

21

世纪高等院校教材

内蒙古自治区物理教材编委会 组编

大学物理学

周培勤 主编

ESY5JG0YXJC

内蒙古大学出版社



●21 世纪高等院校教材

大学物理学

内蒙古自治区物理教材编委会组编

周培勤 主 编
浩斯巴雅尔 郭子政 编 著
胡文弢 林 海 周炳卿

江苏工业学院图书馆
藏书章

内蒙古大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学/周培勤主编. —呼和浩特: 内蒙古大学出版社, 2003. 7

ISBN 7 - 81074 - 688 - X

I. 大… II. 周… III. 物理学 - 高等学校 - 教材 IV. 04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 066445 号

大 学 物 理 学

周培勤 主编

内蒙古大学出版社出版发行

内蒙古自治区新华书店经销

内蒙古军区印刷厂印刷

开本: 787 × 1092/16 印张: 19.5 字数: 475 千

2004 年 8 月第 1 版 2004 年 8 月第 1 次印刷

印数: 1-5000 册

ISBN 7-81074-688-X/O · 48

定价: 24.00 元

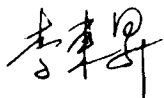
序

内蒙古自治区的高等教育事业起步于20世纪50年代初。经过近50年的发展,我区的高等教育无论从规模上,还是质量上都取得了长足的发展。特别是近些年来,全区高等院校的招生数量成倍增长,部分院校的合并使得一些高校的办学规模迅速壮大,形成了几所万人大学。与此同时,各高校对各自的专业及课程设置都做了较大的调整,以适应当今日益发展变化的高等教育事业。面向21世纪,在科学技术日新月异,社会对人才的知识结构、层次要求越来越高的新形势下,我们的高等教育的教学水平,特别是教材建设都应有一个更新更高的要求。

回顾50年来的发展,虽然我区高等教育的教学科研水平有了较大的提高,但与之相应的教材建设的现状还不尽如人意,绝大多数主干课程的教材还沿用一些传统教材,有些甚至是20世纪七八十年代的版本。有些院校的教材选用则有一定的随机性,在几种版本的教材之中换来换去。其间,虽然部分院校也组织力量编写了一些基础课及专业课教材,但大都是各成体系,缺乏院校间的协作与交流,形不成规模,质量亦无法保证,常常滞后于学科的发展与课程的变化。这都与我区高等教育的发展极不协调。诚然,区外部分地区高校的教学科研水平比我区要高,一些教材的质量好,我们可以直接利用,但这并不能成为我们不搞教材建设的理由。好的教材还需要相应的教育资源条件与之相对应才能取得良好的教学效果,从而达到促进教学质量提高之目的。应当承认,由于经济发展的相对落后,我区高校所招学生的基础和学校的教学条件比起全国重点名牌大学相对要差一些。因而,我们高校的教材也应从实际出发,结合自己学校和学生的特点,逐步探索、建立一套适合自治区教育资源条件的教材体系,促进自治区高校教学科研水平的提高,多出人才,出好人才。

值得欣喜的是,随着自治区教育科学水平的提高,我区高校教育领域的一些有识之士逐渐认识到,面向21世纪,未来高校之间的竞争就是学校的产品——学生质量的竞争。要想培养出高水平、高素质的学生,使我区的高校在这种竞争中立于不败之地,除各高校应努力提高自身的教学组织管理水平、提高教师的素质外,还应积极主动地加强与区内外高校的协作、交流,取长补短,走联合发展的道路,使我区高等教育的整体水平能够在较短的时间内得到提高。为此,在有利于规范高校教材体系,促进高校教育质量的提高,加强各高校教学科研人员之间的协作与交流的原则下,由自治区教育厅牵头,内蒙古大学出版社组办、资助,联合全区高等院校的有关专家、学者共同组建成立一些相关专业的教材编委会,以求编写适合我区高等教育特点的教材,逐步建立、完善自治区高等教育的教学、教材体系,并开展一些与教学相关的科研工作。我们希望,通过教材编委会这种工作模式,建设一批高质量的教材,带出一支高水平的师资队伍,培养出大批高素质的人才。

我坚信,在自治区教育厅的指导下,在编委会各位专家、学者的辛勤工作下,在各院校的相互理解、相互协作、相互支持下,我们一定能够克服发展过程中的困难,逐步推出一批高质量、高水平的教材,为推进内蒙古自治区高等教育事业做出重要的贡献。



2002年3月19日

前 言

大学物理学是理科非物理专业的一门重要基础课。过去,这门课的教学内容基本上是参照物理专业普通物理课设置的,近代物理学的内容很少,而且还要根据本专业的需要进行取舍。近年来,随着教学内容和课程体系改革的深入,从物理学与其它自然学科相互交叉渗透的发展趋势出发,不少院校对这门课的教学内容都作了改革,出版了很多新的很好的教材。大学物理学应当涵盖整个物理学(包括近代物理学的内容),使学生在掌握物理学基本知识的同时,掌握物理学的基本思想和方法,使其成为一种科学素养以适应各学科日益发展的需要,这一点已经成为高校物理教育界的共识。但是,在实际教学过程中,由于学时的限制和大多教材内容过多,往往不能按照这样一种认识来实施教学,这个问题在我们这些地方性师范院校中十分突出。于是,我们想编写一套既能体现上述意图又简明实用的教材。

在编写过程中,我们力图以现代物理学的观点重新审视、取舍和组织经典物理学的内容,以奉献给读者一个各部分相互衔接的有机的完整的大学物理学。在经典力学部分,以在物理学中更具有普遍性的动量守恒定律、能量守恒定律和角动量守恒定律为重点;热力学与统计物理部分则是去掉了应用范围较窄的气体动理论,以更具有普遍意义的玻耳兹曼统计理论代之;在经典电磁学中更鲜明地运用场的观点,以建立麦克斯韦方程组为主线组织内容;把机械波、电磁波(包括光波)放到一起称为波动学,以突出波动这种运动形式。在有些部分,还选择了一些与现代科学技术相关的前沿内容供读者课外阅读。习题的数量不大,但都是经过仔细筛选的具有代表性的习题。

本书在编写过程中参考了国内很多优秀教材及国外部分教材,编者在此表示真诚的谢意。编者对内蒙古自治区物理教材编委会的指导,以及内蒙古师范大学物理系、内蒙古科技大学师范学院物理系和内蒙古师范大学集宁学院(集宁师专)物理系的支持也深表感谢。

本书由周培勤先撰写编写提纲,浩斯巴雅尔编写第一篇,郭子政编写第二篇,胡文弢编写第三篇,林海编写第四篇,周炳卿编写第五篇,最后由周培勤统稿。由于编者水平有限,书中难免有疏漏错误之处,恳请读者指正。

编者

2003年10月

目 录

绪 论	(1)
第一篇 经典力学	(3)
第一章 物体运动的基本规律	(4)
§ 1.1 位矢 速度和加速度	(4)
§ 1.2 质点的曲线运动	(9)
§ 1.3 刚体的运动	(12)
§ 1.4 牛顿运动定律	(14)
§ 1.5 非惯性系 惯性力	(20)
§ 1.6 简谐振动	(22)
§ 1.7 阻尼振动和受迫振动	(24)
§ 1.8 刚体定轴转动定律	(27)
阅读材料 1 混沌现象	(30)
习题	(32)
第二章 运动守恒定律	(35)
§ 2.1 功 质点的动能定理	(35)
§ 2.2 保守力的功 势能	(37)
§ 2.3 质点系的功能原理和机械能守恒定律	(40)
§ 2.4 刚体定轴转动动能定理	(44)
§ 2.5 质点的动量定理	(46)
§ 2.6 质点系的动量守恒定律	(48)
§ 2.7 角动量守恒定律	(52)
阅读材料 2 对称性和守恒定律	(56)
习题	(59)
第二篇 热力学和统计物理基础	(63)
第三章 热力学的基本规律	(64)
§ 3.1 热力学系统的平衡态	(64)
§ 3.2 温度 状态方程	(65)
§ 3.3 过程 功	(68)
§ 3.4 内能 热力学第一定律	(69)
§ 3.5 热容量	(70)
§ 3.6 热力学第一定律对理想气体的应用	(72)

§ 3.7 热力学第二定律	(76)
§ 3.8 卡诺定理 热力学温标	(78)
§ 3.9 熵 热力学基本微分方程	(80)
§ 3.10 熵增加原理	(81)
习题	(84)
第四章 统计物理学基础	(86)
§ 4.1 系统的微观运动状态	(86)
§ 4.2 等概率原理	(89)
§ 4.3 玻尔兹曼分布	(91)
§ 4.4 宏观量的统计表达式	(93)
§ 4.5 理想气体的热力学函数	(96)
§ 4.6 麦克斯韦速度分布律	(98)
§ 4.7 能量均分定理	(102)
阅读材料3 信息熵 遗传信息	(104)
习题	(106)
第三篇 电磁学	(109)
第五章 静电场	(110)
§ 5.1 电场 电场强度	(110)
§ 5.2 静电场的高斯定理	(115)
§ 5.3 静电场的环路定理 电势	(119)
§ 5.4 电势梯度	(123)
§ 5.5 静电场中的导体	(126)
§ 5.6 静电场中的电介质 静电场方程	(130)
§ 5.7 静电场的能量	(134)
阅读材料4 压电效应 热电效应	(136)
习题	(138)
第六章 稳恒磁场	(141)
§ 6.1 稳恒电流	(141)
§ 6.2 磁场 磁感应强度	(144)
§ 6.3 稳恒电流的磁场	(145)
§ 6.4 磁场的高斯定理和安培环路定理	(149)
§ 6.5 磁场对载流导线和运动电荷的作用	(152)
§ 6.6 磁介质的磁化 稳恒磁场方程	(157)
阅读材料5 磁性材料 核磁共振	(162)
习题	(164)

第七章 电磁场	(167)
§ 7.1 法拉第电磁感应定律	(167)
§ 7.2 动生电动势 感生电场	(169)
§ 7.3 自感和互感 磁场的能量	(172)
§ 7.4 位移电流 全电流的安培环路定理	(176)
§ 7.5 麦克斯韦方程组	(179)
阅读材料 6 超导体 等离子体	(180)
习题	(183)
第四篇 波动学	(187)
第八章 机械波与电磁波	(189)
§ 8.1 机械波的产生与传播	(189)
§ 8.2 平面简谐波	(192)
§ 8.3 波的能量	(196)
§ 8.4 波的叠加 驻波	(198)
§ 8.5 惠更斯原理 波的反射与折射	(200)
§ 8.6 声波	(202)
§ 8.7 多普勒效应	(204)
* § 8.8 波包 孤波	(205)
§ 8.9 电磁波的产生与传播	(207)
§ 8.10 电磁波的表达式	(208)
§ 8.11 电磁波的能量	(209)
§ 8.12 电磁波谱	(211)
习题	(213)
第九章 波动光学	(215)
§ 9.1 波的干涉相干光源	(215)
§ 9.2 杨氏双缝实验 劳埃德镜	(218)
§ 9.3 薄膜干涉	(220)
§ 9.4 劈尖 牛顿环	(222)
§ 9.5 光的衍射现象 惠更斯 - 菲涅耳原理	(225)
§ 9.6 单缝、圆孔的夫琅和费衍射	(227)
§ 9.7 衍射光栅	(231)
§ 9.8 光的偏振	(235)
§ 9.9 反射光和折射光的偏振	(237)
阅读材料 7 全息照相简介	(238)
习题	(240)

第五篇 近代物理学基础	(243)
第十章 相对论基础	(244)
§ 10.1 伽利略相对性原理 绝对时空	(244)
§ 10.2 狭义相对论的基本原理	(245)
§ 10.3 洛伦兹变换	(247)
§ 10.4 狭义相对论的时空观	(251)
§ 10.5 狭义相对论的质量、动量和能量	(254)
阅读材料 8 广义相对论简介	(258)
习题	(261)
第十一章 量子力学的基本概念和规律	(262)
§ 11.1 黑体辐射 能量子	(262)
§ 11.2 光的粒子性	(263)
§ 11.3 实物粒子的波动性 德布罗意波	(266)
§ 11.4 波函数及其统计解释	(269)
§ 11.5 不确定关系	(271)
§ 11.6 薛定谔方程	(272)
习题	(274)
第十二章 简单定态问题	(276)
§ 12.1 一维无限深势阱	(276)
§ 12.2 一维势垒 隧道效应	(278)
§ 12.3 线性谐振子	(280)
§ 12.4 氢原子	(282)
§ 12.5 电子自旋 原子的壳层结构	(286)
§ 12.6 固体的能带	(289)
习题	(292)
习题参考答案	(293)
附表 1 基本物理常数表	(301)
附表 2 物理学国际单位制(SI)单位	(302)

绪 论

整个世界是物质的世界,这个物质世界在科学上称为自然界。自然界中的一切变化过程都可称作运动。运动有物理、化学、生命和思维等多种形式,相应地,有物理学、化学、生命科学等自然科学。

物理学是研究物质的结构、性质及其基本运动规律的学科。

物质小到分子、原子以及亚原子等微观粒子,大到我们周围的形形色色的气体、液体和固体等宏观物体,更大的各种天体乃至宇宙。物质之间有相互作用,各种各样的相互作用可归结为万有引力、电磁相互作用、弱相互作用和强相互作用四种类型。传递相互作用的是场,例如传递万有引力的是引力场,传递电磁相互作用的是电磁场等。按照现代观点,场可以量子化,因此,相互作用实际上是交换物质,例如电磁相互作用是交换光子,强相互作用是交换胶子。

物质处于永恒的运动之中。物理学研究的是物质运动的基本形态,有机械运动、热运动、电磁运动和原子内部的运动等。相应的,物理学最基本的理论是经典力学、热力学、电磁学、相对论和量子力学五个分支,后两个分支构成了现代物理学的核心。

自然科学中的其它学科,如天文学、地质学、气象学、化学和生物学等,其中都包含着物理过程和物理现象,物理学的基本规律在其中起着支配作用。物理学和其它学科交叉,已经形成了天体物理、地球物理、化学物理和生物物理等学科。当前最活跃的前沿,如生命科学、宇宙起源和材料科学等,都是在物理学的最新成果的推动并借鉴物理学研究方法后出现的。现代物理学直接导致了半导体、激光、通信和计算机技术的空前发展。物理学的基本概念、研究方法和实验技术,已经深入到现代科学技术的各个领域。因此,学习自然科学各学科和技术学科的学生,都有必要学习物理学。

学习物理学,除了学习物理学的知识、掌握物理学的基本规律之外,更重要的是学习物理学的研究方法。

对自然现象、人类实践活动和实验现象的观察,包括直接的感知和借助各种仪器的观测,是人们认识物质运动的第一步。实验是在人为的控制下使某些现象反复出现,以便作进一步的观测。经典力学、热力学和电磁学等的基本定律都是通过观察和实验总结出来的。直至现在,在探求未知领域的过程中,人们还是首先要进行观察和实验。哈勃望远镜对遥远天体的观测,对各种新型材料大量的实验研究(包括计算机模拟),都是典型的例子。要学会初步的观察以及在已有知识的基础上的进一步观测和记录,以形成其后分析的第一手资料。物理量之间的定量关系首先要靠实验来确定,要学会实验的设计、仪器的使用和数据的处理。在观察和实验中,直觉和敏感有时候会起到相当的作用进而发现前人没有发现的规律。退一步说,即使在接受已有知识的过程中,观察和实验以积累大量的感性知识对理解物理概念和物理规律也是十分必要的。因此,在学习大学物理的过程中,要努力提高自己的观察能力和实验动手能力。

对观察和实验所得的第一手资料进行分析,分析现象出现的原因和各种现象之间的联系,找出哪些因素是主要的和本质的,哪些因素是次要的、局部的和偶然的,在物理学研究中非常重要。在此基础上,进一步抽象出理想化的物理模型,简化问题以便于从简单到复杂逐步加以研究,这也是物理学常用的方法。例如,质点和刚体都是理想化物理模型。当把物体看成质点时,质量是主要因素,物体的形状、大小是次要因素;把物体看成刚体时,物体的形状和大小就成了主要因素,而物体形状的改变等是次要因素;有了质点的模型,再由质点的运动规律来研究刚体的运动。在学习过程中,要注意了解通过对物理现象进行怎样的分析后提出了一个概念或模型。

物理学的规律是通过两种途径提出来的:一是大量实验事实的总结,往往称为定律,如牛顿定律、热力学定律、库仑定律以及毕奥-萨伐尔定律等;二是对某些现象反应的更加本质的规律所作的猜想或假设,称为原理或假设,如等概率原理、爱因斯坦相对性原理以及德布罗意假设等。不论是定律还是假设,都是经过无数次直接或间接的实验检验才被接受的,它们都是在一定范围内成立的。针对一种现象,从少数几条原理或定律出发,可以导出与这一现象方方面面有关的各种各样的定理,这一切构成了关于这一现象的理论。如关于机械运动的经典力学和相对论、关于热现象的热力学和统计物理学、关于电磁现象的电磁学以及关于微观粒子运动的量子力学等。每个理论都能说明一定范围内的各种现象,并能在一定程度上预知未知现象的存在,指导新的实践活动。在学习过程中,除了注意掌握每一个原理或假设、定律以及定理的使用条件具体内容外,要注意整章地、整篇地进行的总结,理出整个理论逐层逐次地解决问题的思路,尽可能地去理解和掌握其中的方法。

一个阶段的物理学理论只是当时人们对物理现象的认识,随着实验技术的进步,许多新的物理现象被揭示,物理学理论也要不断地发展和完善。特别是,当确认的实验事实与现有的理论出现矛盾时,必须修改甚至放弃原有的理论。十九世纪末,有了经典力学、热力学和统计物理学、电磁学(包括光的波动理论)之后,物理学理论一时看来已发展得相当完善。不久却出现了光速不变与绝对时空观的矛盾以及黑体辐射的所谓“紫外灾难”问题,导致了二十世纪初狭义相对论和量子力学的建立。可见,一个物理学理论的建立过程,是几代物理学家不断探索的过程,而创新是物理学理论发展的灵魂。我们学习物理学理论,也要注意学习这种不断创造、不断发展的精神。

要掌握物理学的概念和原理,必须注意学习方法。学习物理学最重要的是理解,是学会进行形象思维,学会分清主次从而抓住问题的关键。做习题当然是必要的,因为只有在反复练习中才能弄懂那些定律和定理。但我们不能满足于定量的计算,对问题的直觉——这个问题应该有一个什么样的答案,所得的结果是否合理,也是很重要的。

第一篇 经典力学

物体之间或一个物体的各部分之间的位置的变化,称为**机械运动**,力学是研究机械运动的规律及其应用的学科。机械运动是最简单最基本的运动,力学也就成为整个物理学的起点与基础。

在力学中,涉及宏观物体低速运动的部分称为**经典力学**,它是物理学各个分支中最古老的一部分。人们很早就认识了力学中有关平衡的静力学规律,并广泛应用于简单机械及农田水利等方面。15世纪以后,哥白尼、开普勒对行星运动规律的研究,伽利略对落体和斜面运动规律以及加速度和外部作用的关系的研究,为经典力学的发展提供了基础。1667年,牛顿发表了《自然哲学的数学原理》,用观察、实验、假设和推理的方法揭示了物体间相互作用和物体运动的关系,运用微积分这一数学工具恰当地刻画了力学规律,提出牛顿运动三定律,形成了完整的经典力学体系。

经典力学是整个物理学的基础。经典力学中形成的许多概念,如力、质量、动量、能量和角动量等,以及某些规律,如动量守恒定律、能量守恒定律、角动量守恒定律等,在整个物理学中都具有普遍意义。牛顿提出的经典力学的研究方法,已经发展成为整个物理学的研究方法。古老的经典力学在现代工程技术中仍具有巨大的应用价值,建造桥梁、摩天大厦;制造飞机、潜水艇;研制、发射人造卫星和航天火箭等都以力学原理为依据。

上世纪以来,量子力学和相对论的建立,解决了经典力学所不能解决的微观粒子运动和接近光速运动的问题。经典力学是在量子效应不明显时的量子力学或运动速率远小于光速时相对论的极限情况。也就是说,经典力学只适用于宏观物体作低速(与光速相比)运动的情形。

本篇以质点运动学和动力学的基本原理为基础,运用牛顿运动定律导出各种守恒定律,并将这些定律推广到刚体的运动。第一章物体运动的基本规律,讲述质点和刚体运动学和动力学;第二章运动守恒定律,讲述机械能守恒、动量守恒和角动量守恒定律;在阅读材料中介绍守恒定律与自然界时空对称性的关系。

第一章 物体运动的基本规律

本章讲述机械运动的运动学和动力学方面的基本规律,其中,以质点的运动为基础,也包括机械振动这一特殊运动形式,以及刚体的转动等问题。

运动学的任务是解决运动的描述问题,以及各运动学量之间的关系。用位矢、速度来描写质点的运动状态,用加速度来描写质点运动状态的变化,并讨论质点的曲线运动。在质点运动学的基础上,给出刚体定轴转动的描述。

动力学的基本问题是研究物体间的相互作用,以及由此引起的物体运动状态变化的规律。牛顿关于质点运动的三个定律,是整个动力学的基础。牛顿运动定律只在惯性系中成立,在非惯性系中使用牛顿定律须加一个惯性力。对定轴转动的刚体,用牛顿运动定律导出刚体定轴转动定律。

§ 1.1 位矢 速度和加速度

要描述一个物体的运动,必须选择另一个物体或几个虽在运动但相互间保持静止的物体作为参考系。要想定量描述物体的运动,还需要在参考系上建立适当的坐标系。在坐标系中,物体的位置由坐标定量地确定。常用的坐标系有直角坐标系、极坐标系和球坐标系等。具体描述物体的运动规律时,可根据具体情况选择坐标系形式。坐标系选择的不同,仅影响描述物体运动所用的参数,对物体的运动性质及其规律无任何影响。不过选择适当的坐标系,可以简化计算,便于描述。

研究物体运动时,若物体的大小、形状可以忽略,则可以把此物体看成是一个具有一定质量的几何点,称为质点。质点是物理学中最基本的理想模型之一,掌握了质点的运动规律,就能推导出质点系的运动规律。所以关于质点运动规律的理论,是力学中最基本的理论。

质点 P 在时刻 t 的位置可用位置矢量(简称为位矢) $\mathbf{r}(t)$ 来表示,它是一个有向线段,其始端位于坐标的原点 O ,末端则与质点 P 在时刻 t 的位置相重合。在直角坐标系中,质点 P 在时刻 t 的位置也可以用它在 oxy 坐标系中的坐标 x, y 和 z 来表示。如果取 $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ 和 $\mathbf{k}$ 分别为沿 x 轴、 y 轴和 z 轴的单位矢量,如图 1-1 所示,那么位矢可以写成

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} \quad (1.1-1)$$

其大小为

$$r = |\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

位矢 $\mathbf{r}$ 的方向余弦为

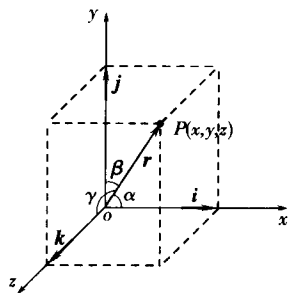


图 1-1 位矢

$$\cos\alpha = \frac{x}{r} \quad \cos\beta = \frac{y}{r} \quad \cos\gamma = \frac{z}{r}$$

它可确定质点相对原点的方位。式中 α, β, γ 分别是 r 与 ox 轴、 oy 轴和 oz 轴之间的夹角。

质点的机械运动是质点的空间位置随时间变化的过程,所以位矢 r 是时间 t 的函数,即

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k} \quad (1.1-2)$$

或

$$x = x(t) \quad y = y(t) \quad z = z(t) \quad (1.1-3)$$

(1.1-2) 式或 (1.1-3) 式称为质点的**运动表达式**。在运动表达式 (1.1-3) 中消去时间 t , 即可得到 x, y, z 之间的关系式

$$F(x, y, z) = 0 \quad (1.1-4)$$

称为质点运动的**轨迹方程**, 所以运动表达式也是轨迹的参数方程。应当指出, 运动学的重要任务之一就是找出各种具体运动所遵循的运动表达式。知道了运动表达式, 就能确定任一时刻质点的位置, 从而确定质点的运动。

设质点沿图 1-2 所示的任意曲线 $\widehat{AB}$ 运动。在时刻 t , 质点在 A 点, 其位矢为 $\mathbf{r}_A$; 经过 Δt 时间, 质点到达 B 点, 位矢为 $\mathbf{r}_B$ 。在 Δt 时间内, 质点位置的变化可以用从 A 到 B 的有向线段 $\Delta\mathbf{r}$ 表示, $\Delta\mathbf{r}$ 称为质点的**位移**。位移 $\Delta\mathbf{r}$ 是矢量, 其大小为 A 点到 B 点的距离, 表示质点位置变动的大小; 其方向由 A 点指向 B 点, 表示质点位置变动的方位。位移的合成满足三角形法则或平行四边形法则。从图 1-2 可以看出, 位移矢量 $\Delta\mathbf{r}$ 为

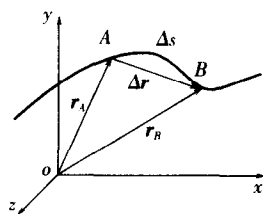


图 1-2 位移

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A \quad (1.1-5)$$

利用 (1.1-1) 式, 位移矢量 $\Delta\mathbf{r}$ 又可表示为

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{r} &= \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A = (x_B\mathbf{i} + y_B\mathbf{j} + z_B\mathbf{k}) - (x_A\mathbf{i} + y_A\mathbf{j} + z_A\mathbf{k}) \\ &= (x_B - x_A)\mathbf{i} + (y_B - y_A)\mathbf{j} + (z_B - z_A)\mathbf{k} \end{aligned} \quad (1.1-6)$$

质点在 Δt 时间内所经过的**路程**是曲线 $\widehat{AB}$ 的长度, 用 Δs 表示。位移与路程是两个不同的物理量, 位移是矢量, 路程是标量; 位移反映的是质点位置变化的实际效果, 而路程则是质点运动轨迹的长度。只有在质点作单方向直线运动时, 位移的大小 $|\Delta\mathbf{r}|$ 才与路程 Δs 相等。在曲线运动中, 当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时有:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} |\Delta\mathbf{r}| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta s \quad (1.1-7)$$

位移与路程具有相同的单位, 在国际单位制中为米 (m)。

位移描述了质点在一段时间内位置变化的总效果, 为了描述质点位置变化的快慢和方向, 需要引入速度的概念。若质点在 Δt 时间内的位移为 $\Delta\mathbf{r}$, 则质点的平均速度定义为

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} \quad (1.1-8)$$

平均速度是一个矢量, 它的方向与 Δt 时间内的位移 $\Delta\mathbf{r}$ 的方向相同。它描述了质点在 Δt 时间内位置变化的方向及平均快慢程度。

平均速度只是粗略地反映了质点在时间 Δt 内位置的变化情况。为了精确地描述质点在某一时刻或某个位置的位置变化情况, 可取时间间隔 Δt 趋近于零时平均速度的极限, 叫做

质点在 t 时刻的**瞬时速度**。用数学式表示为

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} \quad (1.1-9)$$

即瞬时速度(简称速度)等于质点的位矢对时间的一阶导数。

速度是矢量,在直角坐标系中,由(1.1-2)式可得,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{v} &= \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\boldsymbol{i} + \frac{dy}{dt}\boldsymbol{j} + \frac{dz}{dt}\boldsymbol{k} \\ &= v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k} \end{aligned} \quad (1.1-10)$$

其中速度的三个分量分别是

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt} \quad (1.1-11)$$

速度的大小等于

$$v = |\boldsymbol{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad (1.1-12)$$

由定义式(1.1-9)可以看出,速度的方向就是当 Δt 趋近于零时,位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的极限方向。如图1-3所示,质点沿曲线运动时,在 Δt 时间内,由 A 点到 B 点,位移为 $\Delta \boldsymbol{r}$ 。当所取时间间隔 Δt 逐渐缩小时, B 点逐渐向 A 点靠近,图中依次用 B' 、 B'' ... 表示。与此同时,位移相应的减小为 $\Delta \boldsymbol{r}'$ 、 $\Delta \boldsymbol{r}''$...。当 Δt 趋近于零时,位移的方向趋近于曲线在 A 点的切线方向。因此,质点沿曲线运动时,其速度方向沿着曲线上质点所在点的切线,指向质点前进的方向。

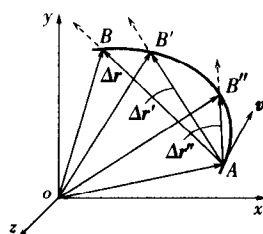


图1-3 瞬时速度

速度的大小叫**速率**,以 v 表示,则有

$$v = |\boldsymbol{v}| = \left| \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} \right| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta t}$$

由(1.1-7)式,得到

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \quad (1.1-13)$$

这就是说速率又等于质点所走过的路程对时间的一阶导数。速度和速率的单位相同,在国际单位制中为 m/s 。

质点运动时,速度的大小和方向都可能发生变化,为了描述速度变化的快慢,我们引入**加速度**的概念。

如图1-4,设质点在 t 时刻位于 A 点时的速度为 $\boldsymbol{v}_A$,在 $t + \Delta t$ 时刻位于 B 点时的速度为 $\boldsymbol{v}_B$,则在 Δt 时间内,速度的增量为 $\Delta \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_B - \boldsymbol{v}_A$ 。与平均速度的定义相类似,定义比值 $\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$ 为**平均加速度**,即

$$\bar{\boldsymbol{a}} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} \quad (1.1-14)$$

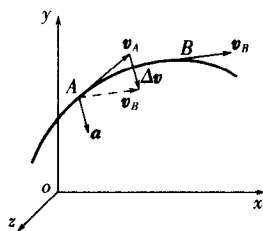


图1-4 加速度

平均加速度仅仅反映了在 Δt 时间内速度的平均变化率,不能反映质点在某一时刻或某一位置的速度变化率。只有时间 Δt 趋近于零时,平均加速度的极限值才能反映质点在某一时刻或某一位置的速度变化率。这个极限值称为**瞬时加速度**,简称**加速度**。用数学式表示为

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} \quad (1.1-15)$$

加速度也是矢量,具有大小和方向。在直角坐标系中

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt}\mathbf{j} + \frac{dv_z}{dt}\mathbf{k} \\ &= a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k} \end{aligned} \quad (1.1-16)$$

其中,加速度的三个分量分别是

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}, \quad a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2} \quad (1.1-17)$$

其大小等于

$$a = |\mathbf{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad (1.1-18)$$

加速度的方向是 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, $\Delta \mathbf{v}$ 的极限方向。通常 $\Delta \mathbf{v}$ 的极限方向与速度 $\mathbf{v}$ 的方向并不一致,因而加速度的方向与同一时刻速度的方向是不同的。例如,质点作加速直线运动时, $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{v}$ 同向;作减速直线运动时, $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{v}$ 反向。质点作曲线运动时, $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{v}$ 不在同一直线上,即加速度不沿曲线的切线。由图 1-4 中可以看出,在曲线运动中加速度的方向总是指向曲线的凹侧。在国际单位制中,加速度的单位是 m/s^2 。

在力学中,位矢 $\mathbf{r}$ 和速度 $\mathbf{v}$ 是描述质点运动状态的两个物理量,加速度 $\mathbf{a}$ 是描述质点运动状态变化的物理量。如果已知质点的运动表达式(1.1-2)或(1.1-3),可以用(1.1-9)式或(1.1-11)式以及(1.1-15)或(1.1-17)式求导确定质点在任意时刻的速度和加速度;另一方面,如果知道了质点的加速度(或速度)以及初始状态(即 $t=0$ 时的位矢 $\mathbf{r}_0$ 和初速度 $\mathbf{v}_0$),用积分的方法可以求出质点的运动表达式。

例 1-1 若质点在平面内运动,运动表达式为 $x = 3\cos \frac{\pi}{6}t$, $y = 3\sin \frac{\pi}{6}t$, 其中 t 以秒计, x, y 以米计。求质点的轨迹方程、任意时刻的位矢、速度和加速度。

解: 将两个运动表达式分别平方后相加得质点的轨迹方程

$$x^2 + y^2 = 3^2$$

此式是圆的方程。即质点在 xoy 平面内沿圆周运动。任意时刻的位矢为

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} = 3\cos \frac{\pi}{6}t\mathbf{i} + 3\sin \frac{\pi}{6}t\mathbf{j}$$

速度为

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{\pi}{6}(-3\sin \frac{\pi}{6}t\mathbf{i} + 3\cos \frac{\pi}{6}t\mathbf{j})$$

速度分量为

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -\frac{\pi}{2}\sin \frac{\pi}{6}t, \quad v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{\pi}{2}\cos \frac{\pi}{6}t$$

其大小是

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \frac{\pi}{2}(\text{m/s})$$

速度与 x 轴的夹角以 α 表示,则有

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_x} = -\operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} t$$

因而有

$$\alpha = \frac{\pi}{6} t + \frac{\pi}{2}$$

这说明速度在任何时刻都与位矢垂直,即速度沿圆的切线方向。

质点任意时刻的加速度为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{a} &= \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = -\left(\frac{\pi}{6}\right)^2 \left(3\cos \frac{\pi}{6} t \boldsymbol{i} + 3\sin \frac{\pi}{6} t \boldsymbol{j}\right) \\ &= -\left(\frac{\pi}{6}\right)^2 \boldsymbol{r} \end{aligned}$$

式中负号表示在任意时刻质点的加速度方向总是与位矢方向相反,即加速度的方向指向圆心。

例 1-2 设质点沿 ox 轴作加速度 $\boldsymbol{a}$ 为恒矢量的直线运动,已知 $t=0$ 时,质点的位置坐标为 x_0 ,速度为 v_0 ,求任意时刻质点的速度和运动表达式。

解: 根据加速度的定义 $\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$, 得

$$d\boldsymbol{v} = \boldsymbol{a} dt$$

两边积分,并考虑到质点作直线运动时,描述质点运动的各个矢量均可用代数量表示,故有

$$\int_{v_0}^v dv = a \int_0^t dt$$

由此得

$$v = v_0 + at \quad (1)$$

根据速度的定义,上式可写成

$$\frac{dx}{dt} = v_0 + at$$

即

$$dx = (v_0 + at) dt$$

两边积分,并考虑 v_0, a 是恒量,得

$$\int_{x_0}^x dx = v_0 \int_0^t dt + a \int_0^t t dt$$

由此得

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad (2)$$

从(1)式和(2)式中消去参数 t , 得

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \quad (3)$$

(1)、(2)、(3) 式正是中学物理中大家所熟悉的匀变速直线运动的公式。