

教育部高等教育司推荐
国外优秀信息科学与技术系列教学用书

NUMERICAL ANALYSIS (Seventh Edition)

数值分析

第七版

翻译版

■ [美] Richard L. Burden 著
J. Douglas Faires

■ 冯烟利 朱海燕 译

■ 贾仲孝 审



高等教育出版社
Higher Education Press

教育部高等教育司推荐
国外优秀信息科学与技术系列教学用书

数值分析

(第七版 翻译版)

NUMERICAL ANALYSIS

(Seventh Edition)

[美] Richard L. Burden, J. Douglas Faires 著

冯烟利 朱海燕 译
贾仲孝 审



高等教育出版社

图字:01-2003-5731号

Richard L. Burden, J. Douglas Faires

Numerical Analysis, Seventh Edition

原版 ISBN:0-534-38216-9

Copyright © 2001 by Brooks/Cole, a division of Thomson Learning

Original language published by Thomson Learning (a division of Thomson Learning Asia Pte Ltd).

All Rights reserved. 本书原版由汤姆森学习出版集团出版。版权所有,盗印必究。

Higher Education Press is authorized by Thomson Learning to publish and distribute exclusively this Simplified Chinese edition. This edition is authorized for sale in the People's Republic of China only (excluding Hong Kong SAR, Macao SAR and Taiwan). Unauthorized export of this edition is a violation of the Copyright Act. No part of this publication may be reproduced or distributed by any means, or stored in a database or retrieval system, without the prior written permission of the publisher.

本书中文简体字翻译版由汤姆森学习出版集团授权高等教育出版社独家出版发行。此版本仅限在中华人民共和国境内(不包括中国香港、澳门特别行政区及中国台湾)销售。未经授权的本书出口将被视为违反版权法的行为。未经出版者预先书面许可,不得以任何方式复制或发行本书的任何部分。

981-254-920-X

图书在版编目(CIP)数据

数值分析:第7版:翻译版/[美]伯顿(Burden,R. L.),[美]费尔斯(Faires,J. D.)著;冯烟利,朱海燕译. —北京:高等教育出版社,2005.6

书名原文:Numerical Analysis

ISBN 7-04-017146-5

I. 数… II. ①伯…②费…③冯…④朱… III. 数值计算 IV. O241

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 021011 号

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100011
总 机 010-58581000

购书热线 010-58581118
免费咨询 800-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>

经 销 北京蓝色畅想图书发行有限公司
印 刷 北京外文印刷厂

开 本 787×1092 1/16
印 张 52
字 数 1 180 000

版 次 2005 年 6 月第 1 版
印 次 2005 年 6 月第 1 次印刷
定 价 49.50 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 17146-00

前 言

20 世纪末,以计算机和通信技术为代表的信息科学和技术对世界经济、科技、军事、教育和文化等产生了深刻影响。信息科学技术的迅速普及和应用,带动了世界范围信息产业的蓬勃发展,为许多国家带来了丰厚的回报。

进入 21 世纪,尤其随着我国加入 WTO,信息产业的国际竞争将更加激烈。我国信息产业虽然在 20 世纪末取得了迅猛发展,但与发达国家相比,甚至与印度、爱尔兰等国家相比,还有很大差距。国家信息化的发展速度和信息产业的国际竞争能力,最终都将取决于信息科学技术人才的质量和数量。引进国外信息科学和技术优秀教材,在有条件的学校推动开展英语授课或双语教学,是教育部为加快培养大批高质量的信息技术人才采取的一项重要举措。

为此,教育部要求由高等教育出版社首先开展信息科学和技术教材的引进试点工作。同时提出了两点要求,一是要高水平,二是要低价格。在高等教育出版社和信息科学技术引进教材专家组的努力下,经过比较短的时间,第一批引进的 20 多种教材已经陆续出版。这套教材出版后受到了广泛的好评,其中有不少是世界信息科学技术领域著名专家、教授的经典之作和反映信息科学技术最新进展的优秀作品,代表了目前世界信息科学技术教育的一流水平,而且价格也是最优惠的,与国内同类自编教材相当。

这项教材引进工作是在教育部高等教育司和高教社的共同组织下,由国内信息科学技术领域的专家、教授广泛参与,在对大量国外教材进行多次遴选的基础上,参考了国内和国外著名大学相关专业的课程设置进行系统引进的。其中,John Wiley 公司出版的贝尔实验室信息科学研究中心副总裁 Silberschatz 教授的经典著作《操作系统概念》,是我们经过反复谈判,做了很多努力才得以引进的。William Stallings 先生曾编写了在美国深受欢迎的信息科学技术系列教材,其中有多种教材获得过美国教材和学术著作者协会颁发的计算机科学与工程教材奖,这批引进教材中就有他的两本著作。留美中国学者 Jiawei Han 先生的《数据挖掘》是该领域中具有里程碑意义的著作。由达特茅斯学院 Thomas Cormen 和麻省理工学院、哥伦比亚大学的几位学者共同编著的经典著作《算法导论》,在经历了 11 年的锤炼之后于 2001 年出版了第二版。目前任教于美国 Massachusetts 大学的 James Kurose 教授,曾在美国三所高校先后 10 次获得杰出教师或杰出教学奖,由他主编的《计算机网络》出版后,以其体系新颖、内容先进而倍受欢迎。在努力降低引进教材售价方面,高等教育出版社做了大量和细致的工作。这套引进的教材体现了权威性、系统性、先进性和经济性等特点。

教育部也希望国内和国外的出版商积极参与此项工作,共同促进中国信息技术教育和

信息产业的发展。我们在与外商的谈判工作中,不仅要坚定不移地引进国外最优秀的教材,而且还要千方百计地将版权转让费降下来,要让引进教材的价格与国内自编教材相当,让广大教师和学生负担得起。中国的教育市场巨大,外国出版公司和国内出版社要通过扩大发行数量取得效益。

在引进教材的同时,我们还应做好消化吸收,注意学习国外先进的教学思想和教学方法,提高自编教材的水平,使我们的教学和教材在内容体系上,在理论与实践的结合上,在培养学生的动手能力上能有较大的突破和创新。

目前,教育部正在全国 35 所高校推动示范性软件学院的建设和实施,这也是加快培养信息科学技术人才的重要举措之一。示范性软件学院要立足于培养具有国际竞争力的实用性软件人才,与国外知名高校或著名企业合作办学,以国内外著名 IT 企业为实践教学基地,聘请国内外知名教授和软件专家授课,还要率先使用引进教材开展教学。

我们希望通过这些举措,能在较短的时间,为我国培养一大批高质量的信息技术人才,提高我国软件人才的国际竞争力,促进我国信息产业的快速发展,加快推动国家信息化进程,进而带动整个国民经济的跨越式发展。

教育部高等教育司

二〇〇二年三月

译 者 序

20世纪后半叶,计算机的问世对科学研究、工程设计和人类社会活动与认知客观世界产生了极为深刻的革命和影响。作为同理论研究、实验研究并行的第三种方法,科学计算方法已经成为人类认识和探索客观未知规律不可或缺的重要手段,使前两种方法以前不可能完成的许多事情成为可能和现实。在独创性的和先导性的许多重大突破中,科学计算展示了其强大的和不可替代的功效,部分原因是它可以节省巨大的难以想像的乃至不实际的人力和物力。因此,科学计算的重要性和作用无论如何描述都不为过。科学计算以计算机为工具,但并不是它的自然产物,而是数学和计算机科学相结合的一门学科,二者相辅相成,互相促进和发展。科学计算的核心是寻找有效可靠的数值算法,进行数学建模、数值模拟和数值求解。正因如此,科学计算——以前也称之为数值分析或计算方法——在国内外的正规高等院校都已成为数学系本科生和理工科研究生的必修课,受到高度重视。

从20世纪70年代开始,面向不同的读者对象,国外出版了多种科学计算的教材。随着科学计算内容的丰富、发展和不断完善,不少教材经多次更新,一版再版,受到广泛好评和欢迎。国内不少高等院校也纷纷出版了一些科学计算的教材。作者编写的这本《数值分析》教材迄今已经是第七版了,在同类书中是一本比较优秀的教材,较有特色。它覆盖面广,信息量大,对于科学计算的各个重要分支都有一定深度的介绍和讨论。具体表现在:

1. 本书每章都从实际问题入手,给读者以感性认识,从而激发学习的兴趣。然后抽象出一般性问题,展开讨论。

2. 本书面向读者对象广而多,既有数学系本科生,也有理科和工科专业的本科生。同时也可作为计算机科学和工科研究生的教材。因此,内容选材和取舍兼顾到不同的读者群。既讲授方法的原理和思想,也对欲了解更深内容的读者提供了相当详细的算法理论分析。

3. 为了让读者对算法的作用和实现有较好的掌握,本书的不少算法都用著名的软件包Maple进行具体描述和说明。同时,原版提供的光盘包含了每个算法的不同实现方式,如C、Maple、Mathematica、MATLAB和Pascal。这些可以从作者的主页上下载,从而给读者提供了极大的便利。

4. 本书所提供的习题种类多、数量大,覆盖内容从方法与算法的基本应用到理论的推广,并且配有部分习题答案。这对读者真正理解方法的理论,掌握算法的使用是必要的,大有裨益的。

5. 本书内容丰富,结构合理,可读性强,各章较为独立,既可缩短为一学期的教材,也可用于一年的教学。

当然,本书不可能十全十美,最明显的不足是对近年来的一些重大进展没有触及。例如,虽然新版增加了求解线性方程组的预处理的共轭梯度法和求解非线性方程组的同伦和延拓法,但线性方程组和特征值计算近 20 年的所有重大进展丝毫没有讨论,这不能不说是一个较大的遗憾。

本书由冯烟利、朱海燕老师翻译。在本书的翻译过程中,得到了于永胜、董付国老师的大力帮助。特别是清华大学贾仲孝教授对译稿进行了校阅,并提出了许多建设性的意见,在此表示深深的谢意。

出于各种原因,书中难免存在错误和不妥之处,敬请读者批评指正。

译者

2005 年 2 月

原版前言

关于本书

本书是为数值近似方法的理论和应用系列课程编写的教材。它主要设计为适用于已完成至少第一年的普通高等微积分课程的数学、理科和工科专业的低年级学生。熟悉矩阵代数和微分方程的基本知识也会有所帮助,但并不必先修这些课程,因为本教材对这些内容进行了适当的介绍。

《数值分析》先前的各种版本已被广泛使用。有时我们强调的是作为近似方法基础的数学分析,而不是方法本身,而有时情况则相反。对于工科和计算机专业专业的低年级研究生以及国际大学第一年所开设的分析入门课程,本书也可作为主要的参考资料。我们致力于使本书适用于各种层次的读者且不降低最初的目标:

介绍现代近似方法;解释如何、为什么和何时可用这些方法;为进一步学习数值分析和科学计算打下一个坚实的基础。

本书包含足以满足一年的学习的内容,但我们希望各位读者将本书用作一个学期的教材。此时,学生应学会判别需要用数值方法求解的问题的类型,理解运用数值方法时所发生的误差传播的例子。学生能精确逼近不能准确求解的问题的解,学习估计近似值误差界的方法。本教材的其余部分可作为该课程未讨论过的一些方法的参考资料。无论作为一学年或一学期的教材都与本书的目标相一致。

实际上本教材中的每个概念都通过例子进行了说明,本版包含了2 000多道在课堂测试过的习题,这些题目覆盖了从方法与算法的基本应用到理论的推广与扩展。此外,习题集包含了许多工程领域的实际问题以及物理学、计算机科学、生物学和社会学中的应用问题。所选取的应用问题简要地说明了数值方法如何应用于现实生活中以及为何往往必须采用数值方法。

目前,已开发许多软件包可进行符号数学计算。其中,学术环境下最流行的软件包为Derive[®]、Maple[®]和Mathematica[®]。对于常用的计算机系统,其学生版价格合理。虽然这些软件包在性能和价格方面存在显著差别,但是它们都可以完成一般的代数和微积分运算。在研究近似方法时,配备一个符号计算软件包是很有用的。我们的例子和习题中的大部分结果是采用准确值可以确定的问题而产生的,因为这允许监控近似方法的性能。准确解使用符号计算通常可以容易地得到。此外,对于许多数值方法,误差分析需要对函数的高阶导数或偏导数求界,这可能是冗长乏味的工作,即使掌握了微积分方法,帮助也不大。用符号

计算可以快速求得导数,对其稍加分析常有助于用符号计算来求导数的界。

由于 Maple 的广泛发行,我们选择它作为标准软件包,但稍作修改也可代之使用 Derive 或 Mathematica。当我们认为一个计算机代数系统非常有用时,就多增加一些例子和习题。当问题不能用 Maple 精确求解时,我们讨论了它所采用的近似方法。

本版新增内容

第七版包含新增加的两个主要部分。第七章增加了预处理共轭梯度法,使得数值求解线性方程组的内容更加完整。它作为一种求解正定线性方程组的迭代近似方法介绍,用其近似求解大型稀疏线性方程组特别有用。

第十章增加了关于同伦和延拓方法一节。它们为近求解非线性方程组提供了一种截然不同的方法,此方法最近已引起广泛的关注。

我们在书中也增加了大量的 Maple 代码,因为在第六版中读者发现这种特点很有用。我们已将所有的 Maple 代码更新至其第六版,该版本是本书印刷时的最新版本。熟悉本书以前版本的读者会发现,实际上每页在某些方面都有所改进。所有的参考资料已经被更新和修改,也增加了新的习题。我们期望这些改变有助于数值分析的教学和研究;本书大部分更新的内容来自于将其讲授给我们的学生时所进行的修改。

本版的另一个重要的改进是网址:

<http://www.as.yzu.edu/~fares/Numerical-Analysis/>

此网址将放置随软件改变的更新程序,并刊登读者对本书所作评论的回复。我们也有可能以用户可以下载的 PDF 文件的形式增加在以后的版本中可能包含的新内容。希望这将延长第七版的使用周期,同时使得本书的内容不断保持更新。

算 法

像以前版本那样,对本教材中的每个方法,我们给出一个详细的结构化的算法而未列出程序代码。所有算法都以可编程的形式给出,即使编程经验有限的人也可以编写。

本书原版包含一张用算法求解典型习题的程序软盘。每个算法的程序是用 Fortran、Pascal 和 C 编写的。另外,我们用 Maple、Mathematica 和 MATLAB® 编写了程序, MATLAB 是广泛用于线性代数应用问题中的计算机软件包。这样可保证对多数常见的计算系统都有一组程序可用。

同本书原版一起出版的还有《学生学习指导》,它说明了如何调用这些程序,这对于编程经验有限的人是有帮助的。学习指导还包含许多问题的解题答案。

Brooks / Cole 出版公司向教师提供了载有本书所有习题答案的教师手册。教师手册用软盘中的程序对本版中的计算结果进行了重新计算,以保证在各种程序设计系统之间的相容性。

由书中的算法能编写出得到书中例子和习题正确结果的程序,但我们未尝试编写通用的专业软件。特别地,这些算法不总是按时间或存储空间的要求编写出**最有效的**程序。当编写一个非常高效的算法与编写能较好描述方法重要特点的另一略微不同算法之间发生冲突时,我们总是采用后者。

关于程序盘

在本书原版最后封页上所附的 CD 含有本书中所有算法的各种形式的程序以及用 Post-Script® (PS)和 Adobe® Portable Document(PDF)形式给出的本书《学生学习指导》中的范例。

对于每个算法,都有 C、Fortran、Maple、Mathematica、MATLAB 和 Pascal 程序,且对一些系统有依赖于正在运行的软件的特定版本的多个程序。每个程序用与本教材密切相关的范例来说明,使你能按最初选择的编程语言运行程序以观察到其输入和输出的形式。然后,稍微改动程序就可将程序用于其他问题。输入和输出的形式在每个程序设计系统下尽可能一样。使教师用程序可进行一般性讨论而不用担心每个学生所用的程序设计系统不同。

所设计的程序可在最低配置的计算机上运行。只要求有运行 MS-DOS、Windows 或 Macintosh 操作系统的计算机。当然,需要相应的软件,如 Pascal、Fortran 和 C 的编译器,或某个计算机代数系统(Maple、Mathematica 和 MATLAB)。在所附的光盘上有六个子目录,每个子目录对应于一种计算机语言和相应的数据文件。

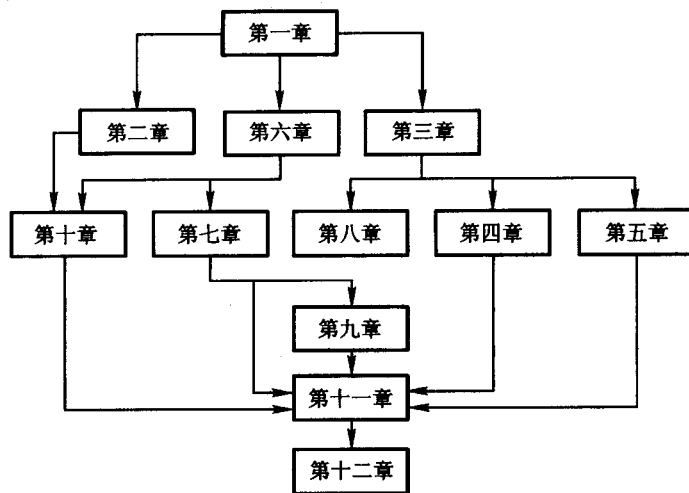
所有程序用 ASCII 文件或工作表给出。它们可用任何产生标准 ASCII 文件的编辑器或文字处理器更改。(它们通常也称为“纯文本”文件。)

同程序文件并存的还有大量的 README 文件,这样可单独解释不同程序设计系统的特性。README 文件同时以 ASCII 和 PDF 文件形式给出。随着不断开发出新的软件,算法会被改进并放到本书的网址上。

推荐的课程概要

“数值分析”的设计允许教师在选择主题和理论的严格程度以及强调应用几方面具有灵活性。为此对于本教材中未阐明的结果和能显示方法实际重要性的应用,皆提供了详细的参考资料。书中引用的参考文献易在高等院校图书馆里查到,并更新以反映本书出版时最新版本的文献。我们也引用了一些潜在读者可以查到的原始研究论文。

下面的流程图说明了学习各章的先期要求。唯一不符合此流程图之处在 3.4 节的第一页的脚注进行了说明。对于流程图中大部分可能生成的序列,本书作者在美国 Youngstown 州立大学进行了教学尝试。



致 谢

我们感到十分幸运的是有这么多的学生和同事和我们交流他们对于本书以前各版本的感受。我们认真考虑了所有建议,并试图采纳所有与本书的理念相一致的建议。我们特别感谢抽出时间来和我们联系,并且告诉我们在后续版本可以进行哪些改进的所有人。

我们愿特别感谢

Glen Granzow, Idaho 州立大学

Jose Miguel, Universidad Peruana Cayetano Heredia, Lima, Peru

John M. Neuberger, Northern Arizona 大学

L. G. de Pillis, Harvey Mudd 学院

非常感谢他们的贡献。

我们要特别感谢我们的朋友、以前的学生、Ball 州立大学的 Jim Baglama。Jim 对本版进行了全面的审阅,特别在更新软件的评述部分和参考资料方面提供了帮助。最令人高兴的是看到我们的学生在此行业领域有深入进展。

对本书做出贡献(但以完全不同的方式)的是我们的编辑和出版者 Gary Ostedt。Gary 一直是我们这个项目的杰出管理者和很好的个人朋友。我们将会非常怀念他的指导和帮助。借此机会我们希望他在即将从 Brooks / Cole 出版公司退休后的生活中万事如意。

正如我们在本书以前各版本中所做的,在准备第七版时,我们利用了 Youngstown 州立大学学生的帮助。在这一版中,Laurie Marinelli 是我们的得力助手,我们对她的全部工作表示感谢。我们也对 Youngstown 州立大学的院系同事和行政部门表示感谢,感谢他们所提供的机会和便利,使本书的出版顺利完成。

最后,我们想感谢这些年来使用和采纳《数值分析》的各版本的全体同仁。十分美好的是听到如此多的学生和新教师采用本书作为开始学习数值方法的教材。我们希望这一版保持此趋势,并增加学生学习数值分析的乐趣。如果你有任何可吸收进本书下一版的改进建议,我们将对此十分感谢。你可通过下面的电子邮件地址同我们联系。

Richard L. Burden
burden@math.ysu.edu

J. Douglas Faires
fares@math.ysu.edu

目 录

第一章 数学基础	1	3.5 参数曲线	139
1.1 微积分内容回顾	2	习题 3.5	143
习题 1.1	12	3.6 方法和软件综述	144
1.2 舍入误差和计算机算术	15	第四章 数值微分与积分	146
习题 1.2	23	4.1 数值微分	146
1.3 算法和收敛性	27	习题 4.1	154
习题 1.3	33	4.2 Richardson 外推法	157
1.4 数值软件	35	习题 4.2	162
第二章 一元方程的求解	42	4.3 数值积分基础	164
2.1 二分法	43	习题 4.3	171
习题 2.1	47	4.4 复合数值积分	173
2.2 不动点迭代	49	习题 4.4	179
习题 2.2	56	4.5 Romberg 积分	182
2.3 Newton 迭代法	58	习题 4.5	186
习题 2.3	65	4.6 自适应求积方法	188
2.4 迭代法的误差分析	69	习题 4.6	194
习题 2.4	75	4.7 Gauss 求积	195
2.5 加速收敛	76	习题 4.7	200
习题 2.5	79	4.8 多重积分	201
2.6 多项式的零点和 Müller 法	81	习题 4.8	212
习题 2.6	88	4.9 广义积分	213
2.7 方法和软件综述	90	习题 4.9	217
第三章 插值和多项式逼近	92	4.10 方法和软件综述	218
3.1 插值和 Lagrange 多项式	94	第五章 常微分方程的初值问题	221
习题 3.1	105	5.1 初值问题的基本理论	222
3.2 差商	108	习题 5.1	226
习题 3.2	115	5.2 Euler 法	227
3.3 Hermite 插值	118	习题 5.2	233
习题 3.3	123	5.3 高阶 Taylor 方法	235
3.4 三次样条插值*	125	习题 5.3	240
习题 3.4	135	5.4 Runge-Kutta 方法	241
		习题 5.4	248

5.5 误差控制和 Runge-Kutta-Fehlberg 方法	250	习题 7.4	412
习题 5.5	255	7.5 共轭梯度法	415
5.6 多步法	257	习题 7.5	426
习题 5.6	266	7.6 方法和软件综述	429
5.7 变步长的多步法	267	第八章 逼近论	431
习题 5.7	272	8.1 离散最小二乘逼近	432
5.8 外推法	273	习题 8.1	440
习题 5.8	278	8.2 正交多项式和最小二乘逼近	444
5.9 高阶方程和微分方程组	278	习题 8.2	451
习题 5.9	287	8.3 Chebyshev 多项式和幂级数的缩减	452
5.10 稳定性	288	习题 8.3	460
习题 5.10	296	8.4 有理函数逼近	461
5.11 刚性微分方程	297	习题 8.4	471
习题 5.11	303	8.5 三角多项式逼近	472
5.12 方法和软件综述	304	习题 8.5	478
第六章 解线性方程组的直接法	306	8.6 快速 Fourier 变换	479
6.1 线性方程组	307	习题 8.6	488
习题 6.1	316	8.7 方法和软件综述	489
6.2 选主元策略	320	第九章 逼近特征值	490
习题 6.2	327	9.1 线性代数和特征值	490
6.3 线性代数和矩阵求逆	328	习题 9.1	496
习题 6.3	337	9.2 幂法	498
6.4 矩阵的行列式	341	习题 9.2	510
习题 6.4	344	9.3 Householder 法	514
6.5 矩阵分解	346	习题 9.3	521
习题 6.5	353	9.4 QR 算法	521
6.6 特殊类型的矩阵	355	习题 9.4	530
习题 6.6	366	9.5 方法和软件综述	533
6.7 方法和软件综述	369	第十章 非线性方程组的数值解	535
第七章 矩阵代数中的迭代方法	373	10.1 多变量函数的不动点	536
7.1 向量和矩阵范数	374	习题 10.1	542
习题 7.1	382	10.2 Newton 方法	544
7.2 特征值与特征向量	384	习题 10.2	549
习题 7.2	389	10.3 拟 Newton 方法	552
7.3 求解线性方程组的迭代法	390	习题 10.3	558
习题 7.3	402	10.4 最速下降技术	559
7.4 误差界和迭代改进	406	习题 10.4	564
		10.5 同伦和延拓法	565

习题 10.5	572	12.2 抛物型偏微分方程	629
10.6 方法和软件综述	573	习题 12.2	639
第十一章 常微分方程的边值问题	575	12.3 双曲型偏微分方程	642
11.1 线性打靶法	576	习题 12.3	647
习题 11.1	581	12.4 有限元方法简介	649
11.2 非线性问题的打靶法	582	习题 12.4	660
习题 11.2	588	12.5 方法和软件综述	662
11.3 线性问题的有限差分法	589	部分习题答案	664
习题 11.3	594	英汉对照表	758
11.4 非线性问题的有限差分法	596	参考文献	796
习题 11.4	601	算法索引	806
11.5 Rayleigh-Ritz 方法	601	符号注释表	808
习题 11.5	615	三角学	810
11.6 方法和软件综述	616	常用级数	811
第十二章 偏微分方程的数值解	618	希腊字母表	812
12.1 椭圆型偏微分方程	620		
习题 12.1	627		

第一章 数学基础

在开始学习化学课程时,我们见到过**理想气体定律**:

$$PV = NRT$$

这个方程表示了“理想”气体的压力 P 、体积 V 、温度 T 和摩尔数 N 的关系。其中, R 是一个依赖于测量系统的常量。

假定为了验证这个定律进行两个实验,在每个实验中都使用同样的气体。在第一个实验中:

$$P = 1.00 \text{ atm}, \quad V = 0.100 \text{ m}^3 \\ N = 0.004 \text{ 20 mol}, \quad R = 0.082 \text{ 06}$$

根据理想气体定律,气体的温度应是

$$T = \frac{PV}{NR} = \frac{1.00 \times 0.100}{0.004 \text{ 20} \times 0.082 \text{ 06}} = 290.15 \text{ K} = 17^\circ\text{C}$$

当人们测量气体温度时,会发现其真正温度是 15°C 。

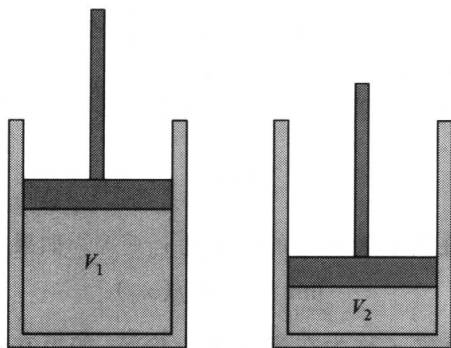


图 1.0

使用同样的 R 值和 N 值重复这个实验,但是把压力增加 2 倍同时把体积减小 $\frac{1}{2}$ 倍。因为乘积 PV 不变,所以根据上面的公式计算出的温度仍是 17°C ,但是可以发现气体的实际温度现在是 19°C 。

显然,理想气体定律值得怀疑,但是在得出理想气体定律在这种情况下不适用的结论之前,应该检查一下数据,看一看实验结果是否是由于误差造成的。如果是由于误差造成的,或许能决定实验结果需要精确到何种程度才能保证这个幅度的误差不再发生。

计算中所涉及的误差分析是数值分析中的一个重要问题,对此在 1.2 节予以介绍。在 1.2 节

的习题 28 中讨论了这个问题一个特殊应用。

本章含有对其后各章要用到的初等一元函数微积分中的一些内容的简要回顾,还包括对于收敛性、误差分析和数的机器表示的介绍。

1.1 微积分内容回顾

函数极限和连续性的概念是学习微积分的基础。

定义 1.1 定义在实数集 X 上的函数 f 在点 x_0 具有极限 L , 记为

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$$

如果对任意给定的实数 $\varepsilon > 0$, 存在一个实数 $\delta > 0$, 当 $x \in X$ 且 $0 < |x - x_0| < \delta$ 时, 就有 $|f(x) - L| < \varepsilon$ 成立。(见图 1.1。)

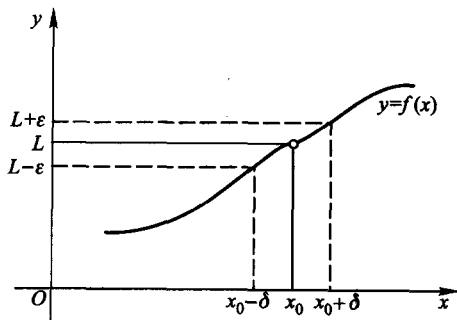


图 1.1

定义 1.2 设 f 是定义在实数集 X 上的函数且 $x_0 \in X$ 。如果

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

则称 f 在点 x_0 是连续的。函数 f 称为在集合 X 上连续, 如果它在集合 X 上的每一点都是连续的。

$C(X)$ 表示在 X 上连续的所有函数的集合。当 X 是实数轴上的一个区间时, 记号中的括号通常省略。例如, 在闭区间 $[a, b]$ 上连续的所有函数的集合记为 $C[a, b]$ 。

实数或复数数列的极限可以类似地定义。

定义 1.3 设 $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ 是实数或复数的一个无穷数列。称数列 $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ 具有极限 x (或称收敛于 x), 如果对任意 $\varepsilon > 0$, 存在一个正整数 $N(\varepsilon)$, 当 $n > N(\varepsilon)$ 时, 就有 $|x_n - x| < \varepsilon$ 成立。记号

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x, \text{ 或 } x_n \rightarrow x \text{ 当 } n \rightarrow \infty \text{ 时}$$

意思是数列 $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ 收敛于 x 。