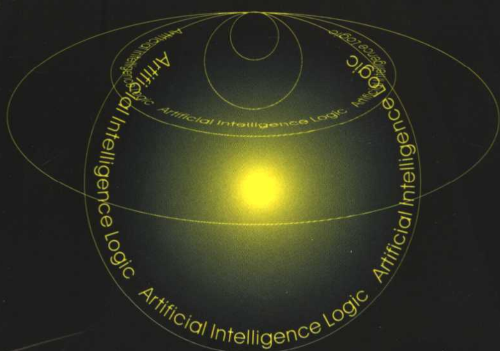
# 人工智能逻辑讲义

李小五 编著




中山大学出版社

# 人工智能逻辑讲义

A Course in Logic of Artificial Intelligence

李小五　编著

中山大学出版社

·广州·

**图书在版编目(CIP)数据**

人工智能逻辑讲义/李小五编著.—广州:中山大学出版社,2005.9

ISBN 7-306-02587-2

Ⅰ.人…　Ⅱ.李…　Ⅲ.人工智能—逻辑—高等学校—教学参考资料　Ⅳ.TP18

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第088512号

责任编辑:黄国荣　李　文
封面设计:八　度
责任校对:吴　燕
责任技编:黄少伟
出版发行:中山大学出版社
　　　　编辑部电话(020)84111996,84113349
　　　　发行部电话(020)84111998,84111160
地　　址:广州市新港西路135号
邮　　编:510275　　传真:(020)84036565
印 刷 者:广州市番禺市桥印刷厂
经 销 者:广东新华发行集团
规　　格:850mm×1168mm　1/32　17.625印张　440千字
版次印次:2005年9月第1版　2005年9月第1次印刷
定　　价:35.00元　　印数:1-1000册

# 内容提要

人工智能逻辑是用逻辑方法和成果研究智能主体如何处理知识的学问，主要研究主体的常识推理。这种推理具有非单调性和信息不完备性。

本讲义分别介绍了三种主要的人工智能逻辑：缺省逻辑、非单调模态逻辑和限定逻辑。缺省逻辑的主要思想是在经典逻辑中增加刻画常识推理的缺省推理规则，由此形成的扩张概念刻画了主体的信念集及其变化。非单调模态逻辑是用“知”和“信”那样的认识论算子研究主体的认知状态，用具有反思性质的稳定集概念刻画主体的认知状态。限定逻辑的主要思想是合理限定通常的谓词逻辑所描述的谓词，从而合理限定这样的谓词指称的类的外延以排除反常的对象，因此限定逻辑在形式上提供一般的方法来极小化任意选出的谓词或者由谓词构成的公式，从而在直观上刻画了主体常识推理的能力。

本讲义内容丰富，知识面广，表达严谨，例题习题丰富，可作为高等学校逻辑学专业本科生、研究生教材使用。

# 前　言

什么是**人工智能**？汉译《简明不列颠百科全书》第6卷给出这样的定义：人工智能是“研究解决某些通常被认为要用智能才能解决的问题的计算机技术”[1]。《中国大百科全书》之分卷《电子与计算机》(Ⅱ)也给出大同小异的定义：人工智能是“研究怎样让计算机做一些通常认为需要智能才能做的事情，又称机器智能，是计算机科学的一个分支”[2]。

智能的载体通常称为**智能主体**(intelligent agent)(以后简称**主体**)。人工智能研究计算机刻画主体如何获得知识和处理知识的能力。[3] 这里的知识也包括**常识**(commonsense)。所谓常识，是指老百姓在日常生活中应该接受的知识，特别指众所周知的知识。这样的知识通过集体经验或其他手段得到，所以在很大程度是可靠的，但通常不是十分可靠的，更不是必然可靠的。

在计算机中实现(implementation)知识处理是人工智能的一个主要目标。为此必须建立实现知识处理的形式理论。至少在基础研究或者在理论重建的层面上，利用现代逻辑的种种方法和成果来建立上述形式理论成为必要，由此产生人工智能逻辑。

**人工智能逻辑**就是用逻辑方法和成果研究主体如何处理知识的理论。所以人工智能逻辑的研究对象与人工智能研究的对象有

---

〔1〕 中国大百科全书出版社，1986年3月第一版。

〔2〕 中国大百科全书出版社，1986年10月第一版。

〔3〕 注意：本书我们用“知识”和“信念”作为名词分别表示英文名词 knowledge 和 belief，用“知”和“信”作为动词分别表示英文动词 know 和 believe。

所不同。前者不研究主体如何从外部获得知识。

处理知识又称知识处理，是一个很宽泛的概念，包括许多内容。主要有知识表示、知识反思、知识修正、知识推理。**知识推理**除了包括传统意义上的演绎推理、归纳推理和类比推理之外，还包括一种重要的推理——**常识推理**(commonsense reasoning)。下面我们来考虑这样的一个例子。

在经典逻辑教科书中，我们经常考察下面一个推理：从前提“所有的人都是要死的”和“苏格拉底是人”推出结论“苏格拉底是要死的”。这样的推理我们称为演绎推理。此类推理有一种非常本质的逻辑特性——**单调性**(monotonicity)。这种性质表示再增加前提不会影响原有结论的推出。例如，在上例中，我们即使增加前提：“苏格拉底能一下跳过巴台农神庙”，我们还是能推出“他是要死的”。这个推理之所以具有单调性，是因为其中一个前提“所有的人都是要死的”是全称量化句。全称量化句为真有这样的性质：不存在例外。“所有的人都是要死的”当然也包括能一下跳过巴台农神庙或拥有其他超常能力的人。

经典逻辑(其代表是一阶逻辑)和哲学逻辑(其代表是单调的模态逻辑)只研究单调推理，所以我们称此类逻辑为**单调逻辑**(monotonic logics)。在某种程度上说，此类逻辑只提供静态的知识表示。

现在我们来考虑另一种推理——常识推理。考虑常识句“鸟飞”(birds fly)。我们知道并非所有的鸟飞，而是在正常情况下或在典型情况下鸟飞。若你从前提“Tweety 是一只鸟”推出结论“Tweety 飞”，则通常认为这个推理是合理的，只要你没有其他证据说明 Tweety 是一只不正常的鸟或有其他不对劲的地方使得 Tweety 不会飞。这样的推理就是常识推理。显然，它不是通常意义上的演绎推理，也不是归纳推理或类比推理。

一旦你有了新的证据，例如，增加前提“Tweety 是一只鸵鸟”，

则你再推出结论"Tweety飞"就不合理。也就是说,增加新前提使原先推出的结论(合理地)推不出。换句话说,这样的推理不具单调性。以后我们称这种性质为**非单调性**(nonmonotonicity),称这样的推理为**非单调推理**。研究非单调推理的逻辑为**非单调逻辑**(nonmonotonic logics)。建立非单调逻辑的目的是为了提供动态的知识表示,更好地刻画常识推理。

常识推理有一个认识论特性:前提包含的信息对推出结论而言是不完备的。例如,前提"鸟飞"通常只是言说鸟会飞(birds would fly)或鸟能飞(birds could(can) fly)或在正常情况下鸟飞(birds normally fly),允许有例外出现。常识推理的这种信息不完备性是本质的。因为,首先,在实践中,主体很难得到完备的信息后再进行推理,即使在人为造成的情况下。其次,在主体自以为已经掌握完备信息的情况下,也可能因为实际情况出现变化而使获得的信息不完备。

从认识论上说,常识推理是人们获得新知识的一个重要手段。人们通常在前提包含信息不完备的情况下,根据实际需要推出结论,然后根据这样的结论行事,在遇到新的证据后,把它们作为新前提来考虑原有结论,若有冲突则废除原有结论,否则保持下去。

虽然人们几乎天天使用常识推理,但用形式化的方式来表示却非常困难,更不用说用形式化理论来刻画一堆这样的推理及其相互关系。而这是在计算机中实现常识推理的必要一环。为此逻辑学家和人工智能学家从不同的角度建立了不同的逻辑理论。

人工智能逻辑有许多种类。迄今为止,发展比较完善的有缺省逻辑、非单调模态逻辑、限定逻辑。此外,还有一些讨论相似问题,并且在形式上与上述逻辑密切相关的逻辑,如正常条件句逻辑、信念修正逻辑、认知逻辑。还有一些讨论类似问题,但在形式上与上述逻辑的关系更为松散的理论。例如,逻辑编程理论、信念修正理论。我们这样的分类并不十分严格,例如,逻辑编程理论可

以嵌入(严格翻译为)非单调模态逻辑。所以,人工智能逻辑是一类严格意义上的逻辑(应用逻辑)和一类不严格意义上的逻辑(逻辑的应用)的混合。这也显示了人工智能逻辑的年青和活力。

# 目　录

# 第 0 章　预备知识

本章我们交待全书经常要用到的预备知识。在 § 1 我们引入集合论的基本概念和基本知识，着重给出关系和函数的各种概念和性质，最后我们给出算子的基本理论。

在 § 2 和 § 3 我们分别给出经典命题逻辑和经典谓词逻辑的语形、语义和证明论的基本概念，描述经典命题逻辑和经典谓词逻辑的一些基本结果。

为了节省篇幅，下面给出的定义有时并不十分严格，请读者注意。但另一方面，这些定义在现今大多数集合论和逻辑的教科书中都出现，所以对此十分熟悉的读者可以跳过此节，直接阅读以后的内容。另外，本章引入的一些约定和记号也大都是他人经常用到的，所以我们也不作特别的交待。

# §1 集合论初步

本节我们给出公理集合论 **ZF** 的一些结果。若不特别提到，我们预设**正则性公理**成立：

任给非空集 $X$，存在 $x \in X$ 使得 $x \cap X = \varnothing$。

本书我们定义、证明和讨论的许多东西在以后经常提到，∴冠以标号以节省篇幅。例如，下面的 0.1.1 表示此段内容是第 0 章 §1 的第 1 项我们需要标号的内容。这样的内容结束之后我们用◀结尾；“◀”可以称为**结束符**。

**0.1.1 定义和记号**

(1) 我们用 $X=\{x, y, \cdots\}$ 表示包含 $x, y, \cdots$ 为元素的**集合**，用 $X=\{x \in Y: A(x)\}$ 表示所有包含在集合 $Y$ 中且使 $A$ 成立的 $x$ 构成的**集合**。

(2) 我们用 $\varnothing$ 表示不含任何元素的集合，并称 $\varnothing$ 为**空集**。我们用 $X \neq \varnothing$ 表示 $X$ 不是**空集**，简称 $X$ 是**非空集**。

(3) 令 $X$ 是任意非空集，我们用 $x \in X$ 表示 $x$ 是 $X$ 的**元素**，用 $x \notin X$ 表示 $x$ 不是 $X$ 的元素。

(4) 我们用 $|X|$ 表示集合 $X$ 的基数，即 $X$ 的元素的个数。◀

**说明**：㊀ 在描述一个集合的性质时，我们常用下列缩写：

$\forall x \in X(A)$ 表示元语言中的“对任意 $x$，若 $x \in X$，则 $A$”，

$\exists x \in X(A)$ 表示元语言中的“存在 $x$ 使得 $x \in X$ 且 $A$”。

**注意**：本书我们只有在讨论量化逻辑时，才严格区别∀，∃和元语言中的“所有”，“存在”，因为在那里∀和∃是对象语言中的符号。

㊁ 为了方便，我们也用 $\forall x_1, x_2, \cdots, x_n \in X$ 表示“对 $X$ 中所有元素 $x_1, x_2, \cdots, x_n$”。

㊂ 本书也用～表示元语言中的“并非”，用 ⇒ 表示元语言中

的“若…则…”，用 $\Leftrightarrow$ 表示元语言中的“…当且仅当…”，用∵表示元语言中的“因为…”，用∴表示元语言中的“所以…”或“因此…”。

**0.1.2 定义和记号**

(1) $X \subseteq Y$ 表示 $\forall x \in X(x \in Y)$，这时称 $X$ 是 $Y$ 的**子集**；

$X \not\subseteq Y$ 表示 $\sim X \subseteq Y$，

$X = Y$ 表示 $X \subseteq Y$ 且 $Y \subseteq X$，

$X \neq Y$ 表示 $X \not\subseteq Y$ 或 $Y \not\subseteq X$。

(2) $X \subset Y$ 表示 $X \subseteq Y$ 且 $X \neq Y$，这时称 $X$ 是 $Y$ 的**真子集**(proper subset)[1]。

(3) $X \supseteq Y$ 表示 $Y \subseteq X$，这时称 $X$ 是 $Y$ 的**扩集**。

(4) $X \supset Y$ 表示 $Y \subset X$，这时称 $X$ 是 $Y$ 的**真扩集**。◀

**说明**：在本书，符号＝有两种用法：一种是在“是”的意义上使用，例如 0.1.1(1)中的＝。另一种是在“集合互相包含”的意义上使用，例如 0.1.2(1)中的＝。

**0.1.3 定义和记号**

(1) $\bigcup X = \{x : \exists y \in X(x \in y)\}$ 称为 $X$ **的并**，

$X \cup Y = \bigcup\{X, Y\}$ 称为 $X$ **和** $Y$ **的并**。

(2) 令 $X \neq \varnothing$。则 $\bigcap X = \{x : \forall y \in X(x \in y)\}$ 称为 $X$ **的交**，

$X \cap Y = \bigcap\{X, Y\}$ 称为 $X$ **和** $Y$ **的交**。

以后我们用 $X \mathbin{\bar{\cap}} Y$ 表示 $X \cap Y = \varnothing$。这时也称 $X$ 与 $Y$ **有空交**。

(3) $X - Y = \{x \in X : x \notin Y\}$ 称为 $X$ **与** $Y$ **的差**。

(4) $\mathscr{P}(X) = \{Y : Y \subseteq X\}$ 称为 $X$ 的**幂集**。◀

---

[1] 通常我们把“proper”译为“真”，这也许是借用过去一些数学家的译法，但在逻辑著作中，把“proper”译为“真”是非常不合适，∵逻辑中的“真”(truth, true, …)是一个与“proper”无关的核心概念，∴本书除了大家已经非常习惯的概念(如“真子集”，以及下面的“真扩集”)保持原有称谓，其他的“proper”尽量译为“实”。

**0.1.4 定义和记号**

(1) $\langle x, y\rangle=\{\{x\}, \{x, y\}\}$称为 $x$ 和 $y$ 的**有序对**；

……；

$\langle x_1,\cdots, x_n\rangle=\langle\langle x_1,\cdots, x_{n-1}\rangle, x_n\rangle$称为 $x_1,\cdots, x_n$ 的(**有序**)$n$ **元组**。

(2) $X\times Y=\{\langle x, y\rangle: x\in X$ 且 $y\in Y\}$称为 $X$ 和 $Y$ 的**笛卡尔集**；

……；

$X_1\times\cdots\times X_n=(X_1\times\cdots\times X_{n-1})\times X_n$ 称为 $X_1,\cdots, X_n$ 的**笛卡尔集**。

若 $X_1=\cdots=X_n$，则 $X_1\times\cdots\times X_n$ 记为 $X^n$。◀

**0.1.5 定义和记号**

(1) 称 $R$ 是 **$n$ 元关系** $\Leftrightarrow$ $R$ 是一个由有序 $n$ 元组构成的集合。

(2) 称 $R$ 是 **$X$ 上的 $n$ 元关系** $\Leftrightarrow$ $R\subseteq X^n$。

(3) 令 $R\subseteq X\times X$ 且令 $Y\subseteq X$。称 $R\upharpoonright Y$ 是 $R$ 对 $Y$ 的**限制**

$$\Leftrightarrow R\upharpoonright Y=R\cap(Y\times Y)。$$

(4) 令 $R\subseteq X\times Y$ 且 $S\subseteq Y\times Z$。$R$ 和 $S$ 的**复合关系** $RoS$ 定义为

$$\{\langle x, z\rangle\in X\times Z: \exists y\in Y(\langle x, y\rangle\in R \text{ 且} \langle y, z\rangle\in S)\}。$$

(5) 令 $X$ 和 $Y$ 是两个不相交的集合，且令 $R\subseteq X\times X$，$S\subseteq Y\times Y$。称 $R\ominus S$ 是 $R$ 和 $S$ 的**毗连**(concatenation)

$$\Leftrightarrow R\ominus S=R\cup(X\times Y)\cup S。◀$$

**说明**：当 $R$ 是二元关系时，为了方便和直观，我们也把$\langle x, y\rangle\in R$ 记为 $xRy$，把$\langle x, y\rangle\notin R$ 记为$\sim xRy$；或者把$\langle x, y\rangle\in R$ 记为 $y\in R(x)$，把$\langle x, y\rangle\notin R$ 记为 $y\notin R(x)$。

**0.1.6 定义** 令 $R$ 是集合 $X$ 上的二元关系。

(1) 称 $R$ 是**自返关系** $\Leftrightarrow \forall x\in X(xRx)$。

(2) 称 $R$ 是**禁自返关系** $\Leftrightarrow \forall x\in X(\sim xRx)$。

(3) 称 $R$ 是**对称关系** $\Leftrightarrow \forall xy \in X(xRy \Rightarrow yRx)$。

(4) 称 $R$ 是**反对称关系** $\Leftrightarrow \forall xy \in X(xRy$ 且 $yRx \Rightarrow x=y)$。

(5) 称 $R$ 是**传递关系** $\Leftrightarrow \forall xyz \in X(xRy$ 且 $yRz \Rightarrow xRz)$。

(6) 称 $R$ 是**欧性关系** $\Leftrightarrow \forall xyz \in X(xRy$ 且 $xRz \Rightarrow yRz)$。

(7) 称 $R$ 是**等价关系** $\Leftrightarrow R$ 是自返、对称和传递关系。

(8) 称 $R$ 是**连通关系** $\Leftrightarrow \forall xy \in X(xRy$ 或 $yRx)$。

(9) 称 $R$ 是**向前连通关系**

$\Leftrightarrow \forall xyz \in X(xRy$ 且 $xRz \Rightarrow yRz$ 或 $zRy)$。

(10) 称 $R$ 是**可比较关系**

$\Leftrightarrow \forall xy \in X(xRy$ 或 $x=y$ 或 $yRx)$。◀

**说明**:禁自返性的英文是 irreflexivity,禁传递性是 intransitivity,禁对称性是 asymmetry,反对称性是 antisymmetry。

**0.1.7 定义**　令 $R$ 是集合 $X$ 上的二元关系。

(1) 称 $R$ 是**严格偏序** $\Leftrightarrow R$ 是传递且禁自返的。

(2) 称 $R$ 是**偏序** $\Leftrightarrow R$ 是自返、传递且反对称的。

(4) 称 $R$ 是**弱线序** $\Leftrightarrow R$ 是传递且连通的。

(5) 称 $R$ 是**全前序**(total preordering) $\Leftrightarrow R$ 是自返的弱线序。

(3) 称 $R$ 是**线序** $\Leftrightarrow R$ 是可比较的偏序。◀

**0.1.8 定义**　令 $R$ 是集合 $X$ 上的偏序。

(1) 令 $Y \subseteq X$。称 $Y$ 是一个 $R$-**链** $\Leftrightarrow \forall x, y \in Y(xRy$ 或 $yRx)$。

(2) 令 $Y \subseteq X$ 且 $x \in X$。称 $x$ 是 $Y$ **的一个** $R$-**下界**(a lower bound of $Y$) $\Leftrightarrow \forall y \in Y(xRy)$。

(3) 令 $Y \subseteq X$ 且 $x \in X$。称 $x$ 是 $Y$ **的一个** $R$-**上界**(an upper bound of $Y$) $\Leftrightarrow \forall y \in Y(yRx)$。

(4) 令 $x \in X$。称 $x$ 是**一个** $R$-**极小元**(a minimal element)

$\Leftrightarrow \sim\exists y(y \neq x \wedge yRx) \Leftrightarrow \forall y(yRx \rightarrow y=x)$。

(5) 令 $x \in X$。称 $x$ 是**一个** $R$-**极大元**(a maximal element)

$\Leftrightarrow \sim\exists y(y\neq x \wedge xRy) \Leftrightarrow \forall y(xRy\to y=x)$。

(6) 令 $x\in X$。称 $x$ 是 $R$-**最小元**(the least element)

$\Leftrightarrow \forall y\in X(xRy)$。

(7) 令 $x\in X$。称 $x$ 是 $R$-**最大元**(the greatest element)

$\Leftrightarrow \forall y\in X(yRx)$。◀

**说明**:并不是每一个偏序集都有极小元或极大元。下列引理提供了极小元(极大元)存在的充分条件:

**0.1.9 Kuratowski-Zorn-引理** 令 $R$ 是集合 $X$ 上的偏序。

(1) 若对每一个 $R$-链 $Y\subseteq X$,存在一个 $R$-上界,则 $X$ 有一个 $R$-极大元。事实上,对每一 $y\in X$,存在一个 $R$-极大元 $x$ 使得 $yRx$。

(2) 若对每一个 $R$-链 $Y\subseteq X$,存在一个 $R$-下界,则 $X$ 有一个 $R$-极小元。事实上,对每一 $y\in X$,存在一个 $R$-极小元 $x$ 使得 $xRy$。◀

**说明**:参见晏成书的[1994][1] 的 4.6(第 101 页)。

任给 $\mathscr{Y}\subseteq\mathscr{P}(X)$。易见 $\mathscr{Y}$ 上的包含关系⊆是一个偏序,∴我们有下面的推论:

**0.1.10 集合代数中的 Kuratowski-Zorn-引理** 令 $X$ 是任意集合,令 $\mathscr{Y}\subseteq\mathscr{P}(X)$。

(1) 若对每一⊆-连通的 $\mathscr{Z}\subseteq\mathscr{Y}$,有 $\bigcup\mathscr{Z}\in\mathscr{Y}$,则对每一 $Z\in\mathscr{Y}$,$\mathscr{Y}$ 中存在⊆-极大元包含 $Z$。

(2) 若对每一⊆-连通的 $\mathscr{Z}\subseteq\mathscr{Y}$,有 $\bigcap\mathscr{Z}\in\mathscr{Y}$,则对每一 $Z\in\mathscr{Y}$,$\mathscr{Y}$ 中存在⊆-极小元包含于 $Z$。◀

**0.1.11 定义** 令 $R$ 是集合 $X$ 上的连通的偏序。

[1] 注意:本书凡是用方括号内加编年号组成的表达式均指称前面提到的作者在相应年份写成的著作或文章。若同一作者在同一年份的著作或文章超过一部/篇,则从第二部/篇起加英文白正小写字母以示区别。本书提到的所有文献都列在本书末。