



面向21世纪课程教材专用辅导
Textbook Series for 21st Century

自动控制原理

同步辅导

主编 中国科学院 徐海军
清华大学 王元飞

航空工业出版社

自动控制原理 同步辅导

主编 中国科学院 徐海军
清华大学 王元飞

航空工业出版社

图书在版编目 (C I P) 数据

自动控制原理同步辅导/徐海军等主编. —北京: 航空工业出版社, 2004. 9
ISBN 7-80183-450-X

I. 自... II. 徐... III. 自动控制理论—自学参考资料 IV. TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 084390 号

自动控制原理同步辅导

Zi Dong Kong Zhi Yuan Li Tong Bu Fu Dao

航空工业出版社出版发行

(北京市安定门外小关东里 14 号 100029)

发行电话: 010-64978486 010-84926529

北京金明盛印刷服务有限公司印刷

全国各地新华书店经售

2004 年 8 月第 1 版

2004 年 8 月第 1 次印刷

开本: 787×960 毫米 1/16 印张: 26.75

字数: 535 千字

印数: 1-5000

定价: 27.00 元

本社图书如有缺页、倒页、脱页、残页等情况, 请与本社发行部联系调换。

联系电话: 13501285859 或 010-82742036

前 言

本书根据国家教育部对高等院校自动控制原理教学大纲的基本要求,由中国科学院与清华大学的教师联合编写而成,编写中主要以胡寿松主编的《自动控制原理》为蓝本。完全可以满足高等学校自动化、电子技术、机械工程等相关专业对自动控制技术基础的教学要求,也可以作为这些专业学生平常学习的指导书或硕士研究生入学考试的参考书。

本书具有以下主体内容:

- 一、**基本要求**:让学生更加明确各个章节的知识点需要掌握的程度;
 - 二、**知识点网络图**:描述本章内容的点、线、面逻辑关系,是学习和复习的主线;
 - 三、**内容提要**:是教材知识点浓缩的精华,让学生更加深入地把握该章的重难点内容;
 - 四、**经典例题解析**:主要从历届名校考研试题、经典教材习题、本科生课程结业考试试题中精心筛选,例题具有典型性、代表性、实用性;
 - 五、**MATLAB 应用举例**:针对不同的章节的不同内容用 MATLAB 工具进行综合和仿真;
 - 六、**本章小结**:把本章内容和关联章节相互联系起来,同时总结本章的一些重难点内容;
 - 七、**单元自测题及答案**:让学生通过自测题来检验知识的掌握程度。
- 本书编写过程得到清华大学自动控制系多位教授的指点,并在百忙中审阅了全稿,在此表示感谢。

编者

2004 年 8 月于北京中国科学院

目 录

第一章 绪 论	(1)
一、自动控制理论概述	(1)
二、控制理论的主要研究方向	(1)
三、总 结	(4)
第二章 控制系统的数学模型	(6)
一、基本要求	(6)
二、知识点网络图	(6)
三、内容提要	(7)
四、经典例题解析	(18)
五、MATLAB 在控制系统中的应用之一	(48)
六、本章小结	(54)
七、单元自测题及答案	(55)
第三章 线性系统的时域分析法	(68)
一、基本要求	(68)
二、知识点网络图	(69)
三、内容提要	(69)
四、经典例题解析	(80)
五、MATLAB 在控制系统中的应用之二	(97)
六、本章小结	(100)
七、单元自测题及答案	(100)
第四章 线性系统的根轨迹法	(110)
一、基本要求	(110)
二、知识点网络图	(110)
三、内容提要	(110)
四、经典例题解析	(114)
五、MATLAB 在控制系统中的应用之三	(144)
六、本章小结	(147)
七、单元自测题及答案	(147)
第五章 线性系统的频域分析法	(159)
一、基本要求	(159)
二、知识点网络图	(159)
三、内容提要	(160)
四、经典例题解析	(171)

五、MATLAB 在控制系统中的应用之四	(191)
六、本章小结	(194)
七、单元自测题及答案	(195)
第六章 线性系统的校正方法	(205)
一、基本要求	(205)
二、知识点网络图	(205)
三、内容提要	(206)
四、经典例题解析	(218)
五、MATLAB 在控制系统中的应用之五	(246)
六、本章小结	(254)
七、单元自测题及答案	(255)
第七章 线性离散系统的分析与校正	(266)
一、基本要求	(266)
二、知识点网络图	(266)
三、内容提要	(267)
四、经典例题解析	(279)
五、MATLAB 在控制系统中的应用之六	(301)
六、本章小结	(303)
七、单元自测题及答案	(304)
第八章 非线性控制系统分析	(313)
一、基本要求	(313)
二、知识点网络图	(313)
三、内容提要	(313)
四、经典例题解析	(320)
五、MATLAB 在控制系统中的应用之七	(355)
六、本章小结	(359)
七、单元自测题及答案	(362)
第九章 线性系统的状态空间分析与综合	(375)
一、基本要求	(375)
二、知识点网络图	(376)
三、内容提要	(376)
四、经典例题解析	(383)
五、MATLAB 在控制系统中的应用之八	(403)
六、本章小结	(406)
七、单元自测题及答案	(408)
参 考 文 献	(422)

第一章 绪 论

一、自动控制理论概述

自动控制理论可以追溯到上一个世纪,从 1932 年奈奎斯特发表有关负反馈放大器的稳定性开始,Nyquist 稳定判据、Bode 图在自动控制中就起到重大作用。到 50 年代,著名学者钱学森的《工程控制论》一书发表后,在国内外引起很大反响,它开创了自动控制理论的先河。从经典控制理论到现代控制理论,经历了六十多年的历史,在各种控制系统中,起到了非常重要的作用。随着现代计算机技术、人工智能、微电子等学科的高速发展,使控制的技术工具发生了革命性的变化。控制理论的发展可以大致分为这样两个阶段:前 30 年是经典控制理论的成熟和发展阶段。经典控制理论主要研究对象是单输入、单输出系统,系统的数学模型是传递函数,其分析和综合方法基于根轨迹法和频率法。其主要贡献是将 PID 调节器应用于控制系统中。到了 60 年代,由于计算机技术的成熟和发展,以及所需要控制的系统不再是简单的单输入、单输出的系统,使控制理论由经典控制理论向现代控制理论过渡。现代控制理论以庞特里亚金(pontrygin)的极大值原理、贝尔曼(Belman)的动态规划、卡尔曼(Kalman)的线性滤波以及他的能控性、能观性理论为基石,形成了以最优控制(二次型最优控制,控制等)、系统辨识、最优估计和自适应控制等为代表的现代控制理论和系统设计方法。

二、控制理论的主要研究内容

1 非线性控制系统

仿射非线性系统,给出了用状态非线性反馈及局部微分把它线性化的充要条件,并在机械臂、电力系统等一些实际系统中得到验证。这时,在工程设计中就可以用等价的线性系统来取代非线性系统。但这仅限于局部求解对于全局的求解,还缺乏统一理论。对这一类问题,没有既稳定又鲁棒,又有良好动态响应的设计方法。如果把非线性几何控制理论和动力系统方法结合起来,对于干扰解耦,奇异理论及整体微分几何可能是有用的方法。但在处理一些不确定因素的非线性系统时,难度往往较大。

2 系统辨识

系统辨识是控制技术研究又一个很活跃的分支。所谓系统辨识就是通过观测一个系统或一个过程的输入、输出关系来确定其数学模型的方法。在许多实际系统中,由于根据物理化学定律而推导建立起来的所谓机理模型一般都比较复杂,用它不便于寻求一个最优控制方案;或者由于没有足够的关于系统及其环境的先验知识,因而无法对其设计一个最优控制。因此,面临的首要问题就是通过实验,量测系统的输

入、输出,从中找出一个既简单又能恰当地描述该系统特征的数学模型,这样才便于实现最优控制或自适应控制。系统辨识多用递推算法,但递推算法不仅用于系统辨识,同时在随机逼近、随机优化,神经网络、离散事件系统、模式识别统计方法等领域中也有广泛应用。对这些算法的收敛性分析十分重要。从分析方法看,有概算方法,这种方法对误差的统计特性要求较严。系统辨识在对常数输入输出可能带有噪声的研究中取得了很大的进展。对系统的系数估计,以前要求持续激励条件,现在可降低到只要求有一个趋于零的激励,便可估出系统的系数以及反馈系统的阶数及系统的时滞,并且还可绘出估计误差的精确阶数。但在系统系数估计中存在的误差问题,还有待解决。系统辨识理论不但广泛用于工业、国防、农业和交通等工程控制系统中,而且还应用于计量经济学、社会学、生理学等领域。

3 自适应控制技术

自适应控制一般分为两大类:一类叫模型参考自适应控制(Model Reference Adaptive Control);另一类称自校正自适应控制(Self_turning Adaptive Control)。其中模型参考自适应控制是指自适应系统利用调节系统的输入/输出量或状态向量,由自适应控制器调整系统参数或综合一个辅助信号,使系统性能接近指定指标。自校正自适应控制指自适应控制系统为必须能辨识对象,且能将当前系统的性能指标与期望的或最优的性能相比较,从而达到系统趋向的最优决策或控制。自适应控制最初应用在飞机的自动驾驶仪上,后来在导弹、火箭和航天技术方面得到优先的使用。由于计算机技术的进步,使自适应控制广泛用于化工、冶金自动化和电力系统的控制上。可以预见,自适应控制将会更加广泛地应用到各个方面去。

4 鲁棒控制技术

在实际问题中,系统的模型可能包含不确定因素,希望这时控制系统仍有良好动态性能,这就是鲁棒控制问题。在鲁棒控制领域中,一类有影响的工作就是判断系数在一定范围内变化的多项式的稳定性和严正实性,还给出各种不同情况下的充分必要条件,例如梭边定理。从状态空间出发,在复数域下对矩阵稳定摄动界已有较好结果,但在实数域下,还没有有价值的结果。

5 智能控制技术

智能控制是一门交叉学科,其中包括人工智能、认知科学、运筹学、现代自适应控制、最优控制、神经网络、模糊逻辑、学习理论、生物控制和激励学习等。以上每一学科均从不同侧面部分地反映了智能控制的理论和方法。具体体现是人工智能主要包括专家系统、模糊理论和神经网络;控制论主要指经典控制和现代控制;运筹学主要涉及定量优化方法。智能控制技术三种典型的研究方法是模糊逻辑控制、神经网络控制和专家控制。

(1) 模糊逻辑控制

模糊理论是美国加利福尼亚大学的自动控制理论专家 L. A. Zadeh 教授最先提出

的。1965 年他在“Information&Control”杂志上发表了“Fuzzy Set”(模糊集)一文,首次提出了模糊集合的概念,并很快被人们接受。1974 年,英国的 Mamdani 首先把模糊理论用于工业控制,取得了良好的效果。从此,模糊逻辑控制理论和模糊逻辑控制系统的应用发展很快,展示了模糊理论在控制领域中有着很好的发展前景。模糊逻辑控制现已成为智能控制的重要组成部分。模糊控制主要是模仿人的控制经验,而不是依赖控制对象的模型,因此模糊控制器实现了人的某些智能,也是智能控制技术的一个重要分支。模糊控制主要研究那些在现实生活中广泛存在的、定性的、模糊的、非精确的信息系统的控制问题。模糊控制主要由 3 部分组成:(1) 测量信息模糊化是将实测物理量转化为在该语言变量相应论域内不同语言值的模糊子集。(2) 推理机制是使用数据库和规则库,并根据当前的系统状态信息来决定模糊控制的输出子集。(3) 模糊集的精确化是将推理机制得到的模糊控制量转化为一个清晰、确定的输出控制量的过程。因此模糊控制无需知道输入与输出间的数学依赖关系,而主要依赖模糊规则和模糊变量的隶属度函数。

(2) 神经网络控制

神经网络控制是智能控制中另一个分支。人工神经网络 ANN(Artificial Neural Networks)是模拟人脑神经元的活动,由大量的神经元组成的,它利用神经元之间的联结与权值的分布来表示特定的信息,构成信息处理的计算机系统,因此具有分布存储信息的特点。由于每个神经元都可接收到信息。并作独立的运算与处理,然后输出到相连的神经元的输入端,这表现了一种并行处理能力,即 ANN 对一个特定的输入信息,通过前向计算产生输出信息,它的各个输出结点的逻辑概念或信息值是同时被计算出来的。在输出信息中,通过输出结点间比较信息值的大小表示一个特定的解,同时排除其余的解,这体现了 ANN 并行推理的能力。

神经元控制是模拟人脑神经中枢系统智能活动的一种控制方式。它具有适应能力和学习能力,而不依赖输入与输出的数学模型。它比专家系统具有更好的容错能力。神经网络是一种可以训练的非线性动力学系统,它呈现非线性动力学系统的许多特性,如李雅普诺夫稳定性、平衡点、平衡吸引子,混沌现象等。它具有非线性映射能力、并行计算能力、自学习能力以及强鲁棒性等优点。在控制领域中得到广泛的应用,尤其是非线性系统领域。神经网络在控制系统中所起的作用,可大致分为 4 大类。(1) 是在基于模型的各种控制结构中充当对象的模型;(2) 充当控制器的角色;(3) 在控制系统中起优化设计的作用;(4) 与其它智能控制如专家系统、模糊控制相结合为其提供非参数化对象模型、推理模型等。

用神经网络设计的控制系统,适应性、鲁棒性、智能性均较好,能处理复杂工业生产过程的控制问题。但 ANN 进一步的理论研究和实际应用有待加强,特别是自学习和控制算法的收敛性和实时性问题值得重视。

(3) 专家系统和专家控制

专家系统的实质是使系统的构造和运行都基于控制对象和控制规律的各种专家知识,而且要以智能的方式来利用这些知识,使得受控系统尽可能地优化和实用化。它是由许多收集的规则组成,它清楚地表示了知识和结果。一般的专家控制系统由3部分组成:其一是控制机制,它决定控制过程的策略,即控制哪一个规则被激活,什么时候被激活等。其二是推理机制,它实现知识之间的逻辑推理以及与知识库的匹配。其三是知识库,包括事实、判断、规则、经验以及数学模型。作为智能控制系统的一个重要分支,专家控制系统离不开知识的表示、运用、获取和更新等知识工程。广义上讲,设计专家控制系统的过程即是有效地组织和运用知识的过程,而这些知识主要是一些经验和规则,它们用符号形式表示。

瑞典学者 K. J. Astrom 于 1983 年首先把专家系统引入控制领域,1986 年提出了专家控制的概念。专家控制 EC(Expert Control)是基于知识的智能控制,由关于控制领域的知识库和体现该知识决策的推理机构构成主体框架,通过对控制领域知识(先验经验、动态信息、目标等)的获取与组织,按某种策略及时地选用恰当的规则进行推理输出,进而对过程对象实施控制(或修改补充知识条目)。专家控制所实现的控制作用是控制规律的解析算法与各种启发式控制逻辑的有机结合。在工业过程中,最优操作很难用准确的数学形式描述,大多数的运行过程用概率统计和经验的启发式方法作出估计。

三、总结

控制论的创始人维纳为其著名的《控制论》一书所列的副标题是“关于在动物和机器内控制和通信的科学”。近百年来的发展也说明控制与信息、通信的发展是密不可分的。信息科学技术与控制科学技术的交叉发展越显重要。计算机网络、因特网、虚拟网络、企业网络、现代信号处理等等使自动化系统与工业控制系统从体系结构、控制方法、产品系列、人机合作等都发生了重大的变化。近几十年来,自动控制理论受到高科技及工业系统发展的有力推动,在航天、航空、航海及工业过程控制等领域中得到广泛的应用。例如: Apollo 登月舱沿着最优轨线飞行的导航;在月球上软着陆;机动性能高,开环不稳定新式战斗机的设计;对抛物线、雷达阵、太阳能接收器、空间望远镜等大型空间结构的高精度瞄准及镇定;对机器人的鲁棒控制及多臂协调控制;对带有突变负荷的电力系统的控制;工业过程控制要求对原料变化、温度、压力的涨落有适应能力;带钢冷却过程要求准确地控制温度分布;在通讯系统中要求解决信息不全、信息压缩和信息有效提取等问题;在制造系统中要解决多模型、多目标、多层次的分析和优化问题;交通系统要求对突发事件做出迅速、准确的决策;水文、气象、石油等系统要建立有效模型来预测和决断等等。

在控制理论及应用的研究和发展过程中,数学和计算机起着关键作用,常微分、偏微分和泛函方程、概率统计、离散数学、代数、几何、数值分析及计算机科学乃是控制理

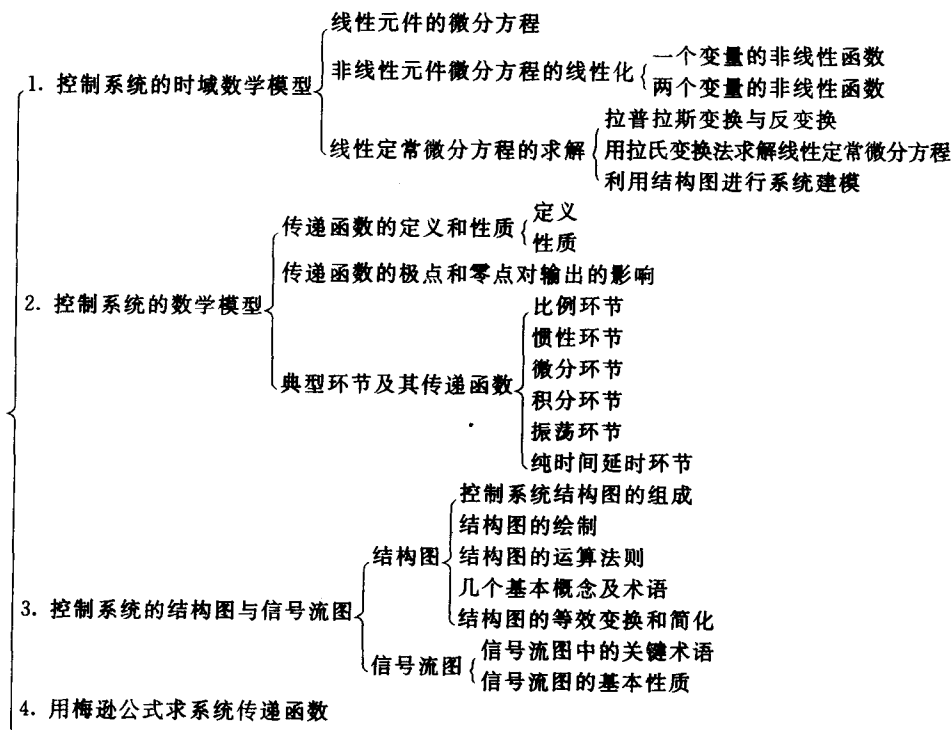
论的重要工具。而计算机的发展不仅使新的控制理论的应用成为可能,而且也促使控制理论朝着结合使用计算机的方向上发展。从研究对象看,我们所面临的系统具有各种形式的复杂性,在整体结构上,表现为非线性、不确定性、无穷维分布式、多层次等;在被处理信息上,表现为信号的不确定性和随机性、图像及符号信号的混合、信息的不完全性等;在计算上,表现为数量运算与逻辑运算的混合等等。所有这些,使控制理论处在工程学、数学及计算机科学相互作用的前沿,这对控制理论工作者既是挑战,又充满机遇。

第二章 控制系统的数学模型

一、基本要求

1. 能够熟练地建立控制系统的数学模型,如时间域中用微分方程、差分方程和状态方程来建立数学模型;
2. 在复数域可以用传递函数、结构图来建立数学模型;
3. 在频域中用传递函数的频率特性等来建立控制系统的数学模型;
4. 掌握微分方程、传递函数和结构图等数学模型的相互转换方法;
5. 掌握拉氏变换基本定理和一般拉氏变换公式;
6. 能够熟练求解典型环节传递函数和闭环系统的传递函数;
7. 在控制系统传递函数求解过程中能够熟练地运用梅逊公式。

二、知识点网络图



三、内容提要

1. 控制系统的时域数学模型

(1) 线性元件的微分方程

(2) 非线性元件微分方程的线性化

具有连续变化的非线性函数的线性化,可用切线法或小偏差法。在一个小范围内,将非线性特性用一段直线来代替。(分段定常系统)

① 一个变量的非线性函数

$y=f(x)$ 在 x_0 处连续可微,则可将它在该点附近用台劳级数展开

$$y=f(x)=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)+\frac{1}{2!}f''(x_0)(x-x_0)^2+\dots$$

增量较小时略去其高次幂项,则有

$$y-y_0=f'(x_0)(x-x_0) \quad (y-y_0=\Delta y)$$

$$\Delta y \quad k \quad \Delta x$$

$$\Delta y=k\Delta x \quad k \text{ 为比例系数,函数在 } x_0 \text{ 点切线的斜率。}$$

② 两个变量的非线性函数

$y=f(x_1, x_2)$, 同样可在某工作点 (x_{10}, x_{20}) 附近用台劳级数展开为

$$\begin{aligned} y=f(x_1, x_2)=f(x_{10}, x_{20}) &+ \left[\frac{\partial f(x_{10}, x_{20})}{\partial x_1}(x_1-x_{10}) + \frac{\partial f(x_{10}, x_{20})}{\partial x_2}(x_2-x_{20}) \right] \\ &+ \frac{1}{2!} \left[\frac{\partial^2 f(x_{10}, x_{20})}{\partial x_1^2}(x_1-x_{10})^2 + 2 \frac{\partial^2 f(x_{10}, x_{20})}{\partial x_1 \partial x_2}(x_1-x_{10})(x_2-x_{20}) \right. \\ &\left. + \frac{\partial^2 f(x_{10}, x_{20})}{\partial x_2^2}(x_2-x_{20})^2 \right] + \dots \end{aligned}$$

略去二阶以上导数项,并令

$$\Delta y = y - f(x_{10}, x_{20})$$

$$\Delta x_1 = x_1 - x_{10}$$

$$\Delta x_2 = x_2 - x_{20}$$

$$\Delta y = \frac{\partial f(x_{10}, x_{20})}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f(x_{10}, x_{20})}{\partial x_2} \Delta x_2 = K_1 \Delta x_1 + K_2 \Delta x_2$$

这种小偏差线性化方法对于控制系统的大多数工作状态是可行的。在平衡点附近,偏差一般不会很大,都是“小偏差点”。

(3) 线性定常微分方程的求解

① 拉普拉斯变换与反变换

A. 拉氏变换定义

设函数 $f(t)$ 满足

(a) 当 $t < 0$ 时 $f(t) = 0$

(b) 当 $t > 0$ 时, $f(t)$ 分段连续且 $\int_0^{\infty} |f(t)e^{-s} dt| < \infty$

则 $f(t)$ 的拉氏变换存在, 其表达式记作

$$F(s) = \mathcal{L}[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

B. 拉氏变换基本定理

• 线性定理 $\mathcal{L}[a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t)] = a_1 F_1(s) + a_2 F_2(s)$

• 位移定理 $\mathcal{L}[e^{-at} f(t)] = F(s+a)$

• 延迟定理 $\mathcal{L}[f(t-\tau)] = e^{-s\tau} F(s)$

• 终值定理 $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$

• 初值定理 $\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$

• 微分定理 $\mathcal{L}\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = sF(s) - f(0)$

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^2 f(t)}{dt^2}\right] = s^2 F(s) - sf(0) - f'(0)$$

• 积分定理 $\mathcal{L}\left[\int f(t) dt\right] = \frac{F(s)}{s} - \frac{f^{-1}(0)}{s}$

$$\mathcal{L}\left[\int \int f(t) dt\right] = \frac{F(s)}{s^2} - \frac{f^{-1}(0)}{s^2} - \frac{f^{-2}(0)}{s}$$

C. 拉氏反变换

$F(s)$ 化成下列因式分解形式:

$$F(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{k(s+z_1)(s+z_2)\cdots(s+z_m)}{(s+p_1)(s+p_2)\cdots(s+p_n)}$$

(a) $F(s)$ 中具有不同的极点时, 可展开为

$$F(s) = \frac{a_1}{s+p_1} + \frac{a_2}{s+p_2} + \cdots + \frac{a_n}{s+p_n}$$

$$a_k = \left[\frac{B(s)}{A(s)} (s+p_k) \right]_{s=-p_k}$$

(b) $F(s)$ 含有共扼复数极点时, 可展开为

$$F(s) = \frac{a_1 s + a_2}{(s+p_1)(s+p_2)} + \frac{a_3}{s+p_3} + \cdots + \frac{a_n}{s+p_n}$$

$$[a_1 s + a_2]_{s=-p_1} = \left[\frac{B(s)}{A(s)} (s+p_1)(s+p_2) \right]_{s=-p_1}$$

(c) $F(s)$ 含有多重极点时, 可展开为

$$F(s) = \frac{b_r}{(s+p_1)^r} + \frac{b_{r-1}}{(s+p_1)^{r-1}} + \cdots + \frac{b_1}{(s+p_1)} + \frac{a_{r+1}}{(s+p_{r+1})} + \cdots + \frac{a_n}{(s+p_n)}$$

$$b_r = \left[\frac{B(s)}{A(s)} (s+p_1)^r \right]_{s=-p_1}$$

$$\begin{aligned}
 b_{r-1} &= \left\{ \frac{d}{ds} \left[\frac{B(s)}{A(s)} (s+p_1)^r \right] \right\}_{s=-p_1} \\
 &\vdots \\
 b_{r-j} &= \frac{1}{j!} \left\{ \frac{d^j}{ds^j} \left[\frac{B(s)}{A(s)} (s+p_1)^r \right] \right\}_{s=-p_1} \\
 &\vdots \\
 b_1 &= \frac{1}{(r-1)!} \left\{ \frac{d^{r-1}}{ds^{r-1}} \left[\frac{B(s)}{A(s)} (s+p_1)^r \right] \right\}_{s=-p_1}
 \end{aligned}$$

其余各个极点的留数确定方法与上同。

表 2-3-1 拉氏变换表

$f(t)$	$F(s)$
$\delta(t)$	1
$1(t)$	$\frac{1}{s}$
t	$\frac{1}{s^2}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
$t^n (n=1, 2, 3, \dots)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
$t^n e^{-at} (n=1, 2, 3, \dots)$	$\frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$
$\frac{1}{(b-a)} (e^{-at} - e^{-bt})$	$\frac{1}{(s+a)(s+b)}$
$e^{-at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$
$e^{-at} \cos \omega t$	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$
$\frac{1}{a^2} (at - 1 + e^{-at})$	$\frac{1}{s^2(s+a)}$
$\frac{\omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta \omega_n t} \sin(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t)$	$\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2}$

② 用拉氏变换法求解线性定常微分方程

步骤:

A. 考虑起始条件,对微分方程中的每一项分别进行拉氏变换,将微分方程转换为变量 s 的代数方程;

B. 由代数方程求出输出量拉氏变换函数的表达式;

C. 对输出量拉氏变换函数求反变换,得到输出量的时域表达式,即为所求微分方程的解。

③ 利用结构图来进行系统建模的基本步骤:

- A. 绘制控制系统控制流程图;
- B. 根据控制系统的功能,将控制系统划分为若干个环节,例如被控对象、控制器、测量变送环节、执行机构(控制阀)等等;
- C. 列写各环节的微分方程或传递函数,即分别对各个环节建模,并将建模结果(传递函数)填入各相应的方块中;
- D. 根据控制系统的信号走向(各输入输出通道)关系将各方块用信号线连接起来,便得到控制系统的结构图;
- E. 根据控制系统的类型和功能,确定控制系统的输入输出变量;
- F. 利用结构图的简化规则来求出等效传递函数,或借助于信号流图中的梅逊(Masson)增益公式来求出信号流图的总增益,于是便可以得到控制系统的输入输出数学模型。

2. 控制系统的复数域数学模型

(1) 传递函数

① 定义:线性定常系统的传递函数的定义:在零初始条件下,系统输出量的拉氏变换与输入量的拉氏变换之比。

用拉氏变化法求解微分方程时,可以得到控制系统在复数域的数学模型—传递函数。

设线性定常系统由下述 n 阶线性常微分方程描述:

$$\begin{aligned} a_0 \frac{d^n}{dt^n} c(t) + a_1 \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} c(t) + \cdots + a_{n-1} \frac{d}{dt} c(t) + a_n c(t) \\ = b_0 \frac{d^m}{dt^m} r(t) + b_1 \frac{d^{m-1}}{dt^{m-1}} r(t) + \cdots + b_{m-1} \frac{d}{dt} r(t) + b_m r(t) \end{aligned}$$

式中 $c(t)$ 是系统输出量, $r(t)$ 是系统输入量, $a_i (i=1, 2, 3, \cdots, n)$ 和 $b_j (j=1, 2, \cdots, m)$ 是与系统结构和参数有关的常系数。

设 $r(t)$ 和 $c(t)$ 及其各阶系数在 $t=0$ 时的值均为零,即零初始条件,对上式中各项分别求拉氏变换,并令 $C(s) = \mathcal{L}[c(t)]$, $R(s) = \mathcal{L}[r(t)]$, 可得 s 的代数方程为:

$$[a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n] C(s) = [b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \cdots + b_{m-1} s + b_m] R(s)$$

于是,由定义得系统传递函数为:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \cdots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n} = \frac{M(s)}{N(s)}$$

式中 $M(s) = b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \cdots + b_{m-1} s + b_m$

$$N(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n$$

② 传递函数的性质

性质1 传递函数是复变量 s 的有理真分式函数(其中 $m \leq n$),且具有复变量函数的所有性质。

性质2 $G(s)$ 取决于系统或元件的结构和参数,与输入量的形式(幅度与大小)无关。

性质3 $G(s)$ 虽然描述了输出与输入之间的关系,但它不提供任何该系统的物理

结构。因为许多不同的物理系统具有完全相同的传递函数。

性质 4 如果 $G(s)$ 已知, 那么可以研究系统在各种输入信号作用下的输出响应。

性质 5 如果系统的 $G(s)$ 未知, 可以给系统加上已知的输入, 研究其输出, 从而得出传递函数 $G(s)$, 可以给出该系统动态特性的完整描述。

性质 6 传递函数与微分方程之间有关系。

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$$

如果将 $s \Leftrightarrow \frac{d}{dt}$ 置换则传递函数 $\Leftrightarrow$ 微分方程

性质 7 传递函数 $G(s)$ 的拉氏反变换是脉冲响应 $g(t)$ 。

脉冲响应(脉冲过渡函数) $g(t)$ 是系统在单位脉冲输入时的输出响应。

$$R(s) = \mathcal{L}[\delta(t)] = 1$$

(2) 传递函数的极点和零点对输出的影响

由于传递函数的极点就是微分方程的特征根, 因此他们决定了所描述系统自由运动的模态, 而且在强迫运动中(即零初始条件响应)也会包含这些自由运动的模态。

设某系统传递函数为:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = K \cdot \frac{\prod_{i=1}^m (s - z_i)}{\prod_{j=1}^n (s - p_j)}$$

$z_i (i=1, 2, \dots, m)$ 为传递函数的零点, $p_j (j=1, 2, \dots, n)$ 为传递函数的极点
极点对输出响应的影响

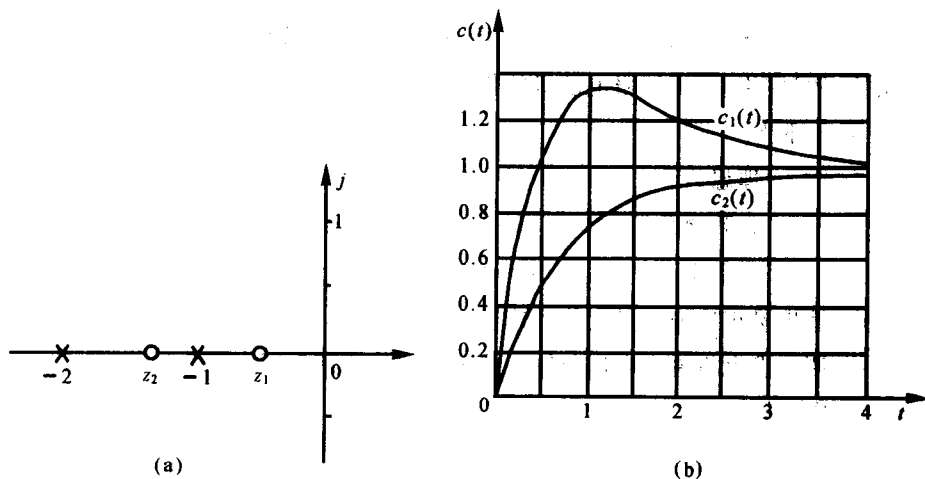


图 2-3-1 零极点对输出响应的影响