

九章算術今譯

九章算术今译

白尚恕 译

山东教育出版社

1990年·济南

九章算术今译（精）

白尚恕 译

*

山东教育出版社出版

（济南经九路胜利大街）

山东省新华书店发行 山东新华印刷厂德州厂印刷

*

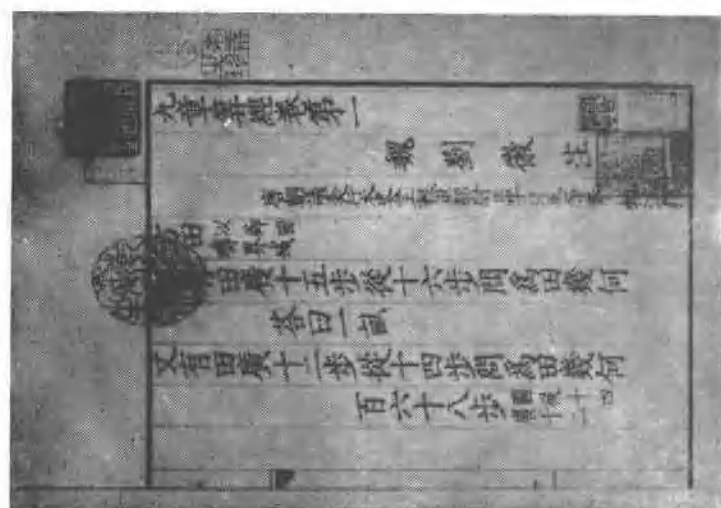
850×1168毫米32开本 15.5印张 4插页 339千字

1990年12月第1版 1990年12月第1次印刷

印数 1—1,000

ISBN 7-5328-0952-8/0·17

定价：8.00元



天標琳瑯閣《九章算術》書影

數定四庫全書

九章算術卷一

晉 劉徽 注

唐 李淳風 注解

方田以御田疇界域

今有田廣十五步從十六步問為田幾何答曰一畝

又有田廣十二步從十四步問為田幾何答曰一百六

十八步

多田所曰廣從步數相乘得積步

數定四庫全書

此積為田畧凡廣從相乘謂之畧

淳風等按此云廣從相乘得積步注云廣從相乘謂

之畧觀此注意積畧義同以理推之固不當爾何則

畧是四方單布之名積乃直數數居之積隨各直實

二倍各畧雖誤用之病恐不可今以據言畧者據廣

從是一方耳言積者乘數多之即數觀云相乘得積

即此是卻數之明矣注云謂之為畧全非積生之也

前此注尚未積為田畧子段得邊復云謂之為畧豈

乾隆丙申新鐫

九章算術
海島算經合刻

豫籍堂藏版

九章算術序

劉德煥

蓋自堯舜禹湯八紘既理之始以類萬物之類作九
之類以合六支之意始於黃帝神而化之可謂神之妙思也
其後雖已用算道限然彼兩漢四代在籍一氣可再而故其
得法皆作數其才木之謂也按周公制禮向有九章九數之書
即九章是矣注者楊泰微似新數法自昔歷代或某年孫
孫大司馬中丞張壽昌皆以舊算論世性不固陋又通經各
為術補其校其目則與古或異而明者多通記也其後
其長其詳覽觀隨陽之制製也算術之根源深矣後漢
是也四章算術之末其所見者一任注事即相傳之有故或
表微雖分而本意已分其一端而已又所折遷以計
所圖亦亦有所能周通而不窮覽之者思運于其目其

乾隆丙申新鐫 九章算術 書影

衰分第三 凡二十問

少廣第四 凡二十問

商功第五 凡二十八問

均輸第六 凡二十八問

盈不足第七 凡二十問

方程第八 凡十八問

句股第九 凡二十四問

音義第十

九章算術卷第一

第二十一問

魏劉徽注

唐劉詠夫行本 宋李淳風注

方田 凡二十問

今有田廣十五步從十六步問爲田幾何

答曰一畝

又有田廣十二步從十四步問爲田幾何

答曰一百六十八步

方田

九章算術卷第一 方田 一 劉徽注

序

语言文字随着时代的前进而逐渐变化，商、周时期的民间语言，到了秦汉就成为佶屈聱牙的古董。秦汉时期的书籍，现代人望而却步。因而古籍在手而不解其意，怎不令人惋惜。

我国的《九章算术》，在世界数学发展史上是久享盛誉的巨著，可惜文字古奥，不便普及，为广传这份遗产，很有把它译为现代文字的必要。

原书所用名词，多不揭示概念，而由读者望文生义。要想一目了然，必须增加注解，而这类名词，往往缺少现代成语。于是不得不为之婉转疏通。注释之难，就在这里。

刘徽首先给《九章算术》作注，功绩很大。而400年后，李淳风再注，便与刘徽有些不同认识。近代数学史家钱宝琮先生又为之句点与校订，学术价值逐步提高，这些现象都属正常。现在白尚恕先生这本书，参照钱先生的校订，酌以己见，使之更加完美。白先生原有《测圆海镜今译》问世，译笔颇受重视。六年多前又有《九章算术注释》出版，现在将几年积累的条目补充进去，使注释更加丰富，一并用语体文公之同好。

把一本书译好已经不是易事，再加校订、注释，必须对比资料，搜集旁证，辨字义、审事理才能作判断。这要付出更多的劳力。所以本书之成，来之匪易。编者一切辛苦都为发扬祖

国文化，方便读者，我乐观其成，愿附短言，使读者聊知成书梗概。

赵慈庚

1989年5月17日于北京师范大学

前 言

《九章算术》是我国流传至今较古老的一部数学专著，它可能是长期以来经过多人修改、删补直到东汉初期才形成的现今流传的定本。由于其内容十分丰富，体例比较规范，而且论述正确无误，因而一直被誉为我国传统数学的代表作。不止在中国数学发展中起到主导作用，而在世界数学的发展中也占有重要地位。可见，《九章算术》乃是一部极其重要的古代经典数学著作。

刘徽，是我国古代一位杰出的布衣数学家，由于资料所限，他的籍贯身世、生卒年代不可详考，只能根据不多的记载，断定他是魏、晋时代潁乡（今山东临淄或潁川一带）人。在学术论述方面，除对《九章算术》作过注解外，还编了《海岛算经》一书。正如他在《九章算术注》的序言中所说：“徽幼习《九章》，长再详览。观阴阳之割裂，总算术之根源，探賾之暇，遂悟其意。是以敢竭顽鲁，采其所见，为之作注”。

“辄造《重差》，并为注解，以究古人之意，缀于《句股》之下”。纵观他的《九章算术注》及《海岛算经》，不难发现他的学识渊博，治学严谨，造诣精深，不愧为我国古代杰出数学家。

刘徽在《九章算术注》中，他“析理以辞，解体用图”，既用语言文字分析其理论依据及推导过程，又用图形解剖其内在结构，还有许多创造、发明。所有这些创举，一方面促进了

中国古代数学的发展，一方面对现今数学研究起到了借鉴作用。在直线型图形面积理论上，他广泛采用了出入相补原理，在直线型图形体积理论上，他以三种基本几何体为理论基础，借以推导其他算法理论；对于圆型的理论，他便采用割圆术作为理论基础，还辅助以截割原理严加论证；对于勾股、测望问题，他借助于勾股原理、相似性质推导到重差理论。

在算法方面，刘徽在约分术的基础上，凭借不失本率原理，理论化齐同术，把齐同理论应用在衰分术、少广术、均输术、盈不足术、方程术上，使之提高到齐、同、通思想，贯彻于全书之中，作为基础理论之一。刘徽还把今有术看作算法中的“都术”，认为既能“分诡数之纷杂，通彼此之否塞”，又能“平其偏颇，齐其参差”。用今有术解释各种计算方法，甚至认为其他一切算法都是由今有术演变而成的。刘徽还把数与数的关系称为率，认为率既渗透在齐同通算法中，也渗透在今有术算法中，率是一切算法的核心。

通过《九章算术》的记载及刘徽的论述，不难发现，《九章算术》已形成了以中国数学为代表的东方数学的特色：机械化体系的数学。在《九章算术》及刘徽注中，可以明显地看到，开平方、开立方的机械化算法，由直除法到三角形矩阵的机械化过程、少广术、更相减损术等都是强有力的例证。

唐代初期，为了国子监的需要，天文学家、数学家李淳风等人奉诏注解十部算经。虽然南北朝伟大的数学家祖冲之也注解过《九章算术》，但是祖冲之的注解早已亡佚。现在流传的《九章算术》，只包含有刘徽的注文及李淳风的注文。

含有刘、李注文的现传本《九章算术》，用字深奥，文字简略，阅读起来难于领略其确切含义，更不利于广为传播。现

今，为了易于使人涉猎了解，又为了易于继承和发扬古代文化遗产，很有必要译为现代语言。

凡研究古籍，或探究经典著作的学术真谛，必须依据古籍的正确原文，而正确的原文则基于校勘工作。可见，校勘工作是研究古籍的基础，而研究古籍则是校勘工作的上层建筑。研究一般古籍是如此，研究古算原著也不例外。在数学史研究领域内，不拘是教学还是研究工作，必须接触古算原著。在接触原著时，而句点及校勘工作当属第一要事。

由于辗转传抄，《九章算术》有不少衍文夺字之处，虽然历代经过李淳风、杨辉、戴震、李潢、沈钦裴、李锐等人校勘，仍有不少误文。经过钱宝琮的校勘，一般都能文从字顺易于了解，对于读者有莫大的方便，可以说钱氏的校点冠诸前人，具有极大功绩。但是，钱氏也有漏校、误校和句点欠妥之处。现今，以钱校本为蓝本，并参照《九章算术注释》所论，先后写出校正文字一百一十余条。

按照以上所论，本书以《九章算术》每卷为单位，先列出各卷经文及刘、李注文，并冠以〔原文〕二字；其次则列出各卷的校勘文字，而冠以〔校正〕二字；其三是〔译文〕；最后是〔注解〕。本书之末，以刘徽另一名著《海岛算经》作为附录。

在经过校勘的原文基础上，参照《九章算术注释》，并结合近年的研究，用现代语言及符号写出各卷的译文，列于〔校正〕之后。在译述中，原书所用名词，如有相应的现代名词，则述以今名；如无相应的现代名词，则仍用原名，而于适当之处如以注释。对于简单的法则或理论，则直接用文字加以叙述；对于较为烦难的法则或理论，除文字叙述外，并表示以近

代符号，必要时，并配以适当的例证，加以阐发。为能确切地表达《九章算术》的原意，对于有关面积、体积、勾股、测望、方程等各问题配以适当的图形与图示。

为了确切论述其原意，在校订、译述之余，加以必要的注解，共写出注解文字二百余条，分别置于各卷之末。

本书初稿之后，承蒙北京师范大学教授赵慈庚先生惠予审阅全文，并提出许多珍贵意见和建议，成稿之后，还撰写了序言。在此一并致以由衷的谢意。

白尚恕

一九八九年五月三日

于北京师范大学

目 录

刘徽九章算术注原序.....	1
九章算术卷第一.....	9
九章算术卷第二.....	68
九章算术卷第三.....	103
九章算术卷第四.....	129
九章算术卷第五.....	183
九章算术卷第六.....	239
九章算术卷第七.....	315
九章算术卷第八.....	356
九章算术卷第九.....	418
附录：海岛算经.....	460

刘徽九章算术注原序

昔在包牺氏始画八卦，以通神明之德，以类万物之情，作九九之术以合六爻之变。暨于黄帝神而化之，引而伸之，于是建历纪，协律吕，用稽道原，然后两仪四象精微之气可得而效焉。记称隶首作数，其详未之闻也。按周公制礼而有九数，九数之流，则《九章》是矣。

往者暴秦焚书，经术散坏。自时厥后，汉北平侯张苍、大司农中丞耿寿昌皆以善算命世。苍等因旧文之遗残，各称删补。故校其目则与古或异，而所论者多近语也。

徽幼习《九章》，长再详览。观阴阳之割裂，总算术之根源，探赜之暇，遂悟其意。是以敢竭顽鲁，采其所见，为之作注。事类相推，各有攸归，故枝条虽分而本幹者，知发其一端而已。又所析理以辞，解体用图，庶亦约而能周，通而不黷，览之者思过半矣。且算在六艺，古者以宾兴贤能，教习国子。虽曰九数，其能穷纤入微，探测无方。至于以法相传，亦犹规矩度量可得而共，非特难为也。当今好之者寡，故世虽多通才达学，而未必能综于此耳。

周官大司徒职，夏至日中立八尺之表，其景尺有五寸，谓之地中。说云：南戴日下万五千里。夫云尔者，以术推之。按《九章》立四表望远及因木望山之术，皆端旁互见，无有超邈若斯之类。然则苍等为术犹未足以博尽群数也。徽寻九数有重差之名，原其指趣乃所以施于此也。凡望极高，测绝深而兼知

其远者必用重差，句股则必以重差为率，故曰重差也。立两表于洛阳之城，令高八尺。南北各尽平地，同日度其正中之景。以景差为法，表高乘表间为实，实如法而一，所得加表高，即日去地也。以南表之景乘表间为实，实如法而一，即为从南表至南戴日下也。以南戴日下及日去地为句、股，为之求弦，即日去人也。以径寸之简南望日，日满简空，则定简之长短以为股率，以简径为句率，日去人之数为大股，大股之句即日径也。虽天圆穹之象犹曰可度，又况泰山之高与江海之广哉。微以为今之史笈且略举天地之物，考论厥数，载之于志，以阐世术之美。辄造重差，并为注解，以究古人之意，缀于句股之下。度高者重表，测深者累矩，孤离者三望，离而又旁求者四望。触类而长之，则虽幽遐诡伏，靡所不入。博物君子，详而览焉。

【译文】

相传古代包牺氏画八卦^①，以疏通人类的道德，以类聚万物的道理。作九九之术^②，以符合六爻^③的变化。及至黄帝时则神而化之，引而伸之，于是建立历法、纪元，协调六律、六吕，用以考核道理的本原，然后两仪、四象^④、阴阳之气可以得到效果。《礼记》称：隶首创造了数，但其详细情况则不得而知。按周公制定《周礼》时就有九数^⑤，而九数一类的数学，则形成了《九章算术》（简称《九章》）。

昔日残暴的秦始皇焚书坑儒，以致经学、儒术遭到破坏。自此以后，汉代北平侯张苍、大司农中丞耿寿昌皆以精通数学而闻名于世。张苍等人鉴于书籍、文件的残缺不全，于是进行删补。所以核对其细目与古代或不尽相同，而其论述多为近代

语句。

刘徽自幼学习《九章》，年长后又作详细研究。观察阴阳的割裂，总结数学的根源，探讨幽深之余，便逐渐领悟其意。于是竭尽个人愚蠢之力，搜集所见，为《九章》作注。对于事物相互推导，各有所归，是故枝条虽然相分，而同一主干，知其发于一端而已。又用辞句分析其道理，用图形解剖其结构，虽较简约，但也周全，通达而不泛滥，读者可以领悟其大半。且数学是六艺之一，古代以礼宾贤能，教育学子。虽称之为九数，既可以穷究其纤微之处，也可以探测无固定之处。至于古代以法相传的内容，犹如用规矩进行度量一样，并非特别繁难。由于现今感兴趣者很少，故世间虽有很多通才、达学之人，但恐未必能综核于数学。

《周官·大司徒职》论述③：夏至日中正午时，立8尺之表，若其日影有1尺5寸，则称为地中。注解说明：由此向南15000里就是太阳的正下面。这种说法，以术推之。按《九章》卷9第22问立四表望远及第23问因木望山之术，其端旁皆可互相看见，并没有像这样远距离之类的问题。然而可见张苍等人的造术，仍未能概括各种数学问题。刘徽在九数中发现重差术一名，其旨趣乃是实施于这样的问题。凡是测望极高、测望绝深及测望极远者必用重差术，面句股则必以重差为比率，故称为重差术④。竖立两表于洛阳之城，使各高8尺。假设南北两表都在同一地平面上，同一天日中正午时度量其日影。以两日影之差作为除数，以表高乘两表间距离作为被除数，被除数除以除数，以所得结果与表高相加，即得太阳至地面的垂直距离⑤。以南表日影乘两表间距离作为被除数，被除数除以以前一除数，所得即是南表至太阳正下面的水平距离⑥。以南表至太