

高等学校教学用书

重力选矿法

下 册

П. В. 利亞申柯教授 著
东北工学院选矿教研组 译

冶金工业出版社

高等學校教學用書

重力選礦法

下 冊

П. В. 利亞申柯教授 著
东北工学院选矿教研組 譯

冶金工業出版社

本書經全蘇高等教育人民委員會批准作為礦業學院的教科書。

書中研究了以利用礦物粒子在介質（水或空氣）中的運動為基礎的各種重力選礦法。闡明了選別時所呈現的一些現象的物理規律，撰寫了各種機器和器械，引証了蘇聯和國外重力選礦廠的實際工作數據，並闡釋了其他有關問題。

本書還可作為選礦工程技術人員的實際工作手冊。

參加本書翻譯工作的為東北工學院選礦教研組王文、王增圖、周云、孫玉波、侯先俊。

中譯本分上下兩冊出版。下冊由第五篇到第八篇。

ПРОФ. П. В. ЛЯЩЕНКО: ГРАВИТАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ОБОГАЩЕНИЯ
ГОСГОЛТЕХИЗДАТ (Москва—1940—Ленинград)

重力選礦法（下冊）

東北工學院選礦教研組 譯

編輯：徐敏時 設計：趙蒼 周廣 責任校對：任瑛

1957年6月第一版

1957年6月北京第一次印刷 2,049冊

787×1092·1/16·167,200字·印張7 $\frac{4}{10}$ ·插頁11·定價(10) 1.10元

冶金工業出版社印刷廠印

新華書店發行

書號 0656

冶金工業出版社出版（地址：北京市燈市口甲45號）

北京市書刊出版業營業許可証出字第093號

目 录

(下 册)

第 五 篇

礦物粒子在沿斜面流动的水流中运动的理论

第一章	沿斜面流动的水流运动.....	201
第二章	物体在沿斜面流动水流中的运动.....	206

第 六 篇

槽 选 法

第一章	週期作用的溜槽.....	220
第二章	选煤用溜槽和里欧洗槽.....	224

第 七 篇

淘 汰 盤

第一章	淘汰盤的类型。固定式和帶式淘汰盤.....	239
第二章	圓形淘汰盤.....	244
第三章	搖动淘汰盤的作用原理.....	248
第四章	威尔弗利淘汰盤.....	253
第五章	捷依斯捷尔淘汰盤.....	262
第六章	淘汰盤的生产率。水和动力的消耗。看管。停歇。处理流程.....	272

第 八 篇

氣 力 选 礦

第一章	导言。空气流作用的原理.....	277
第二章	气力分級.....	281
第三章	气力选煤.....	291
第四章	气力跳汰机.....	294
第五章	气力淘汰盤.....	301

第五篇

矿物粒子在沿斜面流动的水流中运动的理論

第一章

沿斜面流动的水流运动

有用矿物在沿傾斜平面流动水流中进行选别的所有形式，可以分为两个基本类别：

1) 溜槽选(洗槽选)；2) 淘汰盤选。

溜槽是一个窄而長的水渠，通常具有矩形的截面。其中，水和物料一齐以較厚的層狀流动。溜槽可以是間歇作用的或連續作用的。間歇作用的溜槽，相当广泛地应用於在原始设备中选别所謂的砂金。連續作用的溜槽出現得較晚，且几乎仅用之於选煤。

淘汰盤有着寬濶的表面，水和物料以較薄一層沿其表面流动。淘汰盤同样也可以是間歇作用的或者是連續作用的。机械淘汰盤是在1797年为曼傑在德国弗萊堡所發明，並在十九世紀60年代里为雷廷智所改进。

应当指出，一般地說，开始应用流动水流来选矿可以追溯到太古时代，但不知道究竟始於何时，大致可以說有史以前人类就已懂得这种选矿方法了，人类曾利用这种方法从砂矿中提取天然的金屬。

在沿斜面流动的水流中进行选矿方法，乃是根据矿物粒子在水流动力作用的影响下，它們的运动在性質上有所差别；由於粒子比重和大小的不同，一些粒子沉淀下来，而另一些粒子則为水所帶走。在携帶固体粒子的水流中發生的各种現象的規律是極其复杂的。虽然这些規律在各种技术领域(选矿、水力輸送、水工学)中有着巨大的实际意义，但直到现在还很少被闡明。

我們可以將水流中矿物粒子的运动区分为具有以下几种特性：1) 沿槽底或沿沉淀物滑动；2) 斷續悬浮和躍进式的运动；3) 連續悬浮的运动。

粒子呈現某种运动的特性，不能認為完全是某种粒度的粒子所独有的，常常可以看到运动能从一个形式轉变为另一种形式，但是可以这样認為：在某指定的水流中，只是那些相同的粒子才佔有一定的运动特性。显然以上所說的三种运动形式系由於两个基本的水流动力所造成的：一个为沿水流(瀉流)方向的力，另一个則为由下而上(悬浮)的力。粒子运动特性即由这些力和粒子重力的对比所决定。瀉流的运动伴随有与槽底

表面或与矿粒沉淀表面产生的摩擦力。除了以上提及的各种力外，还有一个很重要的因素，即粒子的运动不是单独的，而是成群的，在这种情况下，粒子的运动将在某种程度上和干涉沉降的情形相似。

确定粒子运动速度的最重要的问题之一是研究沿斜面流动的水流本身的运动。液体沿斜面或在明渠中的流动与液体充满于管道中的流动情形不同，前者的液流可以采取任何深度，且可改变其截面积、流速和流量。由于底面的倾斜而产生的运动，也和底面的表面摩擦力有关，亦就是和底面的表面特性有关。确定以等速沿渠道运动的水流平均流速 U 的公式，在水力学中最通用的有两个：

1. 舍集公式：

$$U = \lambda \cdot \sqrt{r \times i} ; \tag{190}$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{\eta}{\psi}} , \tag{191}$$

- 式中 λ ——系数，与流速及渠道的截面形状无关；
 η ——渠壁的粗糙系数；
 ψ ——随速度平方成正比增长的摩擦阻力系数；
 r ——水力半径，即水流截面积与渠道润湿周边之比；
 i ——渠道倾斜角的正弦。

2. 达尔西-巴晋公式（单位为米/秒）：

$$U = \frac{87\sqrt{r \times i}}{1 + \frac{\eta}{\sqrt{r}}} , \tag{192}$$

式中 r 及 η 的意义与前一公式相同。

粗糙系数 η 可利用下列数据（单位为 $\sqrt{\text{米}}$ ）：

十分光滑的渠壁（光滑的水泥壁鲍过的板壁）	0.06
光滑壁（板壁，砖壁）	0.16
很好的碎石砌壁	0.46
粗劣的碎石砌壁	0.85
普通的土壁	1.30
阻力很大的土壁	1.75

显然，在选分机械中水流运动的条件将是各式各样的，而经常涉及到的情况，则是沿沉积在平滑表面上的粒状物料层上流动的水流，所以，当确定水流的平均流速时，必须选用较大的粗糙系数 η 的数值（可平均地取其值为 1）。

根据公式 (190) 和 (192) 可以得出结论，水力半径 r 愈大，渠道的倾斜角度愈大以及粗糙系数 η 愈小，则水流沿渠道的平均流速亦愈大。平均流速和水力半径数值的乘积表明了水流沿斜面流动的特性，这跟用雷诺数表明流体在管子里流动和流体绕过物体流动等特性的意义一样，但是对在明渠中的运动，湍流转变为层流时雷诺数的临界值，却要比流体在管内流动和绕过物体时的雷诺数的临界值要小得多，即约等于 0。在选矿实际中，我们所遇到的几乎只有湍流；此种湍流在很大程度上由于人工的粗糙表面

或因矿粒自然沉积到槽底所形成的粗糙表面而加剧起来（未計及水流沿之运动的表面本身所具有的振动，例如各种类型淘汰盤所具有的振动）。

由於这些緣故，互相攪和着的液体微团間的不規則迁移的作用乃增加了。此外，由於水流中存在着固体粒子，使在水流中發生了攪拌、与平行流成特殊的偏离以及位置的轉移等現象。正如观察所表明那样，湍流显然亦隨渠道斜度的增加而加剧。欲將上述所有矿粒运动的諸因素加以綜合，或欲直接測定和观察这些因素，是極其复杂和困难的，因此至今尚很少有所研究，且未能确立起在沿斜面的水流中进行选矿的严整的統一理論。在以理論論証在上升水流中选别的現象时，我們曾由孤立物体在無限介質中运动的一些規律出發，因此，在此情况下亦可以用相同的方法。为了了解在沿斜面流动的水流中所發生的現象，首先必須研究水流本身流动的要素。

在渠道的底面和壁上（管壁）形成了所謂液体的边界層，在边界層里流速很快地由零增加到某一最大值，与此同时，在边界層以外的液体中，流速的增加則变化得很慢。考虑及此，可以得出結論，靠近渠壁（或底）处各点的流速將決定於該处固有的流动条件^①。不計渠壁粗糙性的影响，亦即假設其為絕對光滑时，微元水流的流速 u 即可用下列数值的函数式表示： τ —剪应力， γ —單位体积重量， y —离开渠壁的距离， ν —动粘性系数，亦即：

$$u = f \left(\tau, \frac{\gamma}{g}, y, \nu \right). \quad (193)$$

上面列举的各数值間的关系可用下列形式表示：

$$\tau = \nu \times \frac{\gamma}{g} \times \frac{u_s}{h} \text{ 或 } u_s = \left(\frac{g \times \tau}{\gamma} \right) \times \left(\frac{h}{\nu} \right),$$

式中 u_s ——在層流边界層交界面上的流速； h ——層流边界層的厚度。因为阻力定律應該遵守一般的定則，亦即：

$$\tau \sim u^\beta,$$

也就是剪应力正比於指数为某数值 β 的速度 u ，所以在渠壁处流速的分佈可以用距离的函数式来表示，也即正比於指数为某数值 α 的 y 。普蘭德爾和卡尔曼認為在 α 和 β 之間應該存在着一定的內在联系，他們提議这种联系可能用因次分析的方法来确定。

四个数值 τ 、 $\frac{\gamma}{g}$ 、 y 和 ν 合併到一个方程式 (193) 里即得到速度的因次。令： P —力， l —長度， t —時間，以及用方括弧的符号表示我們要研究的某个因次，則可写成下式：

$$[\tau] = P \times l^{-2}; \left[\frac{\tau}{g} \right] = P \times l^{-4} \times t^2; [y] = l; [\nu] = l^2 \times t^{-1},$$

因此：

$$\left[\frac{g \times \tau}{\gamma} \right] = \frac{P \times l^{-2}}{P \times l^{-4} \times t^2} = \frac{l^2}{t^2} = [u^2];$$

① Ф.Фортгеймер, Гидравлика, 215 及 216 頁, ОНТИ, 1935 年.

$$\left[\frac{y}{\nu} \right] = \frac{l}{l^2 \times t^{-1}} = \frac{t}{l} = \left[\frac{l}{u} \right]$$

引入比例系数 C ，即得簡單的解式：

$$[u] = \left[\frac{u^2}{\nu} \right] = C \left[\frac{g \times \tau}{\gamma} \right] \times \left[\frac{y}{\nu} \right] \quad (194)$$

或同样地得出：

$$[u] = \frac{l}{t} = C \left[\frac{g \times \tau}{\gamma} \right]^{\frac{1}{\beta}} \times \left[\frac{y}{\nu} \right]^{\alpha} = C \frac{l^{\frac{2}{\beta}} \times t^{\alpha}}{t^{\frac{2}{\beta}} \times l^{\alpha}} = C \frac{l^{\frac{2}{\beta} - \alpha}}{t^{\frac{2}{\beta} - \alpha}} \quad (195)$$

而須滿足下列条件：

$$\frac{2}{\beta} - \alpha = 1 \text{ ①} \quad (196)$$

根据布拉集烏斯所作的研究得出結論，剪应力为

$$\tau \propto u^{\frac{7}{4}},$$

因此根据 (196)，

$$\beta = \frac{7}{4}; \quad \alpha = \frac{1}{7},$$

由此可以作出結論，速度的分佈系遵守下列規律：

$$u \propto y^{\frac{1}{7}} \quad (197)$$

科澤尼和其他學者得到了同上的結論。关系式 (197) 指出，微元流層中的流速由零增大到表面处的最大值；速度分佈曲線为一拋物線 (圖 139)，其主軸平行於渠道並位於流体的表面上。

М. А. 維利卡諾夫教授^②認為，(197) 方程式中的指数系一可变的数值，並取決於雷諾参数。維利卡諾夫建議將 (197) 关系式改为下列近似方程式的形式：

$$u = u_{\max} \times \left(\frac{y}{H} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (198)$$

同时，当湍流程度增加，亦即雷諾数增大时，該指数即减小。利用此方程式可以求出平均速度：

① 原書为 “ $\frac{\beta}{2} - \alpha = 1$ ” ——譯者。

② М. А. Великанов, Динамика русловых потоков 224頁, ОНТИ, 1936——Исследование Размывающихся скоростей, ГНЭИ, ОНТИ, 1931.

$$U = \frac{u_{\max}}{H} \int_0^H \left(\frac{y}{H}\right)^{\frac{1}{n}} dy = u_{\max} \left[\frac{y^{\frac{1}{n}+1}}{\left(\frac{1}{n}+1\right)H^{\frac{1}{n}+1}} \right]_0^H = \frac{n}{n+1} \times u_{\max}, \quad (199)$$

式中 u_{\max} —— 表面处的速度，
 H —— 水流深度。

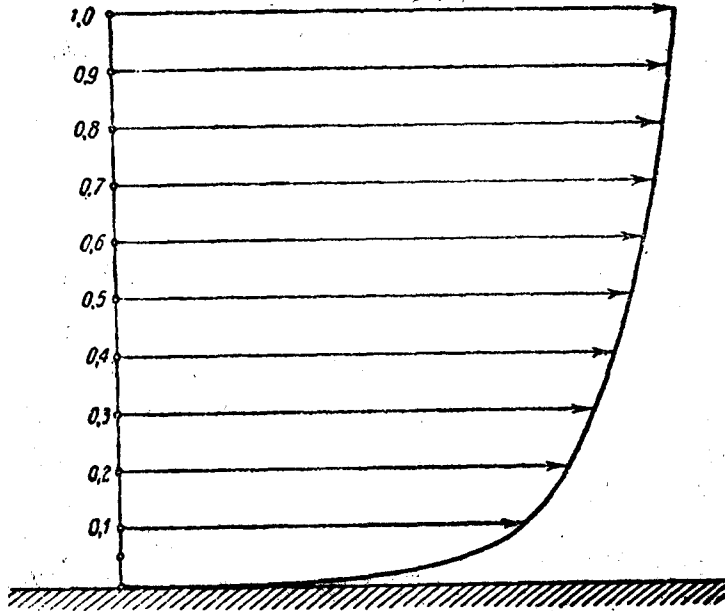


圖 139 沿斜面流动水流中的速度分佈

在層流情況下， $n=2$ ；在雷諾数值很大時， $n>7$ 以及其他值等。

當 $n=7$ 時，則得

$$U = \frac{7}{8} u_{\max}$$

根據 (199) 式，方程式 (198) 即可改寫成如下的平均速度關係式：

$$u = \frac{n+1}{n} \times U \left(\frac{y}{H}\right)^{\frac{1}{n}}. \quad (200)$$

與發生湍流現象的同時，在速度急劇減低的流域內、亦即接近邊界層處，發生液體微團呈不規則拋射形式的上升股流。當然，渠道底和壁的粗糙表面格外地促成了此種湍流現象。對於此種現象的存在是無容置疑的，但是欲定量地予以測定，則至今尚不可能，因此，提出了目前尚無確定值的垂直分速的概念： $C = f(u)$ 。

已經確定的是：垂直分速是隨着微元水層流速的減小而增大，亦即隨深度而增大。

Н.Е. 茹柯夫斯基教授^①提出湍流運動的形式系一些單獨的橢圓旋渦，且根據環流

① Н.Е. Жуковский, О снежных заносах и валении рек, собр. соч., том II, Гидродинамика, ОНТИ, 1936.

的观点，确定出垂直分速与距渠道底面之距离为一双曲线函数关系。

$$C = \frac{B}{y}$$

И.А. 維利卡諾夫根据实验数据提出，垂直分速为平均流速的某种直线函数式；最大值为：

$$C = \frac{1}{5} U$$

(此式与我们的实验数据不符，参阅后章)。在涉及矿粒在沿斜面流动水流中运动的问题时，垂直分速具有重要的意义，后者又是粒子悬浮的原因。

第二章

物体在沿斜面流动水流中的运动

上面已经指出，物体在倾泻水流中运动的形式可以分为三种：1) 滑动，2) 间歇地悬浮和跃进，3) 连续的悬浮。如果研究一下引起物体沿水流底面滑动的各种力，并考虑到垂直分速 C 的影响（虽然物体在滑动时，垂直分速所起的作用很小），则可对物体运动状况的问题得到最为普遍的答案。

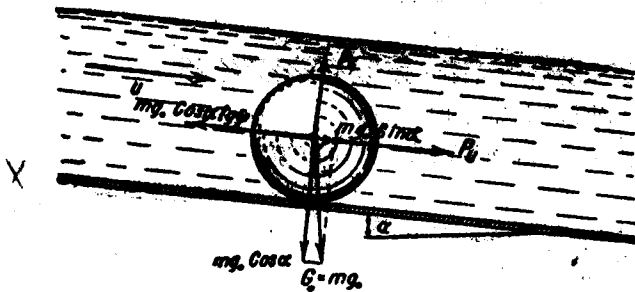


图 140 物体在平面上的水流中

平均速度 u_0 ，可根据 (199) 式确定

$$u_c = U \times \left(\frac{d}{H} \right)^{\frac{1}{n} + 1}, \quad (201)$$

沿着流速方向的动压力为

$$P_u = \psi (u_c - v)^2 \times d^3 \times \Delta, \quad (202)$$

式中 v ——物体运动速度，

$u_c - v$ ——物体与水流的相对速度。

当物体处于静止状态时，亦即 $v = 0$ 时，

$$P_u = \psi u_c^2 \times d^3 \times \Delta_0$$

若沿平面 xx (图 140) 流动着的水流平均速度为 U ，则置于平面 xx 上的物体将受到以下各种力的作用：

1. 物体本身的重量作用。其重量在水中为：

$$G_0 = m \times g_0$$

2. 水流的动力作用。水流在等于粒子直径 d 的截面上所具有的

3. 垂直分速 C 的动力作用, 大小为

$$P_c = \psi \times c^2 \times d^2 \times \Delta, \quad (203)$$

此作用力系一附加的提升力。

4. 摩擦力的作用, 此力的作用方向与物体的相对移动的方向相反, 其大小正比於物体对平面的垂直压力。如將重力 G_0 分解为两个分力: 一个垂直於平面 xx , 另一个平行於平面 xx , 則可求出摩擦力:

$$T = (mg_0 \times \cos\alpha - \psi \times c^2 \times d^2 \times \Delta) \times f, \quad (204)$$

式中 f ——摩擦系数。

从圖 140 所示的情况, 可以得出运动的微分方程式

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dt} \cdot m &= m \times g_0 \times \sin\alpha + \psi(u_c - v)^2 \times d^2 \times \Delta - (m \times g_0 \cos\alpha - \psi \times c^2 \times d^2 \times \Delta) \times f \\ &= m \times g_0 \times \sin\alpha + \psi(u_c - v)^2 \times d^2 \times \Delta - m \times g_0 \times \cos\alpha \times f + \psi \times c^2 \times d^2 \times \Delta \\ &\quad \times f. \end{aligned} \quad (205)$$

可以完全这样認為, 在各作用力平衡时, 物体必然要作等速运动, 此时,

$$mg_0 \cos\alpha \times f - mg_0 \sin\alpha = \psi(u_c - v)^2 \times d^2 \times \Delta + \psi \times c^2 \times d^2 \times \Delta \times f,$$

由此

$$[(u_c - v)^2 + c^2 \times f] = \frac{m \times g_0 (\cos\alpha \times f - \sin\alpha)}{\psi \times d^2 \times \Delta} \quad (206)$$

或

$$(u_c - v)^2 = \frac{m \times g_0 (\cos\alpha f - \sin\alpha)}{\psi \times d^2 \times \Delta} - c^2 \times f.$$

因此

$$u_c - v = \sqrt{\frac{m \times g_0}{\psi \times d^2 \times \Delta} (\cos\alpha \times f - \sin\alpha) - c^2 \times f}.$$

將下式代入

$$\frac{m \times g_0}{\psi \times d^2 \times \Delta} = v_0^2$$

(v_0 ——物体自由沉降的最終速度), 則得

$$u_c - v = \sqrt{v_0^2 (\cos\alpha \times f - \sin\alpha) - c^2 \times f} \quad (207)$$

最后即得物体滑动速度为

$$v = u_c - \sqrt{v_0^2 (\cos\alpha \times f - \sin\alpha) - c^2 \times f} \quad (208)$$

在选矿的实际工作中, 一般遇到的情况是底面或平面的傾斜度不大, 此时可以近似的認為

$$v = u_c - \sqrt{v_0^2 \times f - c^2 \times f} = u_c - \sqrt{f} \times \sqrt{v_0^2 - c^2} \quad (209)$$

此式仅在物体滑动的情况下可以应用，亦即当物体沉降终速 v_0 大於垂直分速 c 时始屬正确，否則，物体將呈悬浮状态，以其所处水層的流速为本身的速度而运动。

从另一方面来看，對於粒子在下列情况下：

$$\sqrt{v_0^2 (\cos\alpha \times f - \sin\alpha) - c^2 \times f} > u_0$$

或

$$\sqrt{f} \cdot \sqrt{v_0^2 - c^2} > u_0$$

將不可能發生滑动。由此即可以得到使物体开始作滑动运动的速度值，即所謂冲走速度 u_0 。

$$u_0 = \sqrt{v_0^2 (\cos\alpha \times f - \sin\alpha) - c^2 \times f} \quad (210)$$

或

$$u_0 = \sqrt{f} \cdot \sqrt{v_0^2 - c^2} \quad (210')$$

利用傾瀉水流中的滑动方法以分离粒子时，冲走速度 u_0 將具有極为重要的意义，因为它是一个特性量，和边界粒子的沉降速度、或在跳汰选分級后的混合物时的等降粒子的沉降速度等的速度一样，同时它也可以比拟为粒子一般的沉降终速。

在用傾瀉水流进行选别的过程中，可以称那些在相同速度下被冲走的粒子为等速粒子（相似於等降粒子），亦即，

$$\begin{aligned} u_{01} = u_{02} &= \sqrt{v_{01}^2 (\cos\alpha \times f_1 - \sin\alpha) - c^2 \times f_1} \\ &= \sqrt{v_{02}^2 (\cos\alpha \times f_2 - \sin\alpha) - c^2 \times f_2} \end{aligned} \quad (211)$$

式中 v_{01} 和 v_{02} —— 相应粒子的沉降终速；

f_1 和 f_2 —— 摩擦系数。

或为

$$\sqrt{f_1} \cdot \sqrt{v_{01}^2 - c^2} = \sqrt{f_2} \cdot \sqrt{v_{02}^2 - c^2} \quad (212)$$

由此

$$\frac{v_{01}^2 - c^2}{v_{02}^2 - c^2} = \frac{f_2}{f_1} \quad (213)$$

前面已經談过，在滑动下的过程中，垂直分速所起的作用很小，因而如果將垂直分速 c 忽略不計，則 (213) 式可变成較簡單的形式：

$$\frac{v_{01}^2}{v_{02}^2} = \frac{f_2}{f_1}$$

或

$$\frac{v_{01}}{v_{02}} = \frac{\sqrt{f_2}}{\sqrt{f_1}} \quad (214)$$

亦即，等速粒子的沉降终速反比於它們的摩擦系数的平方根。

但因为

$$v_{01} = \sqrt{\frac{\pi d_1 (\delta_1 - \Delta) \times g}{6 \phi_1 \times \Delta}} \quad \text{和} \quad v_{02} = \sqrt{\frac{\pi d_2 (\delta_2 - \Delta) \times g}{6 \phi_2 \times \Delta}},$$

所以

$$\sqrt{\frac{d_1 (\delta_1 - \Delta) \times \phi_2}{d_2 (\delta_2 - \Delta) \times \phi_1}} = \frac{\sqrt{f_2}}{\sqrt{f_1}},$$

由此粒子尺寸之比，或「等速粒子系数」为：

$$\frac{d_1}{d_2} = e, = \frac{\phi_1 (\delta_2 - \Delta) \times f_2}{\phi_2 (\delta_1 - \Delta) \times f_1} = e \frac{f_2}{f_1}. \quad (215)$$

由此式可以看出，等速粒子系数等於等降系数乘上粒子摩擦系数的反比；因此，如

$$\frac{f_2}{f_1} > 1,$$

則等速系数可大於等降系数，如

$$\frac{f_2}{f_1} < 1.$$

則等速系数將小於等降系数。

如果我們所具有的是等降粒子，亦即是 $v_{01} = v_{02}$ 的粒子，則在傾瀉水流中，基於粒子摩擦系数的不同，仍可利用它們在這種情況下的不呈等速运动而达到分离的目的。

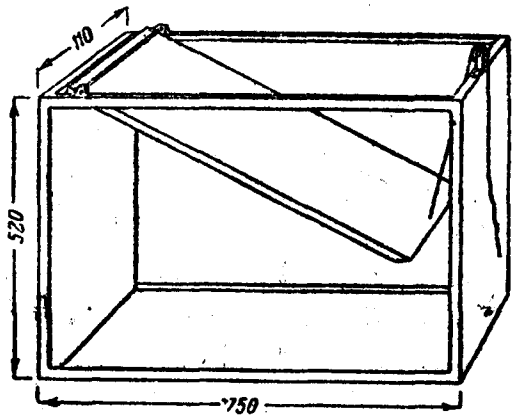


圖 141 測定摩擦系数的儀器

在 (208) 及 (209) 式中，一个完全未知而須首先研究的因素是矿粒沿渠道底面的摩擦。本書作者^①在前一阶段的研究中曾經提供出測定水中滑动摩擦系数的方法。摩擦系数的測定方法是观测矿粒开始滑动时平板傾斜角的正切大小。为了便於比較，曾在平板浸於水中和在干表面的情況下分別进行了观测。

为了測定滑动角的正切大小，設計了一种簡單的儀器（圖 141）。此儀器是一个具有玻璃側壁的窄狹箱子，在箱子上端邊緣的一根軸上，將由适当材料做成的平板的一端悬起，平板的另一端則沉於充滿於箱內的水中，並被穿过平板小眼的線悬吊着。該線跨过一个滑輪，在箱子的頂壁上纏住。借固定在玻璃側壁上的簡單量角器，來測定矿粒开始滑动时的平板角度。

用下列材料（1）鉄的、2）玻璃的、3）木質的、4）油漆布）的表面进行了实验，並对下述六种矿物进行了摩擦系数的測定：1）赤銅矿、2）白錫矿、3）赤鉄矿、4）石英、5）無煙煤以及 6）莫斯科近郊煤。

① Проф. П. В. Лященко, Движение минеральных зерен в струе воды, текущей по наклонной плоскости, (Физические основы работы желобов), III Сборник научных трудов МГИ, 1933 年,

由这些矿物制备出大小约为 1 厘米³ 的粒子，但是大部分的实验是在上述这些矿物粒子有着不规则（多角）形状的情况下进行的。观测所得数据载于表 67。

表 67

滑动摩擦系数

表 面 介 質 矿 物	铁		玻 璃		木 材		油 漆 布	
	水	空 气	水	空 气	水	空 气	水	空 气
赤铜矿.....	0.58	0.53	0.38	0.46	0.81	0.67	0.82	0.73
白锡矿.....	0.66	0.53	0.50	0.51	0.78	0.70	0.73	0.71
赤铁矿.....	0.66	0.54	0.36	0.47	0.80	0.67	0.75	0.74
石英.....	0.67	0.37	0.80	0.72	0.60	0.75	0.80	0.78
无烟煤.....	0.56	0.42	0.38	0.49	0.65	0.61	0.70	0.66
莫斯科近郊煤.....	0.87	0.73	0.55	0.71	0.84	0.81	0.90	0.80

全部实验一共是经过了 2123 次观测，亦即平均摩擦系数对每种矿物都是在同一种表面上根据 42 次角度测定而求出。

如果研究一下上述确定各种矿物在各种不同表面上滑动的摩擦系数的观测结果，首先一望而知的是：在水中的摩擦系数大于沿干表面的摩擦系数，其中仅玻璃表面的情形例外；对玻璃表面来说，对几乎所有的矿物都是得到相反的现象，可是石英矿物却又例外，它在玻璃表面上于水中的摩擦系数较在空气中的为大。

总而言之，正如用个别粒子进行的实验所表明那样，摩擦系数不是一个常数，它与粒子表面的形状以及粒子的大小有极重要的关系。在大多数情况下，制成平滑表面的标准试样，其所具有的摩擦比粗糙粒子的为大（沿玻璃表面的摩擦情形除外）。同时可以指明，矿物粒子的摩擦力随着其尺寸的减小而增大。此一现象虽没有用很可靠的方法研究过，但应该指出，在这方面，工程师 B.A. 巴斯马诺夫（全苏矿物原料科学研究所）曾进行过极为广泛的研究，他确定了细的（粉状的）矿物粒子的摩擦系数有着相当程度的增大。毫无疑问的，水的表面张力和润湿现象将引起物体在水中摩擦的增大，此种情况在石英沿玻璃表面滑动时极为显著。这里，和浮选中的情况相似，存在着三相体系，只不过是两种不同的固体和一种液体所构成而已；此种体系的研究应属于专门的课题。

在进行测定摩擦系数时，同时确定出水在箱中的极微弱的振盪立刻就会影响对矿物粒子的研究，此时，矿物粒子很容易脱离倾斜的表面。十分明显，此种振盪引起了矿物粒子和平板表面间表面张力膜的破坏，由此使整个体系受到破坏。

表面张力的存在还可以用一种理由来证实：油漆布的表面一般是难被润湿的，在它表面上的摩擦，在水中和在空气中几乎都是一样。除石英而外，所有矿物在水中沿玻璃表面摩擦系数的减小，可以认为是由于湿矿物表面的接触角和玻璃板表面的接触角有着极大不同的缘故，这是一个方面；另一方面，由于上述原因，该体系比起具有最大稳定性的石英—水—玻璃的体系要不稳定，很容易被破坏。

但是，似乎与此相矛盾的是：石英沿油漆布的摩擦系数，在空气中和在水中几乎都

是一样，而同时不难看出，石英沿油漆布的摩擦系数，一般较其他许多矿物为小；此点在实质上是符合于我们认为接触角的不同将影响到摩擦系数的假定的。这里顺便说明一下，对每一个固体—液体—固体的体系，摩擦应是其接触角数值的函数，因为接触角愈大，摩擦亦愈大；此外，液体表面张力的数值愈大，摩擦亦愈大。

关于在水中的摩擦问题，有着深远的理论上的和可能很大的实际上的意义，因此需从润湿接触角影响的观点进行极广泛的研究。摩擦系数随粒子粒度的减小而相对地增大，当然仅能用一种假定来说明：对细粉碎的矿粒，表面能的力的作用很大，因此表面间的相互引力必然很大。

在提出研究滑动摩擦是影响矿粒运动速度的一个因素的问题之后，进而应该转到确定动摩擦系数的问题。如所周知，动摩擦与静摩擦区别很大。但是，不仅在水中运动条件下的此一问题至今尚未得解决，而且确定在干表面上运动摩擦系数的问题也同样未得到解决，因此，我们只好采取一般所知的原理，即运动摩擦系数小于静摩擦系数，而不示出它们之间的关系。

应该再一次地强调指出，沿平滑表面的滑动摩擦系数是一种不稳定的数值；因此，在确定冲走速度、尤其是在确定粒子在倾泻水流中运动速度的时候，是完全不可能依赖于该系数的。所以，当进行实验研究时，使我们深感需要研究的问题是在渠道中形成沉积物的过程以及沉积物的粗糙性对上述运动的影响。实际上，任何一个选矿槽均不是在平滑渠道的条件下进行工作，相反地，总是需要建立人工的或自然的粗糙性以使选别过程能够实现。

必需用理论来解释敷物（床层）的粗糙性如何影响粒子的运动。假定床层由相同的球体堆放而成，并为简单起见，假想这些球体又都是平行排列的。另外一个也是球形的物体，它沿着这些球体滑动或是滚动（图 142）。考虑到各球都排列在正方形或是正三角形的顶点处，而运动的球则是位于各球间的凹座中，则可绘出如图所示的较精确的图形。但是，这样的见解只是将简单的课题的解决在几何学上复杂化了，实质上并没有任何新的东西。同时，不管是这个见解或其他见解都好，均须要对矿物粒子的不规则形状予以修正，所以我们认为有理由用较简单的方法来解决此一问题。

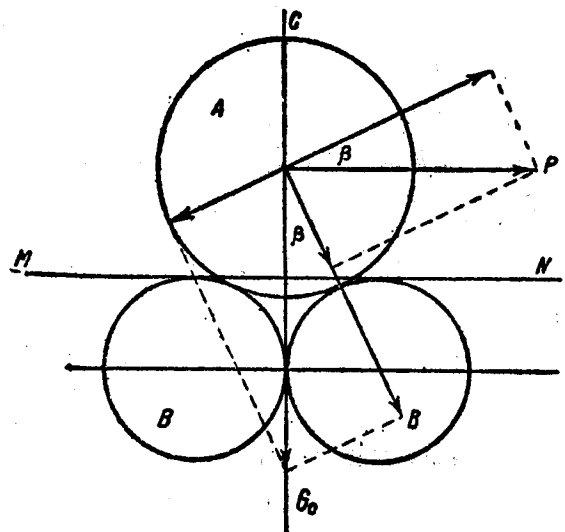


图 142 球体沿球体层的运动

假设球 A（图 142）是座落于 B.B. 两球之上，求解使球 A 平衡状态被破坏必需的水速度 u 。开始我们先来确定直径为 d 的球 A 所受到的动压力，并且认为球 A 只是在 MN 平面（MN 平面是与直径为 d 的敷物球 B 相切）以上的缺圆部分受到了冲洗水流的动压

力作用。为了简便起见，假设动压力正比于球体缺圆部分的面积，因而可变成下列关系：

$$\frac{2\pi \times r \times h}{4\pi r^2} = \frac{h}{2r} = \frac{h}{d} = X, \quad (216)$$

式中 X ——比例系数。

用几何学的方法可以求出，

$$X = \frac{\frac{d_0}{2} \left(\frac{1}{\operatorname{tg}\beta} - 1 \right) + \frac{d}{2}}{d} = \frac{1}{2} [n (\operatorname{ctg}\beta - 1) + 1], \quad (217)$$

式中

$$n = \frac{h_0}{d}. \quad (218)$$

同样求得，

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{d_0}{\sqrt{d^2 + 2dd_0}} = \frac{n}{\sqrt{1+2n}}. \quad (219)$$

因而

$$\operatorname{ctg}\beta = \frac{\sqrt{1+2n}}{n}, \quad (220)$$

由此得到

$$X = \frac{1}{2} (\sqrt{1+2n} - n + 1). \quad (221)$$

不难看出，当 $n=4$, $X=0$ 时，亦即当球 A 的直径 d 为构成敷物的球 B 直径 d_0 的四分之一时，比例系数 X 即等于 0，也就是球 A 将位于冲洗水流能作用到的位置以下。

在比例系数的一般形式下，兹就两种情况加以研究：

情况 1. 球的滑动。根据作用力的平衡条件，可得出：

$$p' \times \cos\beta - G_0 \times \sin\beta = (G_0 \times \cos\beta + p' \times \sin\beta) \times f, \quad (222)$$

式中

$$p' = X \times P$$

或

$$X \times \psi \times d^2 \times u^2 \times \cos\beta - m \times g_0 \times \sin\beta = m g_0 \times \cos\beta \times f + X \times \sin\beta \times f \times \psi \times d^2 \times u^2,$$

由此

$$X \times \psi \times d^2 \times u^2 \times (\cos\beta - \sin\beta \times f) = m \times g_0 \times (\cos\beta \times f + \sin\beta).$$

最后

$$u = \sqrt{\frac{m \times g_0}{X \times \psi \times d^2} \times \frac{\sin\beta + \cos\beta \times f}{\cos\beta - \sin\beta \times f}} = v_0 \sqrt{\frac{\operatorname{tg}\beta + f}{(1 - \operatorname{tg}\beta \times f) X}}. \quad (223)$$

令

$$\frac{\operatorname{tg}\beta+1}{1-\operatorname{tg}\beta \times f} = \Phi_0 \quad (224)$$

此数值称为沿床層的滑动粗糙性系数，而与滑动摩擦系数相似；因而

$$u_0 = v_0 \times \sqrt{\Phi_0} \times \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \quad (225)$$

是具有与平滑渠道公式形式完全相似的冲走速度的数值。

情况 2、球的滚动。为了保持平衡状态，必须使力 p' 对 c 点的力矩等于力 G_0 对 c 点的力矩。如果球 A 的直径为 d ；则可写出等式，

$$p' \times \frac{d}{2} \times \cos\beta = G_0 \times \frac{d}{2} \times \sin\beta$$

或

$$\lambda \times \psi \times u^2 \times d^3 \times \cos\beta = m \times g_0 \times \sin\beta,$$

由此

$$u_0 = u \times \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \times \sqrt{\frac{m \times g_0}{\psi d^3}} \times \sqrt{\frac{\sin\beta}{\cos\beta}} = v_0 \sqrt{\Phi_x} \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \quad (226)$$

因之我们可以得出冲走速度与沿粗糙床層滚动摩擦系数的关系式。

$$\Phi_x = \operatorname{tg}\beta_0 \quad (227)$$

所有决定於渠道的粗糙性而引入的数值如下：

$$a) \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \sqrt{\frac{2}{\sqrt{1+2n} - n + 1}}; \quad (228)$$

$$b) \Phi_0 = \frac{\operatorname{tg}\beta + f}{1 - \operatorname{tg}\beta \times f} = \frac{\frac{n}{\sqrt{1+2n}} + f}{1 - \frac{n}{\sqrt{1+2n}} \times f} = \frac{\Phi_x + f}{1 - \Phi_x \times f}; \quad (224)$$

$$c) \Phi_x = \frac{n}{\sqrt{1+2n}}, \quad (227')$$

按各种不同的 $\frac{d_0}{d} - n$ 的比值所计算出来的结果列於表 68 (以圖形表示者於示圖 143)，同时，表中还列出了相关数值的乘积，如

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} \times \sqrt{\Phi_0} = III_0; \quad (229)$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} \times \sqrt{\Phi_x} = III_x, \quad (230)$$

此等数值表示出冲走水流速度的增加系决定於床層粗糙性的这一概念。

研究一下表 63 (圖 143)，我們可以看出，滚动粗糙性系数 Φ_x 和滑动粗糙性系数 Φ_0 随比值 $\frac{d_0}{d}$ 的增大而增大，亦即随着數物粒子粒度的增大而增大；同时，还可