

精选本

数学题解辞典

● 上海辞书出版社

精选本

数学题解辞典

● 上海辞书出版社

(沪)新登字 110 号

责任编辑: 唐尚斌

封面设计: 江小铨

数学题解辞典·精选本

上海辞书出版社出版

(上海陕西北路 457 号 邮政编码 200040)

上海辞书出版社发行所发行 商务印书馆上海印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 39.25 插页 5 字数 1071000

1998 年 10 月第 1 版 1996 年 1 月第 4 次印刷

印数 30001—51000

ISBN 7-5326-0233-8/O·14

定价: 36.90 元

前 言

《数学题解辞典》自 1983 年陆续问世以来,深受广大中学师生的欢迎,许多读者纷纷来信,认为该书切合我国数学教育实际,对教师和学生均有很大帮助.为更好地发挥这套教学辞典的效用,使其更适合于中等程度的一般读者,特别是中学生们的需要,我们遵照现行中学数学教学大纲的要求,精心筛选《数学题解辞典》各卷中最富代表性、启发性,且便于揭示数学思维规律性的题目,汇编成这卷精选本.

精选本注重发扬《数学题解辞典》的原有特色,重在典型,重在分析,重在说明指引;力求在数学思想、方法技巧、归类编排诸方面突出这套辞典的精华所在.

精选本各部分内容按中学数学教学体系,分编成代数、三角、平面几何、立体几何和平面解析几何五编.各章节由浅入深自成篇章,每章节入选的题目能概括该章节所有的基础知识和基本方法.初等微积分因已不列入现行中学数学教学大纲,故精选本中基本删除,其中有关极限运算的内容,补充编入代数编的“数列和极限”这一章.

在编选过程中,我们对入选的题目逐一审核,酌情作了必要的修改和调整.同时,补充了少量近年来涌现的精彩、新颖的题目.

精选本的编纂工作,在主编唐秀颖的领导下,由李大元、顾鸿达、贺龙泉、夏明德和陈振宣分别负责进行.虽经努力,但编选中仍难免有疏漏和不当之处,热诚地希望继续得到广大读者的批评和指正.

编 者

1992 年 9 月

凡 例

1. 本书分代数、三角、平面几何、立体几何、平面解析几何五编。代数编收录 522 题,三角编收录 330 题,平面几何编收录 274 题,立体几何编收录 227 题,平面解析几何编收录 280 题。总共收录中学数学各分科题目 1633 道。

2. 题目按学科知识体系的章节分类分组编排。正文前刊有按章节类组形式编制的详细目录。

3. 在各编的开头部分,按序列出解题或证题所需要的定理、法则、公式等知识提要,作为解题的依据。

4. 题目解答一般是一题一解,部分题目有其他较好解法的,则一题多解,分别列出。本书中已收录题目的结论,在其他题目中应用时,一般不再重复,只注明“参见第 $\times\times\times$ 题”。

5. 对典型题或较复杂的题目,以[分析]的形式提示解题的关键和思路的分析;另以[说明]的形式标明有关解题规律的总结和题目意义的推广。在典型题后还配置若干相关的题目,以收触类旁通之效。

6. 本书插图一千余幅,分别附于有关题目下面;同一题中有一幅以上者,分别注明图 1、图 2...

目 录

代 数 编

知识提要	1
------------	---

第一章 数

§ 1. 实数(1—13)	24
§ 2. 复数	27
(1) 复数的代数运算与复数方程(14—20)	27
(2) 复数的模、辐角与三角式(21—34)	31
(3) 复数的几何意义(35—40)	38

第二章 代 数 式

§ 1. 整式	42
(1) 整式的四则运算(41—51)	42
(2) 多项式因式分解(52—67)	48
(3) 多项式恒等式的证明与可约性的证明(68—85)	56
§ 2. 分式	65
(1) 分式的四则运算与繁分式(86—90)	65
(2) 比及比例(91—93)	67
(3) 分式恒等式的证明(94—102)	68
§ 3. 根式	74
(1) 算术根与有理化分母(103—107)	74
(2) 根式的运算(108—118)	76

(3) 根式恒等式的证明(119—123)	80
-----------------------------	----

第三章 方 程

§ 1. 一元一次方程(124—126)	84
§ 2. 一元二次方程	86
(1) 求一元二次方程的根或证明根具有某种性质(127—132)	86
(2) 求根的对称式的值或作以某两数为根的二次方程 (133—135)	89
(3) 已知根具有某性质, 求系数的值或取值范围(136—141)	90
§ 3. 高次方程	94
(1) 特殊高次方程的解法(142—152)	94
(2) 证明根具有某性质或求作满足某条件的方程(153—156)	104
(3) 已知根具有某性质, 求系数的值或取值范围(157—158)	106
§ 4. 可化为二次或特殊高次方程的方程	108
(1) 分式方程(159—162)	108
(2) 无理方程(163—173)	111
(3) 含有绝对值符号的方程(174—178)	119
§ 5. 线性方程组	122
(1) 二元、三元线性方程组(179—185)	122
(2) n 元($n \geq 4$)线性方程组(186—189)	127
§ 6. 二次方程组和可化为二次的方程组	129
(1) 二元 m 次($m \geq 2$)方程组(190—199)	129
(2) n 元($n \geq 3$) m 次($m \geq 2$)方程组(200—204)	138
(3) 含有分式方程或无理方程的方程组(205—211)	140
§ 7. 列方程解应用题(212—219)	146

第四章 不 等 式

§ 1. 解不等式	151
(1) 一元整式不等式(220—226)	151

(2) 分式、无理与含有绝对值符号的不等式(227—236)	154
(3) 二元不等式与不等式的应用(237—241)	159
§ 2. 不等式的证明	161
(1) 基本不等式的证明及利用基本不等式法(242—251)	161
(2) 配方法、判别式法与参数法(252—255)	171
(3) 拆补放缩法(256—261)	173
(4) 反证法与数学归纳法(262—266)	176
(5) 含有绝对值符号不等式的证明与杂题(267—272)	179

第五章 函 数

§ 1. 集合与映射	183
(1) 集合及其运算(273—280)	183
(2) 映射(281—283)	188
§ 2. 函数	190
(1) 函数的概念与性质(284—296)	190
(2) 简单的函数方程(297—301)	202
§ 3. 代数函数	204
(1) 有理整函数(302—313)	204
(2) 有理分函数、无理函数与杂题(314—325)	212
§ 4. 条件极值(326—333)	219

第六章 指数和对数

§ 1. 指数(334—336)	226
§ 2. 对数(337—344)	228
§ 3. 指数函数和对数函数	232
(1) 定义域、图象与单调性(345—348)	232
(2) 大小比较与最大(小)值(349—355)	235
§ 4. 指数方程和指数不等式	239
(1) 指数方程(组)(356—360)	239

(2) 指数不等式(361—363).....	242
§ 5. 对数方程和对数不等式	244
(1) 对数方程(组)(364—371).....	244
(2) 对数不等式(372—375).....	249

第七章 数 列

§ 1. 数列及其通项(376—380)	250
§ 2. 等差数列	253
(1) 等差数列的某项、公差、项数及前 n 项和(381—391).....	253
(2) 等差数列的判定与 a_1, a_n, n, d, S_n 之间的关系(392—397) ...	258
§ 3. 等比数列	261
(1) 等比数列的某项、公比、项数及前 n 项和(398—404).....	261
(2) 等比数列的判定与 a_1, a_n, n, q, S_n 之间的关系(405—409) ...	265
(3) 等差数列与等比数列(410—412).....	268
§ 4. 数列的极限	269
(1) 数列极限的概念与计算(413—416).....	269
(2) 无穷等比数列(417—419).....	271
§ 5. 其他数列(420—431)	273

第八章 排列和组合

§ 1. 有关排列数和组合数的运算和证明(432—436)	281
§ 2. 排列和组合的应用题	284
(1) 元素不重复的排列与组合(437—455).....	284
(2) 元素有重复的排列与组合(456—460).....	294
(3) 不尽相异元素的全排列与环状排列(461—465).....	296

第九章 二项式定理和数学归纳法

§ 1. 正整指数二项式定理	298
----------------------	-----

(1) 二项展开式的通项及其应用(466—473).....	298
(2) 二项展开式系数的性质(474—479).....	302
(3) 二项展开式的应用(480—483).....	304
§ 2. 数学归纳法(484—491)	306

第十章 概 率

§ 1. 古典概型(492—503)	312
§ 2. 几何概型(504—507)	318
§ 3. 概率的基本性质(508—509)	321
§ 4. 条件概率和事件的独立性(510—518)	322
§ 5. 重复独立试验——贝努里概型(519—522)	325

三 角 编

知识提要	328
------------	-----

第一章 任意角的三角函数

§ 1. 任意角和角的不同单位制的度量(1—6)	344
§ 2. 三角函数的定义、性质和图象(7—32)	346
§ 3. 同角三角函数的基本关系(33—54)	366
§ 4. 诱导公式(55—60)	383

第二章 加法定理

§ 1. 两角的和差公式(61—79)	387
§ 2. 倍角、半角公式(80—103)	400
§ 3. 积差化积与积化和差(104—135)	414

第三章 反三角函数

- § 1. 反三角函数的意义、性质和图象(136—145)440
 § 2. 反三角函数值的计算(146—152)446
 § 3. 反三角函数式的化简(153—157)451
 § 4. 反三角函数的证明(158—163)454

第四章 三角方程与三角不等式

- § 1. 三角方程(164—203)458
 § 2. 三角不等式(204—231)485
 § 3. 反三角方程与反三角不等式(232—245)505

第五章 三 角 形

- § 1. 解三角形(246—280)510
 § 2. 三角形中的恒等式(281—300)537
 § 3. 三角形的面积与外接圆、内切圆的半径(301—307) ...552
 § 4. 三角形中的不等式(308—330)557

平面几何编

- 知识提要573

第一章 直 线 形

- § 1. 线段、角和平行线(1—3)585
 § 2. 三角形和多边形的内角和(4—8)588
 § 3. 全等三角形(9—10)591
 § 4. 等腰、等边三角形(11—15)594

§ 5. 直角三角形(16~19)	599
§ 6. 一般三角形(20—36)	601
§ 7. 平行四边形(37—44)	612
§ 8. 梯形及其他多边形(45—50)	617

第二章 直线形中的不等量关系

§ 1. 线段、角的不等量关系(51—62)	620
§ 2. 三角形的中线、高和角平分线的不等量关系(63—71)	627
§ 3. 线段与角的最大值和最小值问题(72—77)	633

第三章 相似形

§ 1. 平行线截得比例线段(78—80)	636
§ 2. 相似形和位似形(81—83)	638
§ 3. 三角形和四边形中成比例线段问题(84—91)	639
§ 4. 线段的和差、平方、立方的比例关系(92—102)	643
§ 5 成比例线段的应用(103—117)	650

第四章 直线形面积

§ 1. 求面积(118—122)	660
§ 2. 面积的相等与和差倍分(123—131)	664
§ 3. 面积的不等量关系与最大(小)值(132—139)	670

第五章 圆

§ 1. 圆的基本性质(140—149)	676
§ 2. 直线和圆(150—159)	684
§ 3. 三角形和圆(160—190)	690
§ 4. 多边形和圆(191—203)	709

§ 5. 圆、正多边形和圆(204—242)	716
------------------------------	-----

第六章 轨迹和作图

§ 1. 轨迹(243—252)	738
§ 2. 作图(253—274)	746

立体几何编

知识提要	763
------------	-----

第一章 直线和平面

§ 1. 平面	782
(1) 平面的性质(1—5)	782
(2) 共面问题(6—8)	787
(3) 应用平面公理的作图(9—12)	789
§ 2. 空间两条直线	792
(1) 空间两条直线的位置(13—14)	792
(2) 空间多边形(15—21)	793
(3) 异面直线所成的角(22—26)	798
(4) 异面直线间的距离(27—40)	804
§ 3. 空间直线和平面	826
(1) 直线和平面平行、垂直(41—47)	826
(2) 点到直线、平面的距离(48—53)	833
(3) 直线和平面所成的角(54—57)	839
(4) 直线的射影问题(58—60)	844
§ 4. 空间两平面	846
(1) 平面和平面平行(61—65)	846
(2) 平面和平面垂直(66—70)	850

(3) 三平面的平行或垂直(71—81).....	859
(4) 二面角(82—94).....	869
(5) 射影面积问题(95—100).....	884

第二章 多 面 体

§ 1. 棱柱.....	890
(1) 三棱柱(101—105).....	890
(2) 四棱柱(106—116).....	894
(3) 平行六面体(117—120).....	905
(4) 其他棱柱(121—125).....	908
§ 2. 棱锥.....	912
(1) 四面体一般问题(128—135).....	917
(2) 棱锥(136—142).....	924
(3) 棱台(143—147).....	931

第三章 旋 转 体

§ 1. 圆柱.....	934
(1) 圆柱的面积和体积(148—152).....	934
(2) 圆柱的内接、外接柱体(153—155).....	936
§ 2. 圆锥.....	938
(1) 圆锥的面积和体积(156—161).....	938
(2) 圆锥的侧面展开图(162—165).....	942
(3) 极大、极小问题(166—169).....	945
(4) 圆台(170—174).....	949
§ 3. 球.....	953
(1) 球的一般问题(175—182).....	953
(2) 球冠、球带、球缺、球台、球扇形(183—186).....	959
(3) 球与锥、台相切(接)问题(187—190).....	962
(4) 多球问题(191—201).....	965

第四章 正多面体

- § 1. 正多面体一般问题(202—208)975
 § 2. 正多面体的体积(209—220)982
 § 3. 欧拉定理及其应用(221—227)997

平面解析几何编

知识提要.....1001

第一章 坐标法

- § 1. 直线坐标系(1—3)1016
 § 2. 直角坐标系(4—20)1018
 § 3. 极坐标系(21—24)1033
 § 4. 坐标变换(25—27)1036

第二章 曲线与方程

- § 1. 曲线的方程(28—43)1038
 § 2. 方程的曲线(44—48)1048
 § 3. 两曲线的交点与曲线系(49—55)1052

第三章 直 线

- § 1. 直线的方程及其应用1057
 (1) 求直线方程(56—63)1057
 (2) 点线距离与两直线的夹角(64—67)1063
 (3) 二次齐次方程(68—69)1066
 (4) 线线位置关系(70—71)1069

(5) 最大值、最小值(72—73).....	1070
§ 2. 证明题	1072
(1) 相等问题(74—78)	1072
(2) 定值问题(79—81)	1076
(3) 共点线(82—84)	1078
§ 3. 轨迹题(85—90)	1080

第四章 圆

§ 1. 圆的方程及其应用	1085
(1) 求圆方程(91—94)	1085
(2) 圆与直线(95—99)	1087
(3) 圆系(100—101)	1090
(4) 最大值、最小值(102—104).....	1092
(5) 其他(105—107)	1094
§ 2. 证明题	1096
(1) 相等与不等(108—113)	1096
(2) 直线、圆过定点(114—115).....	1101
(3) 定值问题(116—118)	1102
§ 3. 轨迹题(119—129)	1104

第五章 椭圆

§ 1. 椭圆的方程及其应用	1115
(1) 求椭圆方程(130—132)	1115
(2) 直线与椭圆(133—135)	1116
(3) 图形与变换(136—139)	1119
(4) 最大值、最小值(140—143).....	1122
§ 2. 证明题	1125
(1) 圆与椭圆(144—146)	1125
(2) 定值问题(147—150)	1128

(3) 其他(151—152)	1130
§ 3. 轨迹题(153—161)	1132

第六章 双 曲 线

§ 1. 双曲线的方程及其应用	1140
(1) 求双曲线方程(162—165)	1140
(2) 直线与双曲线(166—175)	1142
(3) 图形与变换(176—177)	1150
(4) 最大值、最小值(178—182)	1151
(5) 其他(183—184)	1154
§ 2. 证明题	1156
(1) 相等问题(185—187)	1156
(2) 定值问题(188—189)	1158
(3) 等轴双曲线(190—192)	1159
(4) 其他(193—197)	1162
§ 3. 轨迹题(198—206)	1167

第七章 抛 物 线

§ 1. 抛物线的方程及其应用	1176
(1) 求抛物线方程(207—210)	1176
(2) 直线与抛物线(211—216)	1179
(3) 图形与变换(217—220)	1184
(4) 最大值、最小值(221—225)	1186
(5) 抛物线系(226—227)	1190
(6) 其他(228—233)	1191
§ 2. 证明题	1196
(1) 相等问题(234—238)	1196
(2) 定值问题(239—242)	1200
(3) 圆和抛物线(243—244)	1203