

漸風等謹依容李為田十畝二  
百五步八十步分步之八十七

遼寧教育出版社 臺灣九章出版社

# 術曰半周半徑相乘得積步

半徑為廣故

廣從相乘為積步也假令圓徑二尺圓中  
容六弧之一面與圓徑之半其數均等令  
徑率一而弧周率三也又按為圓以六弧  
之一面乘一弧半徑二因而六之得十二  
弧之叢若又割之次以十二弧之一面乘  
一弧之半徑四因而六之則得二十四弧  
之叢割之彌細所失彌少割之又割以至  
於不可割則與圓周合體而無所失矣弧  
面之外猶有餘徑以面乘徑則得出弧表  
若夫弧之細者與圓合體則表無餘徑夫  
無餘徑則叢不出矣以一面乘半徑而為  
圓叢此以周徑謂之然之數非問三徑一  
之率也周三者從其六弧之環耳以推開

# 匯校九章算術

郭書春 汇校

增補版  
(上)

增補版  
(上)

匯校九章算術

郭書春  
匯校



本書為全國古籍整理出版規劃領導小組資助出版

遼寧教育出版社  
臺灣九章出版社

## 圖書在版編目 (CIP) 數據

匯校九章算術/郭書春匯校. —2 版 (增補版) —瀋陽: 遼寧教育出版社, 2004.8

ISBN 7-5382-7040-X

I. 匯… II. 郭… III. ①九章算術 ②數學—中國—古代 IV. O112

中國版本圖書館 CIP 數據核字 (2004) 第 073573 號

遼寧教育出版社 出版發行  
臺灣九章出版社

瀋陽六〇六所印刷廠印刷

---

開本: 850 毫米×1168 毫米 1/32 字數: 500 千字 印張: 31 1/2 插頁: 7  
印數: 2 001—4 000 冊

2004 年 8 月第 2 版

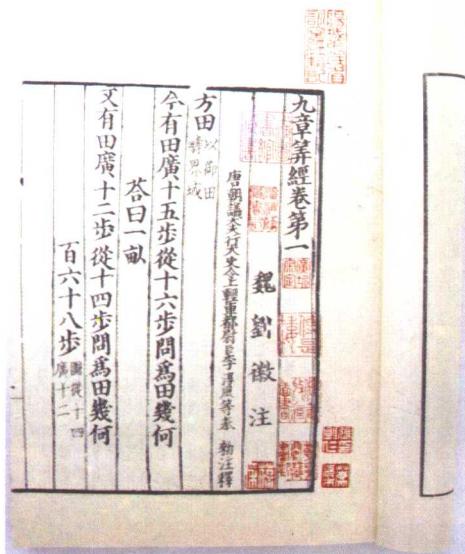
2004 年 8 月第 2 次印刷

---

責任編輯: 許蘇葵 楊軍梅 吳璇 責任校對: 佚名  
技術編輯: 費李蘇 封面設計: 吳光前

定 價: 78.00 圓

鮑刻本《九章算經》  
卷一書影



淳風等譯依密率爲田十步八分步之八十七  
術曰半周半徑相乘得積步

容廣從相乘爲積步也假令圓徑二尺廣中徑率一而弧周率三也又按爲圓以六弧之一而東一弧半徑二因而六之得十二弧之羣若又割之次以十二弧之一而東半徑四因而六之則得二十四弧之羣割之彌細所失彌少割之又割以之不可割則與圓周合體而無所失矣弧而之外猶有餘徑以面東徑則羣出弧若夫弧之細者與圓合體則素無餘徑無餘徑則羣不外出矣以一面東半徑而裁之每難自倍故以半周乘半徑而爲圓羣此以周徑謂至然之數非周三徑一周者從其六弧之羣耳以推

鮑刻本《九章算經》  
劉徽割圓術書影

答曰四萬六千五百尺

術曰廣袤相乘以高乘之二而一  
方得兩

整堵雖復隨方亦爲整堵故二而一此則  
合所規摹推其物體蓋爲整上疊也其形  
如城而無上廣與所規摹其形異而同  
實未聞所以名之爲整堵之說也

今有陽馬廣五尺袤七尺高八尺問積幾何

答曰九十三尺少半尺

術曰廣袤相乘以高乘之三而一

按此術  
陽馬之分

形方雜一隅也今謂四柱屋隅爲陽馬假  
令廣袤各一尺高一尺相乘之得立方積一  
尺邪解立方積兩塗堵邪解整堵一  
爲陽馬一爲整堵陽馬居二整堵居一不  
易之率也合兩體腰成一陽馬合三陽馬  
而成立方故三而一驗之以基其形露  
勢矣悉割陽馬凡爲六體腰觀其割分  
易了也其基或體矩或廣則體  
勢互通蓋易了也其基或體矩或廣則體  
方不等者亦割分以爲六體腰觀其形不  
似然見數亦同積實均地其形不  
爲之矣何則按邪解方某以爲整堵者必  
當以半爲分邪解耳設爲陽馬者亦必  
當以半爲分一從一橫一縱者以爲陽馬  
爲耳設爲陽馬者亦必

鮑刻本《九章算經》劉徽原理書影

永樂大典卷之一萬六千三百四十三

算

第十四

其來同余詳考不法故曰其來同余詳考不法阿初物貴或未微利先下原錢  
東之物却時原物法除之時錢買物至東取百里十所以願還其者留心  
說善用一絲一毫不差也

九章算經

今有鹽一斤價直二百四十各有錢一千三百二十八問得鹽

幾何

答曰五斤八兩一十二錢五分錢之四

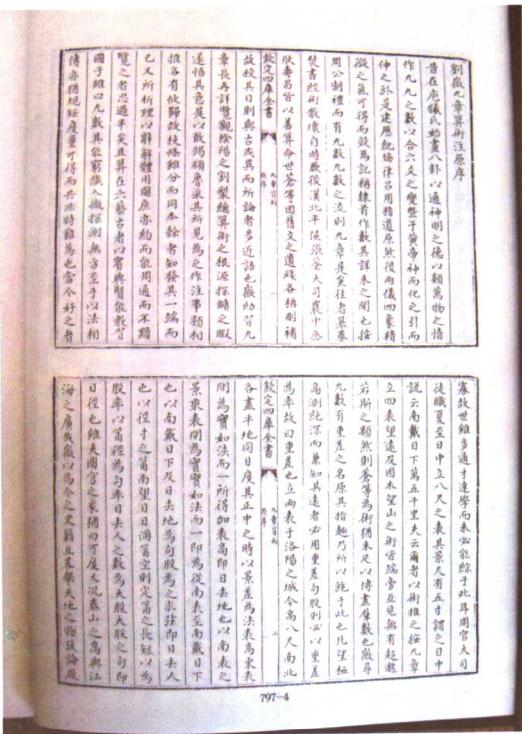
術曰以一斤價數馬法以一斤乘各有錢數馬實實知出得鹽數共九  
兩全有之義以一斤價馬所當一斤馬所當全有錢馬所當共九  
全有之如得

全有得一斤價直三百四十五全有鹽七兩一十二錢問得鹽數四  
答曰一百六十一錢三十二分錢之二十三

《大典》本《九章算經》  
書影

九章算術卷八		九章算術卷八	
注	釋	注	釋
方程以繩錯縱正		方程以繩錯縱正	
今有上禾一束中禾二束下禾一束質三十九斗上禾		今有上禾一束中禾二束下禾一束質三十九斗上禾	
之率四十五下禾一束質三十四斗上禾一束中禾二		之率四十五下禾一束質三十四斗上禾一束中禾二	
十六斗問上中下禾質一束各幾		十六斗問上中下禾質一束各幾	
解曰九千四百九十四分斗之二十一束下禾一束四斗四		解曰九千四百九十四分斗之二十一束下禾一束四斗四	
答曰上禾一束三原木訖三原木訖		答曰上禾一束三原木訖三原木訖	
術曰置上禾三乘中禾二乘下禾一束質三十九斗于		術曰置上禾三乘中禾二乘下禾一束質三十九斗于	
右方中左禾列如右方以右行上禾偏乘中行而以直		右方中左禾列如右方以右行上禾偏乘中行而以直	
言耳此都術也以空青難曉故特繫之禾以決之又		言耳此都術也以空青難曉故特繫之禾以決之又	
列中行如右行也		列中行如右行也	

御覽本《九章算術》方程章書影



四庫本《九章算術》

劉徽序書影

欽定四庫全書

九章算術卷一

晉 劉徽 注

方田以御田疇界域

唐 李淳風 注釋

今有田廣十五步從十六步問為田幾何答曰一百六

又有田廣十二步從十四步問為田幾何答曰一百六

十八步

方田術曰廣從步數相乘得積步

欽定四庫全書

九章算術

此積為田畝凡廣從相乘謂之畝

淳風等按經云廣從相乘得積步注云廣從相乘謂

之畝觀斯注意積畝義同以理推之固不當爾何則

畝是四方單布之名積乃衆數聚居之稱猶名實實

二者全殊雖欲同之竊恐不可今以據畝者據廣從之一方其言積者舉衆步之都數經云相乘得積步即是都數之明文注云謂之爲畝全乖積步之意

此注前云積為田畝乎理得通復云謂之爲畝者

四庫本《九章算術》卷一書影

雷應天習者可以同一無十忘問隱而添題解見法隱而  
注釋註刊太小字以明注草惜此類過疏通俗務凡題法  
解自不明者猶闇而驗之難要除謬術以便入門製法闕  
類失見之章末總十有二卷雖不足補前賢之萬一亟亦  
可備故來之覽覽云爾景定二年辛酉歲正月十七日  
甘鑑塘楊輝謹序

詳解九章算法

宋 楊輝 譜

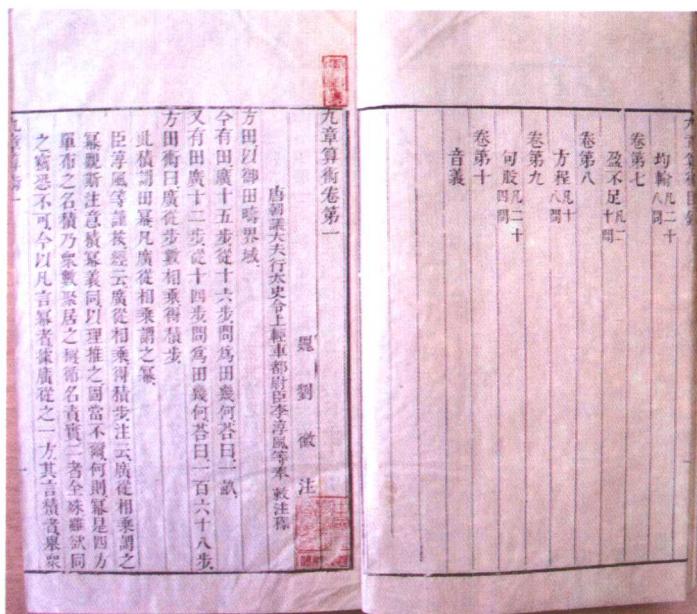
盈不足

以御隱雜五見

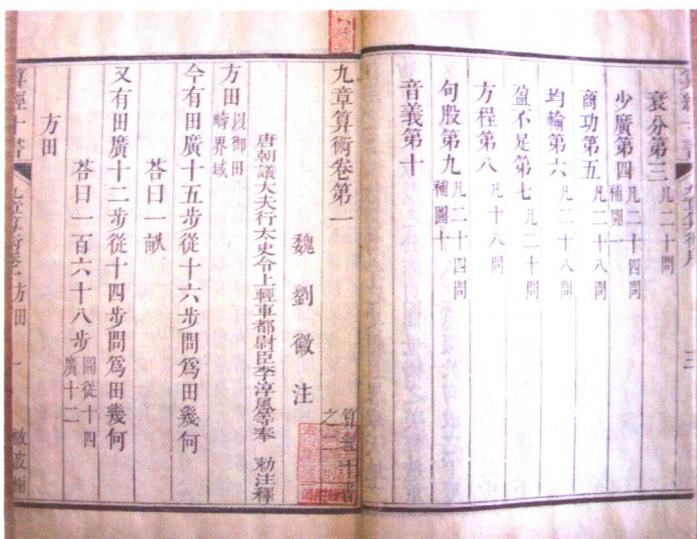
按盈者謂之盈和不足謂之損者謂之損和謂之

四者其數合謂之盈和謂之損猶其貨物久則久盈二入出七不足  
設者就爲同齊之意據其貨物久則久盈二入出七不足  
之正數故可相之爲數并盈不足爲洪濟之二十二盈是  
四數合者有盈于二者之二者是三數合者有分者  
毛數合者有分者是二數爲洪濟云若商設有分者  
毛者向其母此門兩段俱見不分故并齊其子同其母又云  
其下雜乘上達假同約之不可約故并同乘之所出者相  
小或多者餘謂之盈差以爲少或減并盈者是爲定數故  
少或加并盈者爲盈則爲物價盈者爲當數

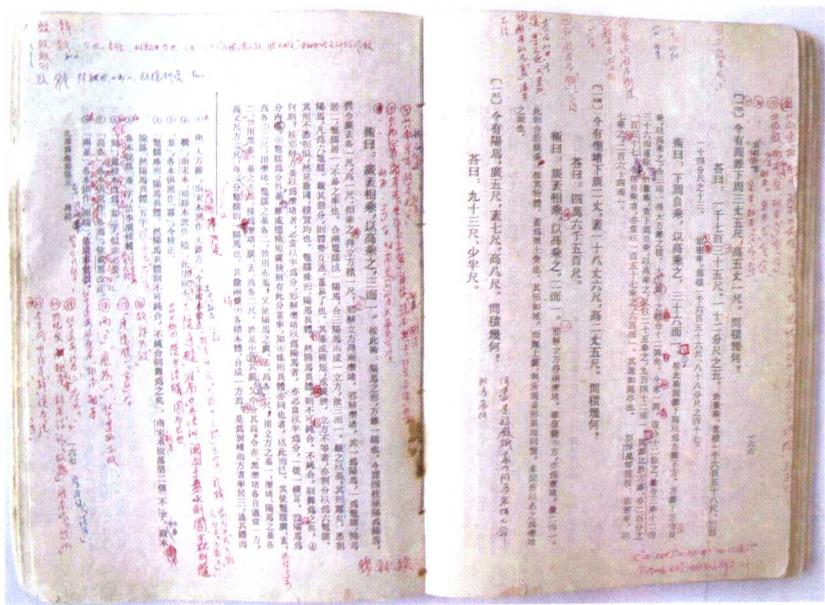
涉及相連不可獨約亦當分用以我設並盈者爲約法度  
而目置所出率盈不足各居其下命雜乘所與率並以  
爲實并盈不足爲法實如法而一有分者通之盈不足



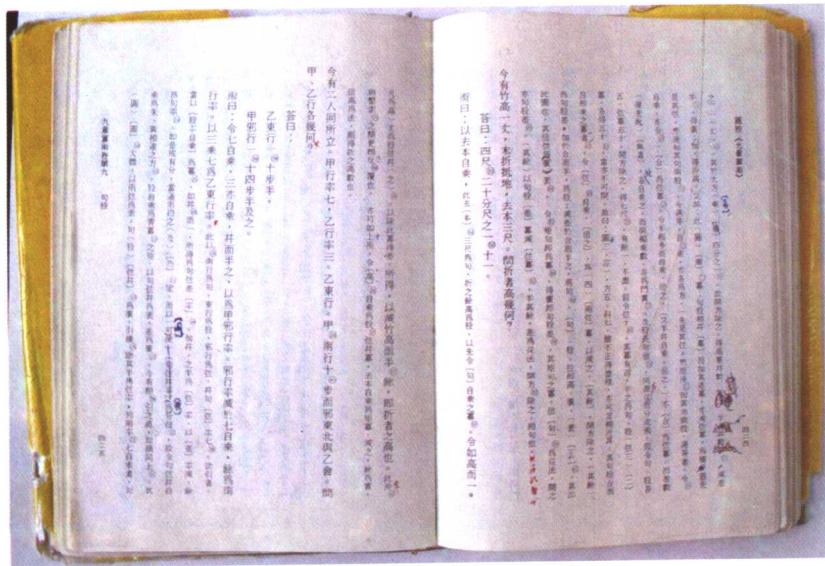
屈刻本《九章算術》書影



孔刻本《九章算術》書影



錢校本《九章算術》書影



匯校《九章算術》初印本書影

# 增補版前言

郭書春

匯校《九章筭術》（學術界通常稱爲匯校本）出版已經十有三年，如果從定稿算起，則十有六年了。自匯校本脫銷以來，數學史、科學史等以及歷史學界許多學者敦促筆者重版；匯校本得以出版的主要促成者，現任遼寧出版社集團副董事長、遼寧教育出版社原社長俞曉羣先生也一再提出重版。由於筆者和許多學者在匯校本出版後關於《九章筭術》的校勘有若干新的進展，筆者覺得，若要再版，應該做某些增補、修訂。當時筆者忙於《李儼錢寶琮科學史全集》<sup>[1]</sup>、嚴敦傑《祖沖之科學著作校釋》<sup>[2]</sup>等著作的編纂、整理，隨後期盼已久的《筭數書》剛剛全文公布，亟需研究，無暇顧及增補，以至延宕至今。

## （一）

這裏首先要交代一下《九章筭術》書名的用字。東漢光和二年（公元一七九年）大司農斛、權的銘文有「依黃鍾律曆」、《九章筭術》<sup>[3]</sup>等字樣，用的是「九章筭

術」，而不是「九章算術」。唐初李淳風等整理十部算經，改「術」作「經」。南宋本<sup>[4]</sup>與《大典》本<sup>[5]</sup>皆作《九章筭經》。戴震以降，使用《九章算術》的名稱，並將諸筭經中所有的「筭」字改作「算」。戴震依據的是東漢許慎《說文解字》的說法：「筭，長六寸，計歷數者。從竹，從弄，言常弄乃不誤也。」而「算，數也。從竹，從具，讀若筭。」<sup>[6]</sup>清段玉裁注更明確地說：「筭爲算之器，算爲筭之用。」<sup>[7]</sup>簡言之，「筭」是算籌，而「算」是計算。可是，二十世紀八十年代湖北張家山二四七號漢墓中出土的數學竹簡中有一枚的背面有「筭數書」三字，並被命名爲這批竹簡的書名<sup>[8]</sup>。學術界認爲，《筭數書》的主要部分完成於先秦<sup>[9]</sup>。這說明，在先秦人們就用「筭」表示計算，並且在數學著作的書名中使用「筭」字，一直延續到明代和清初。很顯然，《九章筭術》是我們校勘的這部書的原名，而不是東漢或後人的改纂。因此，應當恢復《九章筭術》的書名。當然，「筭」、「算」在古代就時有通用，在現代漢語中，「筭」字已不常用，完全代之以「算」，目前日常應用還是可以稱之爲《九章算術》的。

劉徽說：

(二)

周公制禮而有九數，九數之流則《九章》是矣。往者暴秦焚書，經術散壞。自時厥後，漢北平侯張蒼、大司農中丞耿壽昌皆以善筭名世。蒼等因舊文之遺殘，各稱刪補。故校其目則與古或異，而所論者多近語也。

這是關於《九章筭術》的編纂的最早的也是最準確的記述。二十世紀八十年代出土的《筭數書》已經公布，它與《九章筭術》在先秦的形態產生的先後，目前無法斷定。然而有幾點還是可以肯定的：《筭數書》爲劉徽關於《九章筭術》編纂的論述提供了佐證，但是，它不是《九章筭術》的前身<sup>[10]</sup>，《筭數書》的表達方式十分紛雜，《九章筭術》完成了中國傳統數學的表達方式的規範化<sup>[11]</sup>；《筭數書》有分數四則運算法則，比例問題算法，盈不足術，「同工共作」和若干體積公式等重要成就，與《孫子算經》等著作不分軒輊，卻早出七八百年以上<sup>[12]</sup>，但是，它無法取代《九章筭術》在中國數學史上的地位<sup>[13]</sup>。

《九章筭術》是中國傳統數學最重要的經典，它所確立的數學框架，它的數學成就、體例和特點影響了中國和東方傳統數學的始終。《九章筭術》的分數四則運算法則，比例問題算法，盈不足術，開方術，方程術，正負術，損益法，解句股形方法及句股數組通解公式等成就在世界數學史上佔有重要地位。它的主體部分和主要成就是在先秦完成的，超前其它文化傳統的數學幾個世紀甚至上千年。它的編纂成書，標誌

着太平洋西岸的華夏大地（後來還有印度和阿拉伯地區）取代了地中海東部沿岸的古希臘而成為世界數學研究的重心，標誌着數學從以研究客觀世界的空間形式為主轉變為以研究數量關係為主，也標誌着數學的表現形式從以公理化傾向為主轉變為以算法傾向為主。

通常說的《九章算術》，有狹義與廣義兩種含義。狹義地說，僅指西漢張蒼（？——公元前一五二年）、耿壽昌（公元前一世紀）在先秦遺文基礎上刪補編定的《九章算術》本文。廣義地說，還包括後來與之體行世的魏劉徽所撰的《九章算術注》（公元二六三年）與唐李淳風等所撰的《九章算術注釋》（公元七世紀）。一般說來，言編纂、成就、特點等，常用狹義的含義，而言版本、校勘等，則常用廣義的含義。

劉徽《九章算術注》以演繹邏輯為主要方法全面證明了《九章算術》的公式解法，奠定了中國傳統數學的理論基礎，完成了中國傳統數學的理論體系。劉徽在對圓面積公式的證明和對作為多面體體積理論基礎的劉徽原理的證明中，在世界數學史上首次將極限思想和無窮小分割方法引入數學證明；後者將多面體體積理論建立在無窮小分割基礎之上，實際上已開始探討後來希爾伯特（HILBERT，一八六一——一九四

三）第三問題<sup>[14]</sup>所考慮的課題；劉徽在中國首創了求圓周率精確近似值的科學方法，在開方不盡時提出用「微數」即以十進分數逼近無理根的方法，不僅開十進小數之先河，也奠定了中國圓周率計算領先世界千餘年的基礎。

《九章算術》及其劉徽注具有鮮明的機械化、程序化和構造性的特點，它們的思想和方法對現代數學研究和教學仍有啓迪作用。當代中國數學泰斗吳文俊先生受其啟發，開創了數學機械化研究的新方向，取得了舉世矚目的重大成就。

### (三)

唐初李淳風等整理的《九章算術》到唐中葉李籍作《九章算術音義》時便已存在幾種基本相同而有細微差別的抄本，其中有二、三個影響到今天。一個被李籍引用的另一抄本在北宋元豐七年（一〇八四年）秘書省刊刻「十部算經」時取作《九章算術》的底本。秘書省刻本今已不傳。南宋鮑澮之於慶元六年（一二〇〇年）翻刻了此本，刻印俱佳，錯訛雖有而極少，可惜到明末僅存前五卷，世稱鮑刻本或南宋本。一九八〇年文物出版社原式影印，收入《宋刻算經六種》<sup>[15]</sup>，得以廣泛流傳。清初汲古閣主人毛扆影抄了鮑刻本（一六八四年），世稱汲古閣本。一九三二年，故宮博物

院影印，收入《天祿琳琅叢書》<sup>[16]</sup>。

北宋賈憲撰《黃帝九章算經細草》<sup>[17]</sup>（十一世紀三十年代前後），照錄了《九章算術》本文及劉徽注、李淳風等注釋，所使用的或者就是秘書省刻本的母本，或者是與之十分接近的李籍提到的另一抄本。南宋楊輝於景定二年（一二六一年）爲賈憲的細草作詳解，是爲《詳解九章算法》<sup>[18]</sup>，其中的《九章算術》本文及劉徽注、李淳風等注釋，世稱楊輝本，今存約三分之二。

明初編纂《永樂大典》（一四〇八年），取李籍撰《九章算經音義》所使用的那一個《九章算術》抄本或其轉抄本爲底本，分類抄入「筭」字條各卷，世稱《大典》本。《大典》本《九章算術》至清乾隆間尚無缺失，後因官吏盜竊、列強焚毀掠奪，散失殆盡，今只存衰分章的後半章和少廣章。《大典》本的錯訛稍多於鮑刻本，不過抄錄仍屬認真。

所謂《九章算術》的校勘，主要是指對劉徽《九章算術注》的校勘。因爲各傳本《九章算術》的本文錯訛不多，有幾處錯訛亦容易糾正；再者，完成了劉徽《九章算術注》的校勘，李淳風等的《九章算術注釋》的校勘則大多可迎刃而解。由於《九章算術》及其劉徽注在中國數學史上無與倫比的地位，對《九章算術》的校勘，是中國傳統數學著作的校勘中，也是中國傳統科學技術著作校勘中最重要的課題。同時，由

於劉徽《九章算術注》內容高深，不易理解，各傳本錯訛極多，《大典》本、楊輝本句股章的劉徽注竟有連續約百字不可句讀者。因此，關於《九章算術》的校勘在中國古代數學著作中難度又是最大的。

對《九章算術》的校勘，起碼可以追溯到李淳風、楊輝。然而，全面的校勘則是從戴震（一七二四——一七七七）開始的。他於清乾隆三十九年（一七七四年）在《四庫全書》館從《永樂大典》中輯錄出《九章算術》<sup>[19]</sup>，並加校勘，先後成爲《武英殿聚珍版叢書》本<sup>[20]</sup>與《四庫全書》本<sup>[21]</sup>的底本。不久，戴震看到了汲古閣本，先後對《九章算術》重加校勘，成爲屈曾發刻豫簷堂本<sup>[22]</sup>（一七七六年）和孔繼涵刻微波榭本<sup>[23]</sup>（一七七七年或其後）的底本。戴震輯錄、整理《九章算術》的貢獻極其重大，他也提出了若干正確的校勘。有了他的工作，我們今天才能看到全本的《九章算術》，並且基本上可以卒讀。然而，他的工作存在著嚴重失誤。首先，他從《永樂大典》的輯錄工作十分粗疏，造成的衍脫舛誤相當多，以致戴震輯錄本與其母本《大典》本的差別遠遠超過《大典》本與鮑刻本的差別，儘管後二者的母本在李籍時代就已屬於不同的版本鏈。因此我們絕不應該將戴震輯錄本等同於《大典》本。其次，由於對劉徽注的結構認識不清，對某些數學內容不理解，對古漢語的某些特殊修辭規律不了解，以及不懂某些字詞的古義，句讀有誤等原因，戴震提出了相當

多的錯校，尤其是改動了大量的不誤原文。再次，戴震在屈刻本、孔刻本中進行了許多修辭加工，這在校勘學上是不容許的。還有，戴震在屈刻本和孔刻本中將自己在《大典》輯錄校勘本中提出的大多數校勘不出校勘記而冒充原文。戴震在屈刻本、孔刻本中的工作進一步造成了《九章算術》的版本混亂。不過，將孔刻本冒充汲古閣本的重雕本，並將雕書時間提前到乾隆三十八年（一七七三年），大約是孔繼涵所為，戴震未必知曉。

戴震的工作引發了乾嘉時期研究《九章算術》，進而整理、研究中國古算的高潮。李潢<sup>[24]</sup>（？——一八一二）、汪萊<sup>[25]</sup>（一七六八——一八一三）、李銳<sup>[26]</sup>（一七七三——一八一七）等分別以孔刻本爲底本校勘《九章算術》。汪萊對各章都作了校勘，數量不是太多，但都十分得當。李銳只校勘了方程章的方程新術細草，亦十分正確。李潢則對《九章算術》進行了全面校勘，除了不同意戴震將劉徽割圓術中的部分「弧」改作「觚」、將《九章算術》的正負術及其劉徽注中的「人」改作「入」之外，著重對戴震沒有校勘的部分作校勘。他的許多校勘是正確的，一般說來，經過他的校勘，《九章算術》大部分內容都能文從字順。而且，他指出了孔刻本與《大典》本的幾處重要不同。然而，李潢不了解戴震輯錄粗疏的嚴重程度，失去了恢復《大典》本原貌的最後機會；同時，像戴震一樣，由於不理解劉徽注的某些數學內