十二章部分内容和附录Ⅰ、Ⅱ），李文娟（第八章至第十一章、附录Ⅲ），虞松（第七章）。书中插图全部由冯维明绘制。总体框架、前言和全书的统稿由冯维明负责。

本教材承蒙南京航空航天大学博士生导师金栋平教授审阅，并提出了许多精辟而中肯的意见。

山东大学工程力学系王全娟教授对本书的构思、编辑提出了宝贵的意见，宋娟、赵俊峰等教师参加了课程体系和内容的讨论。编者在此谨表深深的谢意。

由于编者水平有限，欠妥之处在所难免，恳请同行及读者指正。

编　者

2005 年春于山东大学

主 要 符 号 表

$\boldsymbol{a}$	加速度	J_C	刚体对质心的转动惯量
$\boldsymbol{a}_n$	法向加速度	k	弹簧刚度系数
$\boldsymbol{a}_t$	切向加速度	$\boldsymbol{k}$	z 轴的单位矢量
$\boldsymbol{a}_a$	绝对加速度	l	长度
$\boldsymbol{a}_r$	相对加速度	$\boldsymbol{L}_O$	刚体对点 O 的动量矩
$\boldsymbol{a}_e$	牵连加速度	$\boldsymbol{L}_C$	刚体对质心的动量矩
$\boldsymbol{a}_C$	科氏加速度	m	质量
A	面积	M_z	对 z 轴的矩
c	阻尼系数	$\boldsymbol{M}$	力偶矩，主矩
C	质心，重心，截面形心	$\boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F})$	力 $\boldsymbol{F}$ 对点 O 的矩
f	动摩擦因数，频率	$\boldsymbol{M}_I$	惯性力的主矩
f_s	静摩擦因数	n	质点数，转数
$\boldsymbol{F}$	力	O	参考坐标系的原点
$\boldsymbol{F}_R$	主矢，合力	$\boldsymbol{p}$	动量
$\boldsymbol{F}_s$	静滑动摩擦力	P	功率
$\boldsymbol{F}_T$	柔性约束力	q	载荷集度，广义坐标
$\boldsymbol{F}_N$	法向约束力	R, r	半径
$\boldsymbol{F}_{Ie}$	牵连惯性力	$\boldsymbol{r}$	矢径
$\boldsymbol{F}_{IC}$	科氏惯性力	$\boldsymbol{r}_O$	点 O 的矢径
$\boldsymbol{F}_I$	惯性力	$\boldsymbol{r}_C$	质心的矢径
$\boldsymbol{g}$	重力加速度	s	弧坐标
h	高度	t	时间
$\boldsymbol{i}$	x 轴的单位矢量	T	动能，周期
$\boldsymbol{I}$	冲量	$\boldsymbol{v}$	速度
$\boldsymbol{j}$	y 轴的单位矢量	$\boldsymbol{v}_a$	绝对速度
J_z	刚体对 z 轴的转动惯量	$\boldsymbol{v}_r$	相对速度
J_{xy}	刚体对 x、y 轴的转动惯量	$\boldsymbol{v}_e$	牵连速度

v_C 质心速度

V 势能，体积

W 重量，力的功

α 角加速度

β 角度坐标

δ 对数减缩

δ 变分符号

ζ 阻尼比

η 减缩因数

λ 本征值，频率比

ρ 密度，曲率半径，回转半径

φ 角度坐标

φ_m 摩擦角

ψ 角度坐标

γ 角度坐标

ω_n 固有频率

ω 角速度

ω_a 绝对角速度

ω_r 相对角速度

ω_e 牵连角速度

目　录

动 力 学

绪　论

理论力学是研究物体的机械运动一般规律的科学。

机械运动是指物体的空间位置随时间的变化。物体的平衡是机械运动的特殊形式，理论力学也研究物体的平衡问题。它以伽利略、牛顿基本定律为基础，属于古典力学的范畴。本课程研究的是速度远小于光速的宏观物体的机械运动，至于速度接近于光速或微观粒子的运动，则必须用相应的相对论力学或量子力学进行分析研究。古典力学虽然有一定的局限，但在现代科学技术中仍被广泛应用，其计算精度能够满足工程实际的要求。

根据循序渐进的认识规律，本书将理论力学的内容分为运动学和动力学两部分。

运动学　研究物体运动的几何性质，如运动方程、运动轨迹、速度和加速度等，而不考虑引起物体运动的原因。

动力学　研究物体的受力分析，作用于刚体上的力系的简化及物体的运动与所受作用力之间的关系，也研究物体的平衡规律，即物体平衡时力系所应满足的条件。

理论力学的研究，应遵循**实践—理论—实践**的认识规律。对工程实践中的具体问题，在观察、分析的基础上，透过表象抓住本质，经过抽象建立力学模型。根据掌握的基本理论，经过逻辑推理和数学演绎，建立起相应的运动微分方程或方程组，然后将已知数据代入数学方程，得出计算结果。**实践是检验真理的惟一标准**。若结果在实践中证明正确，就直接证明了理论的正确性。如证明错误，除反复验证外，应考虑采用其他理论或发展形成其他新的学科理论。

从实践中总结、归纳、创造理论，再把理论应用到实践中，只有当理论符合客观实际时，才能证明理论是正确的，只有这样的理论才有实际意义。

理论力学是一门理论性较强的技术基础课。通过对该课程的学习，既可以应用所学理论解决工程实际问题，又可以为材料力学、结构力学、弹性力学、流体力学、机械原理、机械零件等后续课程及有关的专业课程提供重要的理论基础。另外，通过理论力学的学习还有助于树立辩证唯物主义世界观，培养逻辑思维，提高分析问题和解决问题的能力。

运 动 学

运动学是理论力学的一部分，不考虑被研究物体的质量和所受的作用力，只研究物体运动的几何性质。因此，**运动学是研究物体机械运动的几何性质的科学**。当物体的尺寸与它的运动范围相比微不足道时，如地球在太阳系中的运动或人造地球卫星相对地球的运动，可作为一个几何点来研究。**在力的作用下，物体内任意两点之间的距离始终保持不变**，这种物体称为**刚体**。点与不计质量的刚体是运动学的两个力学模型，因此运动学又分为点的运动学和刚体的运动学两部分。

物体在空间的位置随时间的改变称为机械运动。为了观察或描述物体的运动，观察者总是依附于某一物体上，如人既可以站在地面上观察或描述飞机的运动，亦可以坐在运动的汽车上观察或描述同一种运动，观察者所依附的物体称为**参考体**。如果参考体是静止的，固结其上的坐标系称为**静坐标系或定坐标系**；反之称为**动坐标系**。如果物体相对所选参考体的位置发生改变，该物体就处于运动状态；在相反情况下，物体则处于静止状态。实质上，物体的运动或静止是对所选参考体的一个相对概念。由于在运动学里不考虑物体的质量和力的作用，可以任选参考体和参考坐标系。

机械运动是在空间伴随时间而发生的，空间和时间在理论力学中被认为是绝对的，即空间是欧几里得三维空间；而时间在任何参考坐标系中均是相同的，与坐标系的运动无关，它是连续变化、均匀增长的自变量t。绝对空间、绝对时间并不反映真实的空间和时间，当研究对象是宏观物体，它的运动速度远小于光速时，计算所产生的误差很小，足以满足工程实际的要求。

在运动学中研究两个基本问题：①介绍点和刚体相对于参考坐标系的运动方程的建立方法，即确定点和刚体的空间位置随时间变化的规律的方法；②研究点和刚体的运动学几何特征，即点或刚体上点的运动方程、运动轨迹、速度、加速度和刚体转动的角速度、角加速度等。

第一章　点的运动学

点的运动学是研究一般物体运动的基础，又具有独立的应用意义。本章将研究点相对某一个参考系的几何位置随时间变化的规律，包括点的运动方程、运动轨迹、速度和加速度等。

§1.1　矢 量 法

一、点的运动方程

在空间运动的点简称为**动点**。动点 M 的位置可用由固定点 O 指向点 M 的矢量 $\boldsymbol{r}$ 表示，该矢量称为**矢径**。矢径 $\boldsymbol{r}$ 是时间 t 的单值连续函数

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t) \tag{1.1}$$

上式被称为**矢量形式的运动方程**。

动点 M 即矢径端点，它在空间描绘的曲线称为**矢端曲线**，矢径的矢端曲线亦即动点的轨迹，如图 1.1 所示。以点 O 为坐标原点，建立如图 1.1 所示的直角坐标系 $Oxyz$，矢径在三个坐标轴上的投影就等于 M 点相应的坐标 x、y、z，设 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 为相应坐标轴的单位矢量，矢径 $\boldsymbol{r}$ 可以表示为

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k} \tag{1.2}$$

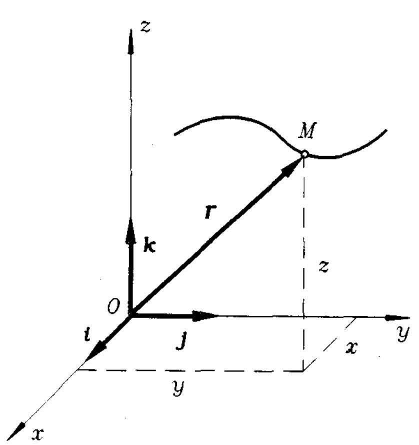


图 1.1

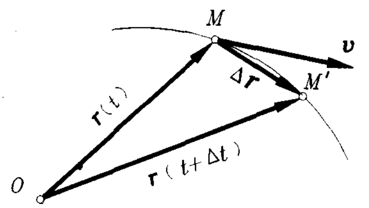


图 1.2

二、点的运动速度

设瞬时 t 动点在 M 点，矢径为 $\boldsymbol{r}(t)$，瞬时 $t+\Delta t$ 动点运动到 M' 点，矢径为 $\boldsymbol{r}(t+\Delta t)$，如图 1.2 所示。矢径在 Δt 内的增量 $\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t)$ 称为动点在 Δt 时间间隔内的位移。

$\Delta \boldsymbol{r}$ 与其对应的时间间隔 Δt 的比值，称为动点 M 在 Δt 时间间隔内的**平均速度**。当 Δt 趋近于零时，平均速度的极限就是动点在瞬时 t 的**速度**，用 $\boldsymbol{v}$ 表示，即

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1.3}$$

因此**动点的速度等于动点的矢径对时间的一阶导数**。它的方向即当 $\Delta t \to 0$ 时，$\Delta \boldsymbol{r}$ 的极限方向为轨迹上 M 点的切线方向，其指向与运动的方向一致。在国际单位制中，速度的单位为米／秒（m/s），也常用公里／小时（km/h）、厘米／秒（cm/s）等。

三、点的加速度

如图 1.3(a)所示，将各不同瞬时的速度 $\boldsymbol{v}_1$，$\boldsymbol{v}_2$，…，平行移动到同一出发点 O_1（任选），以光滑曲线连接各速度端点 M_1，M_2，…，此曲线称为**速度矢端曲线**，简称**速度端图**，如图 1.3(b)所示。从 t 时刻到 $t+\Delta t$ 时刻，动点由 M 点运动到 M' 点，速度由 $\boldsymbol{v}$ 改变为 $\boldsymbol{v}'$，速度的变化量是 $\Delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}'-\boldsymbol{v}$，如图 1.3（c）所示。$\Delta\boldsymbol{v}$ 与其对应的时间间隔 Δt 的比值称为动点 M 在 Δt 时间间隔内的**平均加速度**。当 Δt 趋近于零时，平均速度的极限就是动点在**瞬时 t 的加速度**，用 $\boldsymbol{a}$ 表示，即

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{1.4}$$

方向沿速度端图的切线方向，如图 1.3（b）所示。因此，**点的加速度等于点的速度对时间的一阶导数，或等于点的矢径对时间的二阶导数**。国际单位制中，加速度的单位为米／秒²（$\mathrm{m/s^2}$）。

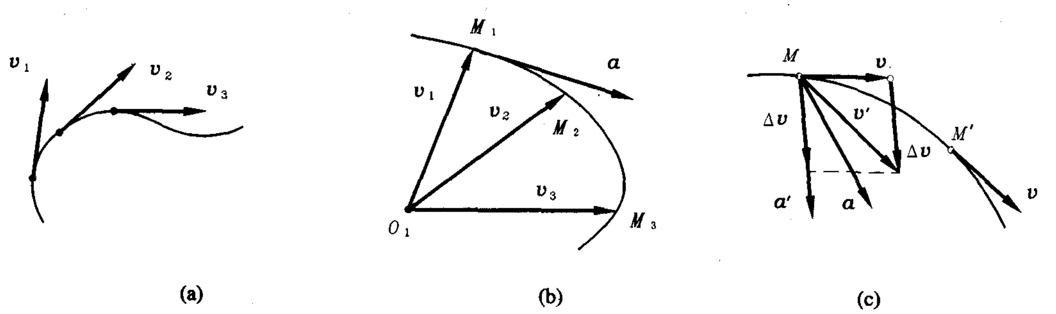


图 1.3

(a) 点沿轨迹的速度；(b) 速度矢端图；(c) 加速度分析。

有时为了方便，在字母上方加上“·”表示该量对时间的一阶导数，加“··”表示该量对时间的二阶导数。因此式（1.3）和式（1.4）可表示为

$$\boldsymbol{v}=\dot{\boldsymbol{r}}\quad,\ \boldsymbol{a}=\dot{\boldsymbol{v}}=\ddot{\boldsymbol{r}} \tag{1.5}$$

§1.2 直角坐标法

一、点的运动方程和轨迹

动点 M 在图 1.1 所示的直角坐标系中运动时，相应坐标 x、y、z 可惟一确定它在空

间的位置，并且是时间 t 的单值连续函数。利用式(1.2)，可以将运动方程(1.1)写为

$$\left.\begin{aligned} x &= f_1(t) \\ y &= f_2(t) \\ z &= f_3(t) \end{aligned}\right\} \tag{1.6}$$

以上三式就是直角坐标形式的运动方程，也是以 t 为参数的空间曲线方程。消去时间参数 t，可得动点 M 的轨迹方程。

二、点的速度

将式(1.2)代入到式(1.3)中，由于 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 为大小和方向都不变的恒矢量，因此得点 M 的速度

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} \tag{1.7}$$

设动点 M 的速度在直角坐标轴上的投影分别为 v_x、v_y、v_z，则速度又可表示为

$$\boldsymbol{v} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k} \tag{1.8}$$

显然

$$\left.\begin{aligned} v_x &= \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \dot{x} \\ v_y &= \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \dot{y} \\ v_z &= \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = \dot{z} \end{aligned}\right\} \tag{1.9}$$

因此可得结论，**点的速度在直角坐标轴上的投影分别等于其相应坐标对时间的一阶导数。** 由此可得速度的大小为

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \tag{1.10}$$

速度方向与各坐标轴的正向夹角的余弦，即方向余弦为

$$\left.\begin{aligned} \cos(\boldsymbol{v},\boldsymbol{i}) &= \frac{v_x}{v} \\ \cos(\boldsymbol{v},\boldsymbol{j}) &= \frac{v_y}{v} \\ \cos(\boldsymbol{v},\boldsymbol{k}) &= \frac{v_z}{v} \end{aligned}\right\} \tag{1.11}$$

三、点的加速度

同理，式（1.7）对时间求一阶导数，代入式(1.4)中，得到点的加速度在直角坐标系中的表达式

$$a=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k} \tag{1.12}$$

设动点 M 的加速度在直角坐标轴上的投影分别为 a_x、a_y、a_z，则加速度又可表示为

$$\boldsymbol{a}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k} \tag{1.13}$$

显然

$$\left.\begin{aligned} a_x&=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=\ddot{x}=\dot{v}_x\\ a_y&=\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}=\ddot{y}=\dot{v}_y\\ a_z&=\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}=\ddot{z}=\dot{v}_z \end{aligned}\right\} \tag{1.14}$$

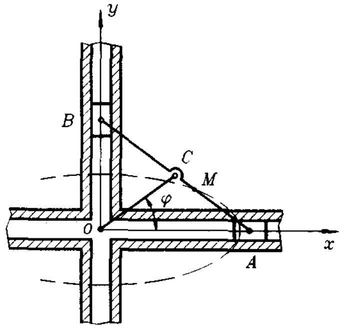
因此可得结论：**点的加速度在直角坐标轴上的投影等于其相应的坐标对时间的二阶导数。**
加速度的大小为

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2} \tag{1.15}$$

加速度方向与坐标轴的正向夹角的余弦，即方向余弦为

$$\left.\begin{aligned} \cos(\boldsymbol{a},\boldsymbol{i})&=\frac{a_x}{a}\\ \cos(\boldsymbol{a},\boldsymbol{j})&=\frac{a_y}{a}\\ \cos(\boldsymbol{a},\boldsymbol{k})&=\frac{a_z}{a} \end{aligned}\right\} \tag{1.16}$$

例 1.1 如图所示，椭圆规的曲柄 OC 可绕定轴 O 转动，其端点 C 与规尺 AB 的中点以铰链相连接，规尺 AB 两端分别在相互垂直的滑槽中运动。已知：$OC=AC=BC=l$，$MC=a$，$\varphi=\omega t$。试求规尺上点 M 的运动方程、运动轨迹、速度和加速度。



例 1.1 图

解 建立坐标系 Oxy 如图 1.4 所示，点 M 的运动方程为

$$x=(OC+CM)\cos\varphi=(l+a)\cos\omega t$$
$$y=AM\sin\varphi=(l-a)\sin\omega t$$

消去时间 t，得轨迹方程

$$\frac{x^2}{(l+a)^2}+\frac{y^2}{(l-a)^2}=1$$

由此可见，点 M 的轨迹是一个椭圆，长轴与 x 轴重合，短轴与 y 轴重合。为求其速度，应将点的坐标对时间取一阶导数，得