

计量经济学基础

Basic Econometrics (第四版)
(Fourth Edition)

下册

[美] 达摩达尔·N·古扎拉蒂 / 著

Damodar N. Gujarati

中国人民大学出版社



Education

经济
科学
译丛





梁晶工作室
LANGFANG PUBLISHING STUDIO

<http://www.ljps.com.cn>

计量经济学基础

Basic Econometrics (第四版)
(Fourth Edition)

下册

[美] 达摩达尔·N·古扎拉蒂 / 著

Damodar N. Gujarati

林少宫 / 校

费剑平 孙春霞等 / 译

经济

科学

译丛



中国人民大学出版社

Education

图书在版编目 (CIP) 数据

计量经济学基础：第4版 / (美) 古扎拉蒂著；费剑平、孙春霞等译.
北京：中国人民大学出版社，2004
(经济科学译丛)
ISBN 7-300-03628-7

I. 计…
II. ①古… ②费… ③孙…
III. 计量经济学
IV. F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 132444 号

经济科学译丛

计量经济学基础 (第四版)

[美] 达摩达尔·N·古扎拉蒂 著
林少宫 校
费剑平 孙春霞 等译

出版发行 中国人民大学出版社
社 址 北京中关村大街 31 号 邮政编码 100080
电 话 010-62511242 (总编室) 010-62511239 (出版部)
010-82501766 (邮购部) 010-62514148 (门市部)
010-62515195 (发行公司) 010-62515275 (盗版举报)
网 址 <http://www.crup.com.cn>
<http://www.ttrnet.com> (人大教研网)
经 销 新华书店
印 刷 河北涿州星河印刷有限公司
开 本 787×1092 毫米 1/16 版 次 2005 年 4 月第 1 版
印 张 64.5 插页 10 印 次 2005 年 4 月第 1 次印刷
字 数 1 310 000 定 价 95.00 元 (上、下册)

版权所有 侵权必究 印装差错 负责调换

《经济科学译丛》

编辑委员会

学术顾问

高鸿业 王传纶
胡代光 范家骧
朱绍文 吴易风

主 编

陈岱孙

副主编

梁 晶 海 闻

编 委

王一江 王利民
王逸舟 贝多广
平新乔 白重恩
刘 伟 朱 玲
许成钢 张宇燕
张维迎 李 扬
李晓西 李稻葵
杨小凯 汪丁丁
易 纲 林毅夫
金 碚 姚开建
徐 宽 钱颖一
高培勇 梁小民
盛 洪 樊 纲

(按姓氏笔画排列)

目 录

| | | |
|-------|--|-----|
| 第 3 篇 | 计量经济学专题 | 525 |
| | 第 14 章 非线性回归模型 | 527 |
| | § 14.1 本质上的线性和非线性回归模型 | 527 |
| | § 14.2 线性和非线性回归模型的估计 | 529 |
| | § 14.3 估计非线性回归模型: 试错法 | 529 |
| | § 14.4 估计非线性回归模型的方法 | 531 |
| | 直接搜索或试错法或不用求导的方法 | 531 |
| | 直接最优化 | 532 |
| | 迭代线性化方法 | 532 |
| | § 14.5 说明性的例子 | 532 |
| | § 14.6 要点与结论 | 535 |
| | 习题 | 536 |
| | 附录 14A | 538 |
| | 14A.1 方程 (14.2.4) 和 (14.2.5) 的推导 | 538 |
| | 14A.2 线性化方法 | 539 |
| | 14A.3 对 (14.2.2) 中指数函数的线性近似 | 540 |
| | 第 15 章 定性响应回归模型 | 543 |
| | § 15.1 定性响应模型的性质 | 543 |

| | | |
|---------------|---|------------|
| § 15.2 | 线性概率模型 | 545 |
| | 干扰项 u_i 的非正态性 | 546 |
| | 干扰项 u_i 的异方差性 | 547 |
| | $0 \leq E(Y_i X_i) \leq 1$ 不被满足 | 548 |
| | 可疑的拟合优度: R^2 值 | 548 |
| § 15.3 | LPM 的应用 | 551 |
| § 15.4 | LPM 以外的其他方法 | 555 |
| § 15.5 | LOGIT 模型 | 556 |
| § 15.6 | LOGIT 模型的估计 | 558 |
| | 个体水平上的数据 | 558 |
| | 群组或重复观测数据 | 559 |
| § 15.7 | 群组 LOGIT 模型: 一个数值例子 | 561 |
| | Logit 模型的估计值的解释 | 561 |
| § 15.8 | 非群组或个体数据的 LOGIT 模型 | 564 |
| § 15.9 | Probit 模型 | 568 |
| | 使用群组数据的 probit 估计: gprobit | 570 |
| | 非群组或个体数据的 probit 模型 | 573 |
| | 在各种回归模型中某一个回归元的值变化一个单位的边际效应 | 574 |
| § 15.10 | LOGIT 和 PROBIT 模型 | 574 |
| § 15.11 | TOBIT 模型 | 576 |
| | Tobit 模型的举例说明: 费尔的婚外变模型 | 577 |
| § 15.12 | 对计数数据建模: 泊松回归模型 | 580 |
| § 15.13 | 定性响应回归模型的其他专题 | 582 |
| | 序数 logit 和 probit 模型 | 582 |
| | 多项 logit 和 probit 模型 | 583 |
| | 持续时间模型 | 583 |
| § 15.14 | 要点与结论 | 584 |
| | 习题 | 585 |
| | 附录 15A | 593 |
| 15A.1 | 个体 (非群组) 数据 LOGIT 和 PROBIT 模型的最大似然估计 | 593 |
| 第 16 章 | 综列数据回归模型 | 599 |
| § 16.1 | 为什么使用综列数据? | 600 |
| § 16.2 | 综列数据: 一个解释性的例子 | 601 |
| § 16.3 | 综列数据回归模型的估计: 固定效应方法 | 603 |
| | 1. 所有系数都不随时间和个体而变化 | 604 |
| | 2. 斜率系数不变而截距随个体而变化: 固定效应或最小二乘虚拟变量回归模型 | 604 |
| | 3. 斜率系数不变而截距随个体和时间而变化 | 606 |
| | 4. 所有系数都随个体而变化 | 607 |

| | | |
|---------------|--|------------|
| § 16.4 | 综列数据回归模型的估计: 随机效应方法 | 609 |
| § 16.5 | 固定效应与随机效应模型的比较 | 611 |
| § 16.6 | 综列数据回归: 一些结论性的意见 | 612 |
| § 16.7 | 要点与结论 | 613 |
| | 习题 | 614 |
| 第 17 章 | 动态计量经济模型: 自回归与分布滞后模型 | 619 |
| § 17.1 | “时间”或“滞后”在经济学中的作用 | 620 |
| § 17.2 | 滞后的原因 | 624 |
| § 17.3 | 分布滞后模型的估计 | 625 |
| | 分布滞后模型的现式估计法 | 625 |
| § 17.4 | 分布滞后模型的考伊克方法 | 626 |
| | 中位滞后 | 629 |
| | 平均滞后 | 629 |
| § 17.5 | 考伊克模型的合理化: 适应性预期模型 | 631 |
| § 17.6 | 考伊克模型理性化的另一形式: 存量调整或部分调整模型 | 633 |
| § 17.7 | 适应性预期与部分调整模型的组合 | 635 |
| § 17.8 | 自回归模型的估计 | 635 |
| § 17.9 | 工具变量法 | 637 |
| § 17.10 | 在自回归模型中侦察自相关: 德宾 h 检验 | 638 |
| § 17.11 | 一个数值例子: 加拿大的货币需求, 1979 年第 1 季度至 1988 年第 4 季度 | 639 |
| § 17.12 | 说明性例子 | 642 |
| § 17.13 | 分布滞后模型的阿尔蒙方法: 阿尔蒙或多项式分布滞后 | 646 |
| § 17.14 | 经济学中的因果关系: 格兰杰检验 | 653 |
| | 格兰杰检验 | 654 |
| | * 关于因果关系和外生性的一个注解 | 658 |
| § 17.15 | 要点与结论 | 659 |
| | 习题 | 660 |
| | 附录 17A 工具有效性的萨根检验 | 669 |
| 第 4 篇 | 联立方程模型 | 675 |
| 第 18 章 | 联立方程模型 | 677 |
| § 18.1 | 联立方程模型的性质 | 677 |
| § 18.2 | 联立方程模型举例 | 678 |
| § 18.3 | 联立方程偏误: OLS 估计量的非一致性 | 684 |
| § 18.4 | 联立方程偏误: 一个数值例子 | 686 |
| § 18.5 | 要点与结论 | 688 |
| | 习题 | 689 |
| 第 19 章 | 识别问题 | 695 |
| § 19.1 | 符号与定义 | 695 |

| | | |
|---------------|--------------------------------|------------|
| § 19.2 | 识别问题 | 698 |
| | 不足识别 | 698 |
| | 恰好或恰可识别 | 701 |
| | 过度识别 | 704 |
| § 19.3 | 识别规则 | 705 |
| | 可识别性的阶条件 | 705 |
| | 可识别性的秩条件 | 707 |
| * § 19.4 | 联立性检验 | 710 |
| | 豪斯曼设定检验 | 710 |
| * § 19.5 | 外生性检验 | 712 |
| § 19.6 | 要点与结论 | 713 |
| | 习题 | 713 |
| 第 20 章 | 联立方程方法 | 719 |
| § 20.1 | 估计的方法 | 719 |
| § 20.2 | 递归模型与普通最小二乘法 | 720 |
| § 20.3 | 恰可识别方程的估计: 间接最小二乘法 | 722 |
| | 一个说明性例子 | 723 |
| | ILS 估计量的性质 | 725 |
| § 20.4 | 过度识别方程的估计: 二阶最小二乘法 | 726 |
| § 20.5 | 2SLS: 一个数值例子 | 729 |
| § 20.6 | 说明性例子 | 731 |
| § 20.7 | 要点与结论 | 739 |
| | 习题 | 739 |
| | 附录 20A | 743 |
| 20A.1 | 间接最小二乘估计量的偏误 | 743 |
| 20A.2 | 2SLS 估计量的标准误的估计 | 744 |
| 第 21 章 | 时间序列计量经济学: 一些基本概念 | 748 |
| § 21.1 | 选看美国经济的一些时间序列 | 749 |
| § 21.2 | 主要概念 | 751 |
| § 21.3 | 随机过程 | 752 |
| | 平稳随机过程 | 752 |
| | 非平稳随机过程 | 753 |
| § 21.4 | 单位根随机过程 | 755 |
| § 21.5 | 趋势平稳和差分平稳随机过程 | 757 |
| § 21.6 | 单积随机过程 | 759 |
| | 单积序列的性质 | 759 |
| § 21.7 | 谬误回归现象 | 760 |
| § 21.8 | 平稳性的检验 | 761 |
| | 1. 图形分析 | 761 |
| | 2. 自相关函数和相关图 | 761 |
| § 21.9 | 单位根检验 | 766 |

| | | |
|---------------|---|------------|
| | 增广迪基-富勒检验 | 769 |
| | 对不止一个系数的显著性进行检验: F 检验 | 770 |
| | 菲利普斯-佩龙单位根检验 | 770 |
| | 对单位根检验的批评 | 770 |
| § 21.10 | 对非平稳时间序列进行变换 | 771 |
| | 差分平稳过程 | 771 |
| | 趋势平稳过程 | 772 |
| § 21.11 | 协积: 将一个单位根时间序列对另一个单位根时间序列进行 回归 | 773 |
| | 对协积的检验 | 774 |
| | 协积与误差纠正机制 | 775 |
| § 21.12 | 在经济学中的一些应用 | 776 |
| § 21.13 | 要点与结论 | 779 |
| | 习题 | 780 |
| 第 22 章 | 时间序列计量经济学: 预测 | 788 |
| § 22.1 | 经济预测方法 | 789 |
| | 指数平滑法 | 789 |
| | 单方程回归模型 | 789 |
| | 联立方程回归模型 | 789 |
| | ARIMA 模型 | 790 |
| | VAR 模型 | 790 |
| § 22.2 | 时间序列数据的 AR、MA 和 ARIMA 建模 | 790 |
| | 自回归过程 | 791 |
| | 移动平均过程 | 791 |
| | 自回归与移动平均过程 | 792 |
| | 自回归求积移动平均过程 | 792 |
| § 22.3 | 博克斯-詹金斯方法论 | 793 |
| § 22.4 | 识别 | 794 |
| § 22.5 | ARIMA 模型的估计 | 798 |
| § 22.6 | 诊断检查 | 798 |
| § 22.7 | 预测 | 798 |
| § 22.8 | BJ 方法论的其他方面 | 800 |
| § 22.9 | 向量自回归 | 800 |
| | VAR 的估计 | 801 |
| | 用 VAR 做预测 | 804 |
| | VAR 与因果性 | 804 |
| | VAR 建模的一些问题 | 804 |
| | VAR 的一个应用: 得克萨斯州经济的一个 VAR 模型 | 805 |
| § 22.10 | 度量金融时间序列中的波动性: ARCH 和 GARCH 模型 | 807 |

| | | |
|------------|---------------------------------|------------|
| | 英美汇率：一个例子 | 808 |
| | 纽约证券交易所的价格变化 | 811 |
| | 出现 ARCH 时怎么办 | 812 |
| | 对德宾-沃森 d 和 ARCH 效应的一句忠告 | 812 |
| | 对 GARCH 模型的一个注解 | 812 |
| § 22.11 | 总结性例子 | 813 |
| § 22.12 | 要点与结论 | 814 |
| | 习题 | 815 |
| 附录A | 统计学中的若干概念复习 | 820 |
| § A.1 | 总和与乘积运算符 | 820 |
| § A.2 | 样本空间、样本点与事件 | 821 |
| § A.3 | 概率与随机变量概率 | 822 |
| | 随机变量 | 822 |
| § A.4 | 概率密度函数 | 823 |
| | 离散随机变量的概率密度函数 | 823 |
| | 连续随机变量的概率密度函数 | 823 |
| | 联合概率密度 | 824 |
| | 边际概率密度函数 | 825 |
| | 统计独立性 | 826 |
| § A.5 | 概率分布的特征值 | 828 |
| | 期望值 | 828 |
| | 期望值的性质 | 829 |
| | 方差 | 830 |
| | 方差的性质 | 831 |
| | 协方差 | 831 |
| | 协方差的性质 | 832 |
| | 相关系数 | 832 |
| | 条件期望与条件方差 | 834 |
| | 条件期望和条件方差的性质 | 834 |
| | 概率分布的高阶矩 | 835 |
| § A.6 | 若干重要的理论概率分布 | 837 |
| | 正态分布 | 837 |
| | χ^2 分布 | 839 |
| | “学生” t 分布 | 840 |
| | F 分布 | 841 |
| | 贝努里二项式分布 | 842 |
| | 二项式分布 | 843 |
| | 泊松分布 | 843 |
| § A.7 | 统计推断 | 844 |
| | 点估计 | 844 |

| | |
|--------------------------|------------|
| 区间估计 | 845 |
| 估计方法 | 846 |
| 小样本性质 | 847 |
| 大样本性质 | 850 |
| § A.8 统计推断: 假设检验 | 852 |
| 置信区间法 | 853 |
| 显著性检验方法 | 857 |
| 参考文献 | 858 |
| 附录 B 矩阵代数初步 | 860 |
| § B.1 定义 | 860 |
| 矩阵 | 860 |
| 列向量 | 861 |
| 行向量 | 861 |
| 转置 | 861 |
| 子矩阵 | 862 |
| § B.2 矩阵的类型 | 862 |
| 方阵 | 862 |
| 对角(矩)阵 | 862 |
| 纯量(矩)阵 | 863 |
| 恒等或单位矩阵 | 863 |
| 对称矩阵 | 863 |
| 零矩阵 | 863 |
| 零向量 | 864 |
| 相等矩阵 | 864 |
| § B.3 矩阵运算 | 864 |
| 矩阵加法 | 864 |
| 矩阵减法 | 864 |
| 纯量乘法 | 865 |
| 矩阵乘法 | 865 |
| 矩阵乘法的性质 | 866 |
| 矩阵转置 | 867 |
| 矩阵求逆 | 867 |
| § B.4 行列式 | 868 |
| 行列式的计算 | 868 |
| 行列式的性质 | 869 |
| 矩阵的秩 | 870 |
| 子式 | 871 |
| 余因子 | 871 |
| § B.5 求一个方阵的逆阵 | 871 |
| § B.6 矩阵微分法 | 873 |

| | |
|--------------------------------------|------------|
| 参考文献 | 874 |
| 附录 C 线性回归模型的矩阵方法 | 875 |
| § C.1 k 变量线性回归模型 | 875 |
| § C.2 用矩阵表示的关于经典线性回归模型的假定 | 877 |
| § C.3 OLS 估计 | 879 |
| 一个说明 | 881 |
| β 的方差—协方差矩阵 | 882 |
| OLS 向量 β 的性质 | 884 |
| § C.4 用矩阵表示的判定系数 R^2 | 884 |
| § C.5 相关矩阵 | 885 |
| § C.6 关于个别回归系数的假设检验的矩阵表示 | 886 |
| § C.7 检验回归的总显著性: 用矩阵表示的方差分析 | 886 |
| § C.8 检验线性约束: 用矩阵表示的一般 F 检验法 | 887 |
| § C.9 用复回归做预测: 矩阵表述 | 888 |
| 均值预测 | 888 |
| 均值预测的方差 | 889 |
| 个值预测 | 889 |
| 个值预测的方差 | 889 |
| § C.10 矩阵方法总结: 一个说明性例子 | 890 |
| § C.11 广义最小二乘法 | 895 |
| § C.12 要点与结论 | 896 |
| 习题 | 896 |
| 附录 CA | 903 |
| CA.1 k 个正规或联立方程的推导 | 903 |
| CA.2 正规方程的矩阵推导 | 903 |
| CA.3 β 的方差—协方差矩阵 | 903 |
| CA.4 OLS 估计量的 BLUE 性质 | 904 |
| 附录 D 统计学用表 | 907 |
| 附录 E 互联网上的经济数据 | 925 |

| | |
|------------|-----|
| 参考文献 | 928 |
| 人名索引 | 933 |
| 标题索引 | 941 |
| 译后记 | 977 |

译丛·计量经济学基础 经济科学译丛 计量经济学基础 经济科学译丛·计量经济学基础 经济科学译丛

第3篇 计量经济学 专题

在第1篇里我们介绍了经典线性回归模型及其全部假定。在第2篇里我们详细分析了一个或多个假定不被满足时所产生的后果，以及可能的处理方法。在第3篇里我们转而研究一些有选择性，然而常常用得到的知识。我们特别研究这些专题：（1）非线性于参数的回归模型，（2）定性响应回归模型，（3）综列数据回归模型，（4）动态经济模型。

第14章考虑本质非线性于参数的模型。利用方便的软件包，估计此类模型不再是个巨大的挑战。尽管所涉及的数学可能会吓倒一些读者，但是非线性于参数的回归模型可以从直观上得到解释。本章运用一些适当的例子，显示了如何估计和解释此类模型。

第15章考虑解释变量本质上是定性的回归模型。因此本章补充了第9章的内容，在第9章中我们已经讨论过解释变量本质上是定性的回归模型。本章的基本精神是提出了回归子属于“是”或“不是”一类的模型。因为OLS在估计此类模型时存在一些问题，所以几个替代方法就应运而生。本章考虑了两个替代方法，即 **logit 模型** 和 **probit 模型**。本章还讨论了定性响应模型的几个变化模型，即 **Tobit 模型** 和 **泊松 (Poisson) 回归模型**，并简单地讨论了定性响应模型的几个扩展，例如有序 probit、有序 logit 和多项式 logit。

第16章讨论了综列数据回归模型。此类模型联合了时间序列和横截面观测。尽管通过联合这种观测我们增加了样本容量，综列数据回归模型还是遇到了若干估计方面的挑战。本章仅仅考虑了此类模型的基本要义，并引导读者去查阅更深入研究的资料。

在第17章中，我们考虑了含有解释变量的现期和过期或滞后值的模型，还考虑了含有因变量的滞后值作为解释变量的模型，这两种模型分别称为 **分布滞后模型** 和 **自回归模型**。虽然这类模型在经验计量经济学中非常有用，却由于它们违背了经典回归模型的一个或多个假定而带来了特殊的估计问题。我们将在考伊克 (Koyck) 适应性预期 (AE) 和部分调节等模型的构架中来讨论这些特殊问题。我们还注意到理性预期 (RE) 学派的倡导者针对 AE 模型的批评。

第 14 章 非线性回归模型

563 本书的重点是关于线性回归模型的，即线性于参数的模型和（或）能够变换以使其可以线性于参数的模型。但是，有时由于理论或经验的原因，我们不得不考虑非线性于参数的模型。^[1]本章我们来看一看此类模型并研究它们的特性。

§ 14.1 本质上的线性和非线性回归模型

在第 2 章开始讨论线性回归模型的时候，我们陈述过本书所关心的基本上是线性于参数的模型。它们可以线性于变量，也可以非线性于变量。如果你参照过表 2.3，你将会看到一个线性于参数和变量的模型，它是一个线性回归模型，而且一个线性于参数但是非线性于变量的模型也是线性回归模型。从另一方面说，如果一个模型非线性于参数，那么它就是非线性（非线性于参数）回归模型，而不论该模型的变量线性与否。

564 然而，这里必须小心，有些模型可能看起来非线性于参数，而本质上却是线性的，因为通过合适的变换它们可以变成线性于参数的回归模型。但是，如果此类模型不能线性化于参数，则它们就被称作本质非线性回归模

型。从现在起,当我们谈到非线性回归模型时,我们的意思是它是本质非线性的。为了简单起见,我们把它称为 NLRM。

为了弄清这两者之间的区别,我们来回顾一下习题 2.6 和 2.7。在习题 2.6 中,模型 a, b, c, 和 e 都是线性回归模型,因为它们都非线性于参数。模型 d 是个混合物,因为 β_2 是线性的,而 β_1 是非线性的。但是如果我们令 $\alpha = \ln\beta_1$, 则该模型线性于 α 和 β_2 。

在习题 2.7 中,模型 d 和 e 是本质非线性的,因为没有方法将之线性化。模型 c 显然是一个线性回归模型。至于模型 a 和 b 呢?把 a 的两边同时取对数,可以得到,它是线性于参数的。因此,模型 a 本质上是线性回归模型。模型 b 是逻辑(概率)分布函数的一个例子,我们将在第 15 章研究这个问题。从表面上看,这好像是一个非线性回归模型。但一个简单的数学技巧将使其转变为名义上的线性回归模型。

$$\ln\left(\frac{1-Y_i}{Y_i}\right) = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i \quad (14.1.1)$$

因此,模型 b 是本质线性的。我们将会在下章考察类似于 (14.1.1) 的模型的应用。

现在来考虑著名的柯布-道格拉斯 (C-D) 生产函数。令 Y = 产出, X_2 = 劳动投入, X_3 = 资本投入,我们把该生产函数写成三种不同的形式:

$$Y_i = \beta_1 X_{2i}^{\beta_2} X_{3i}^{\beta_3} e^{u_i} \quad (14.1.2)$$

565 或者,

$$\ln Y_i = \alpha + \beta_2 \ln X_{2i} + \beta_3 \ln X_{3i} + u_i \quad (14.1.2a)$$

其中 $\alpha = \ln\beta_1$ 。因此这种形式的 C-D 函数是本质线性的。

现在来考虑这个版本的 C-D 函数:

$$Y_i = \beta_1 X_{2i}^{\beta_2} X_{3i}^{\beta_3} u_i \quad (14.1.3)$$

或者,

$$\ln Y_i = \alpha + \beta_2 \ln X_{2i} + \beta_3 \ln X_{3i} + \ln u_i \quad (14.1.3a)$$

其中 $\alpha = \ln\beta_1$ 。这个模型也是线性于参数的。

但是现在再来考虑如下版本的 C-D 函数:

$$Y_i = \beta_1 X_{2i}^{\beta_2} X_{3i}^{\beta_3} + u_i \quad (14.1.4)$$

正如我们刚才所提到的,版本 (14.1.2a) 和 (14.1.3a) C-D 函数是本质线性(于参数)回归模型,但是无法将 (14.1.4) 作变换以使变换后的模型线性于参数。^[2]因此, (14.1.4) 本质上是非线性回归模型。

另外一个众所周知的但却是本质非线性的函数是常替代弹性 (CES) 生产函数,它是柯布-道格拉斯生产函数的一个特例。CES 生产函数采用如下形式:

$$Y_i = A [\delta K_i^{-\beta} + (1-\delta) L_i^{-\beta}]^{-1/\beta} \quad (14.1.5)$$

其中 Y = 产出, K = 资本投入, L = 劳动投入, A = 规模参数, δ = 分布函数 ($0 < \delta < 1$), β = 替代参数 ($\beta \geq -1$)。^[3]无论你把该生产函数中的随机误

差项变换为什么形式，都不可能使它变成线性（对参数而言）回归模型。它本质上是非线性回归模型。

§ 14.2 线性和非线性回归模型的估计

为了弄清估计线性和非线性回归模型的区别，我们来考虑以下的两个模型：

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i \quad (14.2.1)$$

$$Y_i = \beta_1 e^{\beta_2 X_i} + u_i \quad (14.2.2)$$

现在你已经知道了 (14.2.1) 是个线性回归模型，同时 (14.2.2) 是一个非线性回归模型。回归 (14.2.2) 被称为指数回归模型，并且常常被用来测量变量的增长，如人口、GDP，或者货币供给。

566 假使我们考虑用 OLS 来估计这两个模型的参数。在 OLS 中，我们将残差平方和最小化，对于模型 (14.2.1) 来说，残差平方和为：

$$\sum \hat{u}_i^2 = \sum (Y_i - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 X_i)^2 \quad (14.2.3)$$

这里按照惯例 $\hat{\beta}_1$ 和 $\hat{\beta}_2$ 是真实诸 β 的估计量。将上面的表达式对这两个未知量进行微分，我们得到 (3.1.4) 和 (3.1.5) 所示的正规方程。同时解这些方程，可以得到由方程 (3.1.6) 和 (3.1.7) 给出的 OLS 估计量。仔细观察你会发现这些方程中，未知量（诸 β ）在左手侧而已知量（ X 和 Y ）在右手侧。结果，根据所得到的数据，我们得到了这两个未知量的显示解。

现在来考虑如果我们尽量将 (14.2.2) 中的 RSS 最小化会发生什么。正如附录 14A 中 14A.1 部分所示，对应于 (3.1.4) 和 (3.1.5) 的正规方程如下所示：

$$\sum Y_i e^{\beta_2 X_i} = \beta_1 e^{2\beta_2 X_i} \quad (14.2.4)$$

$$\sum Y_i X_i e^{\beta_2 X_i} = \beta_1 \sum X_i e^{2\beta_2 X_i} \quad (14.2.5)$$

与线性回归模型例子中的正规方程不同，非线性回归模型的正规方程的左手侧和右手侧都有未知量（诸 β ）。因此，我们不能根据已知量来得出未知量的显示解。换句话说，未知量要用它们本身和数据来表达。因此，尽管我们能用最小二乘法来估计非线性回归模型的参数，但仍然不能得到未知量的显示解。顺便指出，OLS 适用于一个非线性回归模型时叫做非线性最小二乘法（NLLS）。那么，这个问题的解决办法如何？我们看一下节。

§ 14.3 估计非线性回归模型：试错法

为了做好准备，让我们来考虑一个具体的例子。表 14.1 中的数据是关