

SHUXUE JICHU

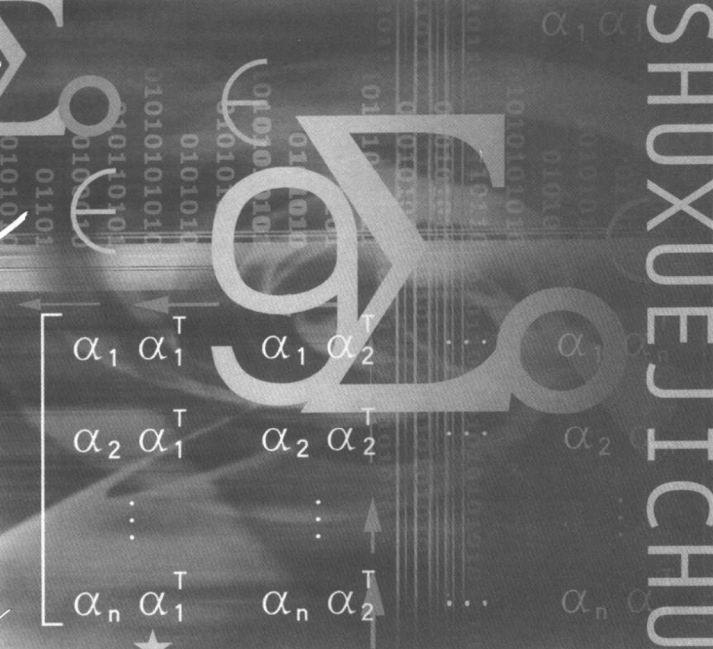
$$\begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_1^T & \alpha_1 & \alpha_2^T & \cdots & \alpha_1 \\ \alpha_2 & \alpha_1^T & \alpha_2 & \alpha_2^T & \cdots & \alpha_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_n & \alpha_1^T & \alpha_n & \alpha_2^T & \cdots & \alpha_n \end{bmatrix}$$



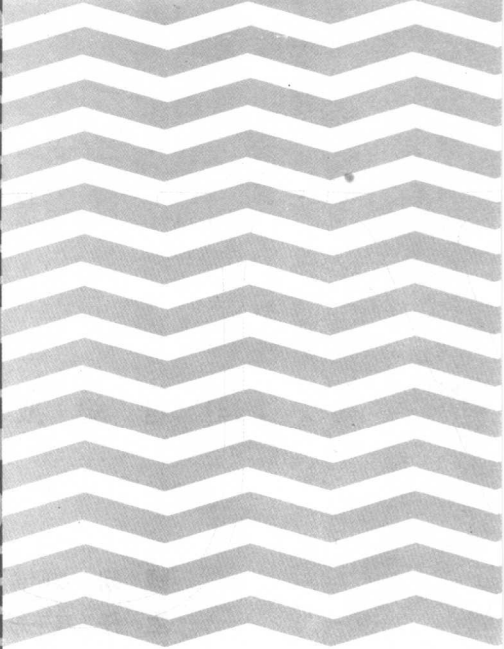
世纪成人高等教育精品教材

数学基础

赵树嫒 魏晴宇 殷秀清 编著



SHUXUE JICHU



世纪成人高等教育精品教材

数学基础

赵树嫒 魏晴宇 殷秀清 编著

图书在版编目 (CIP) 数据

数学基础/赵树嫄等编著.

北京: 中国人民大学出版社, 2004

21 世纪成人高等教育精品教材

ISBN 7-300-03892-1/O·45

I. 数…

II. 赵…

III. 经济数学-应用-成人教育: 高等教育-教材

IV. F224.9

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 039508 号

21 世纪成人高等教育精品教材

数学基础

赵树嫄 魏晴宇 殷秀清 编著

出版发行 中国人民大学出版社

社 址 北京中关村大街 31 号

邮政编码 100080

电 话 010-62511242 (总编室)

010-62511239 (出版部)

010-82501766 (邮购部)

010-62514148 (门市部)

010-62515195 (发行公司)

010-62515275 (盗版举报)

网 址 <http://www.crup.com.cn>

<http://www.ttrnet.com> (人大教研网)

经 销 新华书店

印 刷 北京雅艺彩印有限公司

开 本 787×965 毫米 1/16

版 次 2004 年 5 月第 1 版

印 张 23.75 插页 1

印 次 2004 年 5 月第 1 次印刷

字 数 433 000

定 价 26.00 元

版权所有 侵权必究

印装差错 负责调换

21 世 纪 成 人 高 等 教 育 精 品 教 材

编审委员会

顾 问 董明传

主 任 杨干忠 贺耀敏

副主任 周蔚华 陈兴滨 宋 谨

委 员 (按姓氏笔画为序)

王德发	王孝忠	王晓君	龙云飞	卢雁影
刘传江	安亚人	宋 谨	陈兴滨	李端生
张一贞	宋 玮	辛 旭	杨干忠	杨文丰
周蔚华	赵树嫔	贺耀敏	贾俊平	高自龙
黄本笑	寇铁军	盛洪昌	常树春	程道华
韩民春	游本强	蒋晓光	缪代文	



总 序

历史的车轮已将人类社会推进了崭新的时代，推进了一个科学技术发展日新月异、发明创造层出不穷、知识更新日趋频繁的“知识经济”时代，知识已成为经济与社会生活的“主旋律”。发展教育事业，不断调整人们的知识结构、提高知识水平已成为时代的要求。随着经济的全球化发展，世界各国都自觉不自觉地卷进了世界商品竞争的大市场中，竞争的实质就是各国科学技术力量的竞争、人才的竞争。这就使当今世界各国都极其重视科学技术的发展和高级专门人才的培养，大力发展高等教育，特别是成人高等教育。随着经济与社会的发展，成人高等教育将成为一种最广泛最普及的教育形式。

在世纪之交，党中央及时提出了“科教兴国”、“人才兴国”、“人才强国”的战略决策，并在党的十六大明确提出要“形成全民学习、终身学习的学习型社会，促进人的全面发展”，“构建终身教育体系”，在一个新的高度确定了我国成人高等教育的地位、作用 and 任务，对发展成人高等教育提出了新的更高的要求。构建“学习型社会”和“终身教育体系”，实质上就是要求发展和完善多种形式、多种层次的成人教育，特别是成人高等教育。目前，我国成人高等教育的发展规模已占全国高等教育的一半左右，随着我国经济的现代化发展、产业结构的调整、传统产业部门的改造、新兴产业部门的建立，数以千万计的各种岗位劳动者，需要通过边工作边学习来调整自己的知识结构和提高自己的知识水平，以适应这种现代经济与社会发展的要求。可见，我国的成人高等教育的发展面临着可

贵的机遇，肩负着重大的历史使命。

我国的成人高等教育要抓住机遇发展，完成自己的历史使命，从根本上说就是要全面提高教育教学质量，这涉及多方面的工作，但抓好教材建设是提高教学质量的中心环节。众所周知，成人教育的对象是在岗的职工，他们一方面有着丰富的实践经验，有着较强的自学能力；另一方面他们要边工作边学习，这就决定了他们的知识在很大程度上要通过自学教材来获得，靠自学成才。所以，要提高教育教学质量，首先要抓好教材建设。

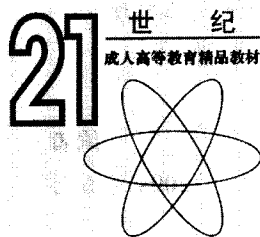
为适应我国成人高等教育新发展的需要，满足广大成教学员的普遍要求，中国人民大学出版社邀请了国内知名专家学者对我国成人高等教育的教学改革与教材建设进行专题研讨，成立了教材编审委员会，联合全国 30 多所著名高校，共同策划编撰“21 世纪成人高等教育精品教材”，计划在两三年内陆续推出百门成人高等教育精品系列教材。教材编审委员会对该系列教材的作者经过了严格的遴选，编写教材的专家、教授都有着丰富的成人高等教育教学经验和较高的专业学术水平。教材编写严格遵照教育部颁布的“全国成人高等教育教学基本要求”，坚持理论联系实际的原则，结合我国成人高等教育的特点，使教材内容完整统一，具有一定的理论性、科学性和实用性。力求使这批新编的教材从内容到形式真正符合成人的特点和要求，有新的突破。具体表现为：理论联系实际；反映最新成果；鲜明的时代精神；突出案例分析；论述深入浅出；章节重点突出；叙述通俗易懂；文字简练流畅。

这套“21 世纪成人高等教育精品教材”不仅适用于成人高等教育，也非常适合作为普通大中专院校、远程网络教育学院、高职高专院校各相关专业的教材使用。

这套“21 世纪成人高等教育精品教材”在策划和编写出版过程中，得到教育部高教司、中国成人教育协会、北京高校成人高教研究会、中国人民大学、东北财经大学、武汉大学、山西财经大学、东北师范大学、华中科技大学、黑龙江大学、长春大学、湖北工学院等单位的领导、专家、学者的大力支持和帮助，谨表深切谢意。我们相信，随着我国成人高等教育的发展和教学改革不断深入，特别是随着教育部“高等学校教学质量和教学改革工程”的启动和实施，这套适应应用型人才培养的成人高等教育精品教材必将促进我国高校教学质量的提高。

杨干忠

2004 年 5 月 28 日



前言

人类正进入信息社会，每个人都必须提高自己的信息处理能力，这种能力已经成为人们获得知识、进行科学研究的必要手段，甚至已成为人们生活和工作中必不可少的组成部分。要提高信息处理能力，必须要有较好的数学基础，无论是大学本科还是成人高等教育以及职业教育的数学基础课，都肩负着这个不可推卸的责任。本书就是基于这种思想，为 21 世纪成人高等教育及大学文科某些专业的学员及一般在职干部自学进修而编写的基础数学教材。

本书根据信息时代的特点，结合成人高等教育及大学某些文科等专业的学时与培养目标，我们考虑尽量用较少的时间，让学员学到更多的内容，以提高学员数据处理的能力。虽然我们介绍的知识面广，但内容精练，通俗易懂。

本书以讲授数量关系的理论及数据处理的方法为主，不突出某个专业，因此它是一本通用教材，各专业均可使用。

全书分上、下两篇，上篇为微积分板块，下篇为概率论板块、线性代数板块、集合论和命题演算板块。除上篇微积分为必学的内容外，下篇各板块具有相对的独立性，各专业可根据学时的多少与专业的需要选择学习内容。

书中每篇后附有习题，有些章节有选择题，所有选择题均为单项选择题。书后附有习题答案与提示。

全书共分十章，第一、二、三、四、五、六、八章由赵树嫄执笔，第九、十

章由魏晴宇执笔，第七章由殷秀清执笔，褚永增对全书进行了加工整理。

书中不妥之处，欢迎批评指正。

编者

2004 年 6 月



目 录

上 篇

第一章 函数	3
第一节 实数、绝对值、区间	3
第二节 函数的概念	7
第三节 分段函数	10
第四节 求函数的定义域	11
第五节 函数的几种简单性质	13
第六节 反函数、复合函数	18
第七节 初等函数	21
第二章 极限与连续	27
第一节 变量极限的定义	27
第二节 无穷小量与无穷大量	34
第三节 极限的运算法则	38
第四节 两个重要极限	42
第五节 函数的连续性	47
第三章 导数与微分	55
第一节 导数的概念	55

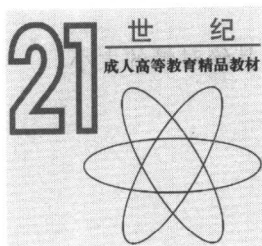
第二节	导数的基本公式与运算法则	65
第三节	高阶导数	81
第四节	微分	83
第四章	中值定理、导数的应用	90
第一节	中值定理	90
第二节	洛必达法则	95
第三节	函数的增减性	101
第四节	函数的极值	106
第五节	最大值与最小值、极值的应用	112
第六节	曲线的凹向与拐点	116
第五章	不定积分	122
第一节	不定积分的概念	122
第二节	不定积分的基本性质	127
第三节	基本积分公式	129
第四节	换元积分法	133
第五节	分部积分法	141
第六章	定积分	148
第一节	定积分的概念	148
第二节	定积分的基本性质	152
第三节	定积分与不定积分的关系	156
第四节	定积分的换元积分与分部积分	162
第五节	定积分的应用	166
第六节	广义积分	175

下 篇

第七章	概率论	181
第一节	预备知识	181
第二节	随机事件及其概率	184
第三节	古典概型	191
第四节	概率的加法公式与乘法公式	193
第五节	全概公式与逆概公式	201

第六节	随机变量	205
第七节	分布函数与正态分布	214
第八节	随机变量函数的分布及随机变量的数字特征	222
第九节	二项分布与中心极限定理	231
第八章	矩阵与线性方程组	234
第一节	行列式	234
第二节	矩阵概念与矩阵运算	247
第三节	逆矩阵	255
第四节	矩阵的初等变换	260
第五节	解线性方程组的克莱姆法则与高斯消去法	266
第六节	n 维向量	273
第七节	线性方程组解的判定	282
第九章	集合论初步	290
第一节	基本概念和运算	290
第二节	关系	297
第三节	关系的连接、逆关系	307
第十章	命题演算	312
第一节	命题和逻辑连接词	312
第二节	合式公式	317
第三节	真值表、永真公式	321
第四节	合式公式之间的等价关系	325
第五节	范式	330
第六节	命题演算中的推理	334
习题答案与提示		339
附录		363
常用数学公式汇编		363
附表 1 泊松分布概率值表		368
附表 2 正态分布表		370

上 篇



第一章

函 数

第一节 实数、绝对值、区间

一、实数

实数包括有理数与无理数. 有理数包括正负整数、正负分数和零, 有理数可以表示为 $\frac{p}{q}$, p, q 都是整数, 且 $q \neq 0$. 有理数也可以表示为有穷小数或无穷循环小数, 而无理数为无穷不循环小数.

全体实数构成的集合* 称为实数集, 常以 $\mathbf{R}$ 表示.

例如, $\frac{1}{3} \in \mathbf{R}$, $-0.4102 \in \mathbf{R}$, $0 \in \mathbf{R}$, $\sqrt{2} \in \mathbf{R}$, $\pi \in \mathbf{R}$ 等等.

实数集 $\mathbf{R}$ 中每一个实数, 在数轴上都有惟一的一个点与它对应, 即每一个实数在数轴上都有它的一个位置. 反之, 数轴上的任一点也对应实数集 $\mathbf{R}$ 中的一个实数, 且该实数称为这个点的坐标. 因此, 实数集 $\mathbf{R}$ 中的数与数轴上的点一一对应.

* 第九章中将较详尽地介绍集合的理论, 此处只理解集合是具有某种属性的事物的全体. 属于集合的事物, 称为该集合的元素. 如果元素 a 属于集合 A , 记作 $a \in A$. 没有元素的集合, 称为空集, 记作 $\emptyset$.

我们用花括号将集合的元素括起来表示这个集合. 例如, 由数字 1, 2, 3 构成的集合 A 表示为 $A = \{1, 2, 3\}$, 由数字 -1, 0, 1, 2 构成的集合 B 表示为 $B = \{-1, 0, 1, 2\}$.

由集合 A 和 B 所有元素构成的集合, 称为 A 与 B 的并, 记作 $A \cup B$. 由集合 A 和 B 的所有公共元素构成的集合, 称为 A 与 B 的交, 记作 $A \cap B$. 如前面例中的 A 和 B 有 $A \cup B = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$, $A \cap B = \{1, 2\}$.

二、绝对值

一个实数的绝对值,即不考虑该数的正负,是去掉符号后其绝对量的大小.

定义 1.1 记实数 x 的绝对值为 $|x|$, 则有

$$|x| = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x, & x \geq 0 \end{cases}$$

例如, $|2.5| = 2.5$, $|0| = 0$, $\left| -\frac{2}{3} \right| = \frac{2}{3}$.

绝对值的几何意义:

$|x|$ 表示数轴上坐标为 x 的点与原点之间的距离. 见图 1—1.

$|2.5| = 2.5$ 表示数轴上坐标为 2.5 的点与原点的距离为 2.5. 见图 1—2.

$\left| -\frac{2}{3} \right| = \frac{2}{3}$ 表示数轴上坐标为 $-\frac{2}{3}$ 的点与原点的距离为 $\frac{2}{3}$. 见图 1—2.

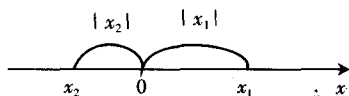


图 1—1

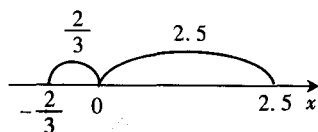


图 1—2

根据绝对值的定义,显然有以下结论:

- (1) $|x| = \sqrt{x^2}$
- (2) $|-x| = |x|$
- (3) $-|x| \leq x \leq |x|$
- (4) $|x| < a$ 等同于 $-a < x < a$ ($a > 0$)
- $|x| \leq a$ 等同于 $-a \leq x \leq a$ ($a > 0$)

绝对值有以下性质:

- (5) $|x + y| \leq |x| + |y|$

证 由(3)有

$$-|x| \leq x \leq |x|$$

$$-|y| \leq y \leq |y|$$

两式相加

$$-(|x| + |y|) \leq x + y \leq |x| + |y|$$

由(4)可得

$$|x+y| \leq |x| + |y|$$

$$(6) |x-y| \geq |x| - |y|$$

证 由(5)得

$$|x| = |(x-y) + y| \leq |x-y| + |y|$$

移项得

$$|x-y| \geq |x| - |y|$$

$$(7) |xy| = |x| |y|$$

$$(8) \left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|} \quad (y \neq 0)$$

根据绝对值定义, (7)、(8)显然成立.

三、区间

本课程所研究的变量取值皆为实数, 变量的变化范围常用区间表示.

设 a, b 为实数, 且 $a < b$.

1. 数集 $\{x | a < x < b\}$ 称为以 a, b 为端点的开区间, 记作 (a, b) .

2. 数集 $\{x | a \leq x \leq b\}$ 称为以 a, b 为端点的闭区间, 记作 $[a, b]$.

3. 数集 $\{x | a < x \leq b\}$ (或 $\{x | a \leq x < b\}$) 称为以 a, b 为端点的半开区间, 记作 $(a, b]$ (或 $[a, b)$).

还有下列几种无限区间:

$$4. \{x | x > a\} = (a, +\infty)$$

$$\{x | x \geq a\} = [a, +\infty)$$

$$5. \{x | x < b\} = (-\infty, b)$$

$$\{x | x \leq b\} = (-\infty, b]$$

$$6. \text{全体实数 } \mathbf{R} = (-\infty, +\infty)$$

注意: 这里的“ $-\infty$ ”与“ $+\infty$ ”只不过是记号.

例 1.1.1 用区间表示下列实数集合.

$$(1) |x| < 3 \quad (2) |x-1| \leq 3$$

解 (1) $|x| < 3$, 即 $-3 < x < 3$

用区间表示即为开区间 $(-3, 3)$.

$$(2) |x-1| \leq 3, \text{ 即 } -3 \leq x-1 \leq 3$$

那么有 $-2 \leq x \leq 4$

用区间表示即为闭区间 $[-2, 4]$.

例 1.1.2 用区间表示下列集合.

$$(1) |x-a| < \delta \ (\delta > 0)$$

$$(2) 0 < |x-a| < \delta \ (\delta > 0)$$

解 (1) $|x-a| < \delta \ (\delta > 0)$

即 $-\delta < x-a < \delta$, 那么有 $a-\delta < x < a+\delta$.

用区间表示即为开区间 $(a-\delta, a+\delta)$. 见图 1-3.

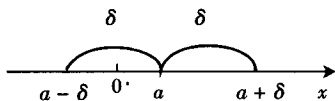


图 1-3

$$(2) 0 < |x-a| < \delta \ (\delta > 0)$$

$0 < |x-a|$ 表示 $x \neq a$

$$|x-a| < \delta \text{ 即 } a-\delta < x < a+\delta$$

那么满足 $0 < |x-a| < \delta$ 的实数集合为

$$\{x | a-\delta < x < a+\delta \text{ 且 } x \neq a\}$$

用区间表示即为 $(a-\delta, a) \cup (a, a+\delta)$. 见图 1-4.

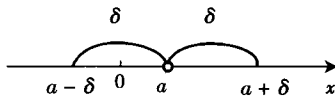


图 1-4

我们称 $(a-\delta, a+\delta)$ 为 a 的 δ 邻域, 称 $(a-\delta, a) \cup (a, a+\delta)$ 为 a 的 δ 空心邻域.

习题 1.1

1. 用区间表示满足下列不等式的所有 x 的集合.

$$(1) |x| < 2 \quad (2) |x| \geq 3 \quad (3) 0 < |x-1| \leq 3$$

2. 用区间表示满足下列不等式的所有 x 的集合.

$$(1) (x-1)^2 \leq 4 \quad (2) 2 < x^2 + 1 < 5$$