Modern Geometrical Optics

现代几何光学

Richard Ditteon 著

詹涵菁 译

湖南大学出版社

Modern Geometrical Optics

现代
几何光学

Richard Ditteon 著
詹涵菁 译

湖南大学出版社

图字：18－2004－079

内容介绍

本书用浅显的语言、生动的范例，全面地介绍了几何光学的基本内容。从几何光学最基础的4条几何定律开始，讨论了光学成像的基本要求和概念，引出了光学不变量、渐晕等光度学概念和各种三次像差及其多项式，并讲述了一级光学设计的 $y-\bar{y}$ 方法。

本书还介绍了光学系统的优化：性能度量、约束条件、目标函数以及几种优化算法，从概念上彻底揭开了专业光学设计软件的神秘面纱。

图书在版编目(CIP)数据

现代几何光学/Richard Ditteon 著；詹涵菁译．—长沙：湖南大学出版社，2004.9

ISBN 7-81053-825-X

Ⅰ．现…　Ⅱ．①理…②詹…　Ⅲ．几何光学—高等学校—教材　Ⅳ．O435

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 076735 号

现代几何光学

Xiandai Jihe Guangxue

著　　者：Richard Ditteon
译　　者：詹涵菁
责任编辑：严小涛
封面设计：吴颖辉
出版发行：湖南大学出版社
社　　址：湖南·长沙·岳麓山　　邮　　编：410082
电　　话：0731-8821691(发行部)，8821593(编辑室)，8821006(出版部)
传　　真：0731-8649312(发行部)，8822264(总编室)
电子邮箱：press@hnu.net.cn　　网　　址：http://press.hnu.net.cn
印　　装：望城县湘江印刷厂　　总 经 销：湖南省新华书店
开本：787×1092　16开　印张：18.5　字数：428千
版次：2004年9月第1版　印次：2004年9月第1次印刷　印数：1～2 000册
书号：ISBN 7-81053-825-X/O·53
定价：39.80元

译者前言

今天的工程设计是交叉运用多领域知识设计“机、光、电”一体化的产品。这要求设计师的知识“又专又博”。不管设计师本身的专业是机械、化工，还是半导体、空气动力，掌握一些光学知识都将有益于设计工作的开展。

译者本人的专业是机械学和机械制造及其自动化。虽说对光学兴趣浓厚，但从来没有接受过光学方面的专业训练。第一次见到 Richard Ditteon 博士（Rose-Hulman Institute of Technology at Terre Haute，Indiana，USA）撰写的《Modern Geometrical Optics》一书是 1998 年在香港城市大学的图书馆里（当时我应香港城市大学邀请，参与水下机器人项目研究，需要一些几何光学知识来解决水下清晰成像的问题）。在浏览原书目录的那一刻我就感到，这是一本很适合非光学专业人士阅读的好书。从此对该书爱不释手。由于当时仍在攻读博士学位，没有时间翻译此书，所以直到 2001 年 10 月我才尝试把它译成中文。开始的想法只是为自己打印一份更容易阅读的资料。后来逐渐感到，如果这本书能让更多的“光学门外汉”迈入光学领域，这也许会更有意义。经过近两年的“打鱼晒网”，译稿才“丑媳妇见公婆”。经过这次翻译，使我更有勇气向非光学专业人士推荐这本书：这是一本很有特点、值得一读的教材。

第一个特点，这本书很容易懂。虽然光学领域的书籍和杂志很多，但能让非光学专业人士看懂的不多。在读《Modern Geometrical Optics》之前我也看过一些其他的光学书籍，很多书仅仅翻了几页就望而却步了，原因很简单，太专业、看不懂！读《Modern Geometrical Optics》则不必担心。这本书没有抽象的理论描述和费解的数学表达，读者只要具备中学物理所学的光学知识，以及少量的数学基础就可以毫不费力地通读本书（当初也正是这一点促使我毫无倦意地读完了这本书）。

第二个特点，这本书很系统、很全面。虽说这本书易读易懂，但它的内容并不散乱、匮乏。该书全面介绍了几何光学的基础知识：从近轴光学到三次光学、从光线追踪到像差分析、从矩阵方法到优化设计，几乎涵盖了所有几何光学的“知识点”。这就为读者进一步学习光学理论打下了完整的基础。读完这本书，类似“孔径光阑”、“光学不变量”、“渐晕系数”、“主平面”等等这样的关键词将不再妨碍我们理解光学文献了。

第三个特点，这本书很“现代”。今天的工程设计应该（也必须）借助计算机来进行，对计算量特别密集的光学来说尤其如此。但一般的光学入门书籍普遍忽视利用计算机解决光学问题，而涉及计算机辅助光学分析与设计的书籍又大多深奥难懂。惟独《Modern Geometrical Optics》深入浅出地介绍了用计算机实现近轴光线追踪、精确光线追踪、三次像差分析、一次光学设计、优化等的简单算法。单说这一点，《Modern Geometrical Optics》就可以算是一本好书。

第四个特点，这本书的内容具有很强的可操作性。该书介绍的计算机辅助光学分析

与设计的核心和基础是“近轴光线追踪”和“轴对称系统精确光线追踪”。读者依照书中介绍的算法（光线追踪表格），就可以自己动手编制一个简单的程序，设计自己的简单的光学系统（实际上，从原书的出版商 John Wiley & Sons 的网站可以下载一个用 Pascal 编制的小软件）。通过实际编制或使用光学计算软件，读者对光学计算理解的深刻程度将远远超过仅仅学习光学理论所能达到的水平。

第五个特点，这本书的内容有利于对专业光学设计软件（如 CODE V、ZEMAX、ASAP、OptiCAD 等）的学习和掌握。读者通读了这本书后就会发现，几乎所有的光学设计软件都大同小异，几乎所有的计算功能都是以光线追踪为基础进行的。

通过上面的介绍，估计有的读者已经对这本书感兴趣了。原作者在前言中对本书的内容作了介绍，我在这里对每章的重点内容再简明扼要强调一遍，也许会对读者更有帮助。

第 1 章描述了光的本质。还没有完全理解 Maxwell 方程的读者可以跳过 § 1. 2 节“物理光学”。这不会对理解后面的内容产生任何影响。

第 2 章描述成像的本质。在此基础上对最简单的成像系统，包括简单的光学仪器的构造进行了介绍。

第 3 章和第 4 章是本书的第一个重点——近轴光学和近轴光线追踪。大量的概念和知识点，比如符号规则、主光线、边缘轴上光线、基平面、光阑、渐晕等等，都出现在这两章里。这些基本概念和基本知识是继续学习的基础。

第 5 章用矩阵描述一次光学系统。要看懂某些“深奥”的光学文献，就必须了解第 5 章的内容。

第 6 章和第 7 章是本书的第二个重点——精确光线追踪和三次光学。这两章集中讨论光学设计十分关心的像差问题，并给出了很多概念和知识点，比如三次像差多项式、像质评价方法等等。看完这两章，读者就可以理解专业光学设计软件给出的某些结果了。

第 8、9、10 章从不同的侧面介绍了光学设计。第 8 章讨论了一次光学设计与布局的方法。在这一章的指导下，读者可以试着自己设计简单的光学系统。第 9 章讨论光学设计的一个重要话题——优化。这一章真正揭开了专业光学设计软件的神秘面纱，也为我们如何利用专业光学设计软件设计出可以接受的光学系统提供了理论武器。第 10 章阐述综合利用上面所有学过的知识，对三个虚拟的设计项目给出了详细的设计步骤。

由上面介绍的章节内容可见，本书的名称叫做“现代几何光学入门”也许更加贴切一些。但为了尊重原作的书名，故本书翻译后仍以《现代几何光学》为名。

翻译本书的目的，正如我前面提到的——为非光学专业人士提供一本通俗易懂的教材。衷心希望本书对他们有所帮助。

在翻译本书的过程中，尽管我总是诚惶诚恐、谨慎小心，但“隔行如隔山”，译稿中的疏漏和错误一定不少，敬请专家和读者指正。

詹涵菁

2003 年 4 月 21 日，长沙

前　言

几何光学研究的最终目的是设计光学系统。许多需要设计光学系统的科学家或工程师只有很少的几何光学背景知识。一般，他们只是在普通物理学的课程中接触了一点几何光学。在普通物理学的程度上，很多重要的概念，比如视场、光阑、光瞳和视窗、精确光线追迹、成像质量、成像的优化等，都没有涉及。讨论透镜设计和像差的高等书籍涵盖了这些论题，但并没有为透镜设计的初学者提供足够的背景信息以便他们理解。这本书打算在普通物理学课本和透镜设计高等教材之间架起一座桥梁。

学生学习新课程最好的方法就是动手去做。带着这一想法，本教程包含了许多范例，既有非常基础的，也有比较高级的。每一章还都有一个额外的习题集。有些概念性的习题只需要很少的（如果有的话）计算。有些习题只要很简单的心算。设计这些习题的目的是让学生能够练习应用隐含在习题后面的概念而无需使用计算机。更加真实，同时在计算上也更加困难的习题也是有的。实际上这些习题只能用专门的透镜设计与分析软件来求解。许多公司销售各种软件就是以解决这类问题为目的的，但这类软件通常很昂贵，也不容易得到。所以，一个能求解本书绝大多数习题的程序，可以从 Wiley 公司的 FTP 服务器下载得到。附录 D 中包含了该软件的下载指导和该软件的简明用户手册。

第 1 章给出了光学领域的概况，以及几何光学这一子领域与物理光学和量子光学之间的关系。这一章还讨论了光学材料的基本性质、折射率和色散。作为结论，这一章最后讨论了几何光学的几个非成像应用。

第 2 章讨论了成像系统的基本性质和要求。前两章讲述的内容是一名科学家或工程师在大学里都会遇到的内容。重复这些内容的一个重要原因，是引入整个教材使用的标记法和符号规则。

作为用来分析复杂光学系统的一种方法，光学工程师们开发了 $y-nu$ 光线追踪法，以便确定光学系统基本的一级性质。第 3 章详细推导了这种方法。另外，本章还定义了光学系统的各个基点。

第 4 章则包含了另外几个近轴光学论题。首先本章定义了孔径光阑、入射光瞳和出射光瞳，定义了视场光阑、入射视窗和出射视窗，并详细给出了确定上述光阑和视窗位置的方法。在这里还讨论了渐晕和渐晕图。接着讨论的是单独的一次像差、轴向色差和垂轴色差。最后，本章引入了光学不变量的概念，并用来简化计算。

许多人对 $y-nu$ 光线追踪法不太熟悉，或者干脆就偏好使用矩阵方法。第 5 章讨论的内容与第 3、4 章的内容相同，但使用的是矩阵方法，而不是 $y-nu$ 光线追踪表格。本章还讨论了这两种方法之间的关系。

第 6 章讨论了精确光线追踪，并给出了评价成像质量的几种不同的方法。

为了更好地理解成像质量、校正成像质量中的弊病，第 7 章给出了三次像差理论。

从第 3 章到第 7 章讨论了各种分析已有光学系统的各种方法。本书接下来的各章就是对光学系统设计入门的介绍。第 8 章讨论了 $y-\bar{y}$ 图，一种用来规划光学系统一次设计的方法。利用这种方法，我们可以省掉很多试凑——误差——再试凑的精力。

第 9 章讨论了光学系统的计算机辅助优化。首先，作为对成像质量的度量，我们引入误差函数。然后，本章介绍了优化过程背后的理论。最后，对第 10 章中选出的几个系统进行了优化。

目　　次

第 1 章　光的本质

一个古老的故事说，三个瞎子摸大象。一个瞎子摸到了大象的长鼻子，就说大象又细又长、类似绳子。第二个瞎子摸到了大象的腿，说大象又圆又硬、类似树干。第三个瞎子摸到了大象的耳朵，说大象又扁又宽、类似一片大树叶。每个人的描述都正确，但都不全面。

研究光的本质的科学家就像故事中的瞎子一样，而光就像一头大象。他们试图描述光，但他们的描述强烈地取决于他们对光的哪一个方面进行了研究。对于理科和工科的学生来说，很重要的一点是要理解，他们所学的所有定律、法则和公式都只是对真实情况的近似。通过实现越来越好的近似，科学就不断进步。例如，在普通物理学学过的牛顿三大定律精确地描述了当物体速度远低于光速时物体的运动。然而，当物体速度很大时，它们就不足以解释物理现象了。牛顿定律是爱因斯坦相对论的一种低速近似。

对光的每一种描述都只是光的真实情况的一种近似。本章中，我们将简要论述对光的一种描述。研究光的科学被称为“光学”(optics)，而每一种描述都构成了光学的一个分支。本章的目的不是要给出对光的本质的一个综合描述，而是要把光学研究的一个方面——几何光学——展现给大家。另外，本章还给出了光学材料的一些背景信息，以及几何光学定律的几个应用。

“光好似一头大象”的说法是恰当的，因为光有三种不同的描述方法：几何光学(geometrical optics)、物理光学(physical optics)、量子光学(quantum optics)。

1.1　几何光学

几何光学并不真正研究光的本质。也就是说，几何光学不能回答“光是什么”这个问题。几何光学研究光的传播，而这种传播可以用几个很简单的几何关系来描述。这就是几何光学得名的原因。这些关系是几何光学的 4 条定律。这 4 条定律是基于大量的对各种现象的观察而得出的。由于这种观察不需要特殊的科学仪器，所以很久以前就进行了这样的观察。几何光学是光学最古老的分支。Euclid(欧几里得，前 330－前 275)在大约公元前 300 年就论述了光的直线传播和反射定律。Ptolemy(托勒密，公元 90－168 年)在大约公元 130 年就几种介质的入射角和折射角进行了列表。1621 年，Snell 提出了入射角和折射角之间的数学关系。

几何光学的第一条定律是直线传播定律(law of rectilinear propagation)。严格的说法是，在各向同性(isotropic)、均匀(homogeneous)介质中，光将沿直线传播。各向同性并且均匀的介质是物理性质保持恒定且各个方向均相同的介质。这样的介质有真空、光学玻璃、静止稳定的空气等。在眼前一定距离放置两个开有小孔的屏幕就可以演示这条定

律。透过这两个小孔我们可以看到物体的某一小部分(图 1.1)。这两个小孔定义了一条从物体到眼睛的直线。若将第三个屏幕的小孔放置在这条直线上,我们对物体的观察不受影响。但如果第三个屏幕上小孔的位置离开原来的直线,视场将被挡住。直线传播的现代化演示是让一束激光穿过漂浮了粉笔灰的空气。这束激光很明显将按照直线传播。

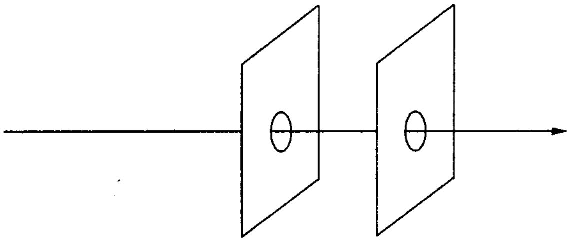

图 1.1 均匀介质中光线直线传播的演示

光沿着直线传播时的这条直线可以用图形方式表达。光的传播方向用一个箭头表示。这条带箭头的直线就成了一条“光线”(ray)。

当光到达两种介质的界面时,它的传播方向将以两种方式改变。光被拒绝穿过界面而离开界面,我们称之为“反射”(reflection);穿过界面而离开界面,我们称之为“折射”(refraction)。换句话说,入射光线实际上被劈成了一条反射光线和一条折射光线。一般情况下,我们分别处理这两种光线。在这里,仅有光的直线传播定律已经不够了,因为这时的介质不再是均匀的。

作为一个反射的例子,让我们观察一块平面镜。镜子的表面就是介质的不连续之处。入射光线与镜面法线所成的角度被称为“入射角”(angle of incidence),用 i 表示。入射光线与法线定义了一个平面,我们称之为“入射平面”(plane of incidence)。入射光线被镜面影响后形成一条反射光线(图 1.2)。

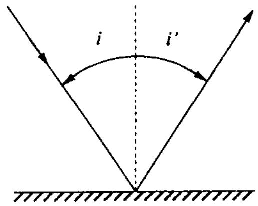

图 1.2 镜面上的反射

反射光线与法线所成角度被称为“反射角”(angle of reflection),用 i' 表示。反射定律表明,反射光线位于入射平面内,并且反射角的数值与入射角的数值相等。由于两个角度都从法线开始进行度量,而入射光线和反射光线位于法线的两侧,所以入射角和反射角具有相反的代数符号。我们的符号规则是,当角度以逆时针(ccw)方向度量时,其值为正。这样,反射定律可以写为:

$$i' = -i \tag{1.1}$$

前面说过,折射定律是根据观察结果得到的,其数学表达为:

$$n\sin i = n'\sin i' \tag{1.2}$$

此方程中,i 还是入射光线与法线所成的角度(入射角),但 i' 表示的是在界面的另一侧折射光线与法线所成的角度(图 1.3)。现在我们来介绍两个新参数 n 和 n'。这两个参数代表了被称为“折射率”(index of refraction)的材料的光线性质。在界面的入射一侧,材料具有为 n 的折射率。在折射一侧,折射率为 n'。表 1.1 给出了一些材料的折射率数值。注意,折射率永远大于 1。确实,空气的折射率只比 1 大一点点。由于光学测量通常是在

空气中进行的，所以本书所使用的折射率实际上是相对空气而不是真空。方程 1.2 表明，如果 n' 大于 n，那么折射角将小于入射角。我们要强调，折射过程在由入射光线和法线所定义的平面内进行。

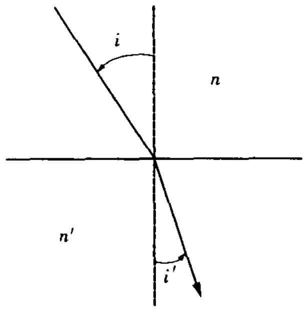

图 1.3　两种介质的界面上的折射

表 1.1　某些材料的折射率

材料	折射率
空气(1atm,0°)	1.000292
水	1.333
有机玻璃(聚甲基丙烯酸甲酯,Methyl Methacrylate)	1.49166
冕牌玻璃(BK7,crown glass)	1.51680
燧石玻璃(LaF21,flint glass)	1.78831
钻石	2.426

第四条几何光学定律是光路可逆定律(law of reversibility)。这条定律是说，如果光线逆着原来的方向传播的话，它将按照完全相同的路径反向行进。考察反射定律和折射定律，以及图 1.2 和 1.3 就可以找到支持第四定律的证据。不管是哪一种情况，入射光线和反射(或折射)光线都可以互换角色，但方程仍保持不变。直线传播定律也符合光路可逆定律。毕竟，在直线的两个方向定义的直线是同一条直线。光路可逆定律看起来有些小题大作，但应用这条定律可以简化我们后面将要进行的许多讨论。

例 1.1

如果我们要求图 1.4 中从玻璃块中出射的光线平行于基准面，入射光线的入射角应为多少？设周围空气的折射率为 1.000、玻璃的折射率为 1.500。

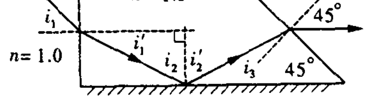

图 1.4　例题 1.1

解决这一问题的一种方法是写出入射角对应最终折射角的函数关系式。这种方法将

在第 1.5 节给出的应用中采用。这里我们使用一种更直接的方法。由于我们将反复使用同样的方程，所以我们以光线到达的顺序对这些表面进行编号。从问题中我们知道，最终的折射角为 45°。我们利用光路可逆定律就可以确定在第一表面上的入射角。求解

$$(1.500)\sin i_3 = (1.000)\sin(45°)$$

我们得到 $i_3=38.13°$。

接着，用三角几何关系确定反射角 i'_2 的值。反射后光线、镜面以及玻璃块斜面构成了一个三角形，其中的一个内角为 45°。三角形内角和等于 180°，所以反射后光线与镜面的夹角等于 16.87°。所以反射角等于 90°－16.87°＝73.13°。所以反射前的入射角也等于 73.13°。

再次使用三角关系我们可以求出第一面折射后的折射角(16.87°)。再次利用折射定律，给出

$$(1.000)\sin i_1 = (1.500)\sin(16.87°)$$

由此我们可以求出 $i_1=43.54°$。

在下面的内容中，我们将讨论光线的波动本质。这些讨论将提供光与光的本质的一种描述，并建立几何光学 4 个定律的理论基础。

1.2 物理光学

上一节说过，人们认识并研究几何光学已有几百年历史了。但关于光的本质的争论一直持续到 1860 年麦克斯韦阐明光是电磁辐射的一种形式。麦克斯韦结合电学和磁学定律，从而表明，电磁波是存在的。下面是麦克斯韦工作的简化版本，所给出的推导过程并不打算做到十分严格和完整。全面描述物理光学将需要一本单独的教科书，比如 Hecht、Jenkins 和 White 等人的著作。

从普通物理学我们应该很熟悉电场的高斯定律：

$$\oint E\cdot \mathrm{d}A = \frac{q}{\varepsilon} \tag{1.3}$$

这里的 q 是被积分表面所包围的电荷、ε 是介质的一种物理性质，称为“介电常数”(permittivity，现在称“相对介电常数”)。方程 1.3 可导出库仑定律，从而计算简单电荷分布所产生的电场强度(electric field strength)。

对磁场也有高斯定律：

$$\oint B\cdot \mathrm{d}A = 0 \tag{1.4}$$

方程 1.4 的右边恒等于 0 的事实说明，不存在磁单极子(magnetic monopoles，即单个的、独立的磁荷)。

法拉第定律

$$\oint E\cdot \mathrm{d}s = \frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t} \tag{1.5}$$

表明，电场可以由一个变化的磁场产生。在此方程中，Φ_B 是穿过积分面积的磁通量(magnetic flux)。

最后，我们有 Ampere-Maxwell 定律

$$\oint B \cdot \mathrm{d}s = -\mu\varepsilon \frac{\mathrm{d}\Phi_E}{\mathrm{d}t} + \mu I \tag{1.6}$$

其中 μ 是介质的磁导率(magnetic permeability)。此方程表明，磁场是由电流或变化的电场所产生的。

当讨论光的传播时，我们可以简化上述方程，因为光的介质一般都不是导体(conductor)。所以，既没有自由电荷($q=0$)也没有电流($I=0$)。

上述方程都是用我们熟悉的积分形式给出的。不过针对我们的目的，采用微分形式更合适。通过矢量微积分学(vector calculus)中的高斯散度定律(divergence theorem)和 Stokes 定律，这些方程可以从一种形式变换成另一种形式。如果你没学过矢量微积分学，那么你只要记住，下面的 4 个方程与 $q=0$ 和 $I=0$ 条件下的前面 4 个方程是等效的。

$$\nabla \cdot E = 0 \tag{1.7}$$

$$\nabla \cdot B = 0 \tag{1.8}$$

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \tag{1.9}$$

$$\nabla \times B = \mu\varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} \tag{1.10}$$

你也许在文化衫上曾经见过这些很神秘的方程。再说一次，除非你学过矢量微积分学，否则你看不出这些方程有多大意义。我们可以用更容易理解的笛卡尔坐标分量把它们写出来。方程 1.7 就成了

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0 \tag{1.11}$$

而方程 1.8 是

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \tag{1.12}$$

方程 1.9 实际上是 3 个方程：

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} &= -\frac{\partial B_x}{\partial t} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} &= -\frac{\partial B_y}{\partial t} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} &= -\frac{\partial B_z}{\partial t} = 0 \end{aligned} \tag{1.13}$$

最后，方程 1.10 也是 3 个方程：

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} &= \mu\varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} \\ \frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} &= \mu\varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} &= \mu\varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} \end{aligned} \tag{1.14}$$

作为一个特例，我们考虑一个沿 x 和 y 方向保持一致的电磁扰动(即，一个平面波)。

该前提条件大大简化了上述方程,但我们的结果还是正确的。从数学上讲,上述前提条件意味着

$$\frac{\partial E_x}{\partial x}=\frac{\partial E_y}{\partial y}=\frac{\partial B_x}{\partial x}=\frac{\partial B_y}{\partial y}=0 \tag{1.15}$$

将方程 1.15 代入方程 1.11 和 1.12,从而表明沿 z 方向的偏微分也等于 0。这意味着沿 z 方向的场要么保持恒定、要么为 0。假设它们保持恒定,我们将会得到一组静态的场。我们感兴趣的是 Ez 和 Bz 都等于 0 的情况。这时方程 1.13 为

$$\begin{aligned}-\frac{\partial E_y}{\partial z}&=-\frac{\partial B_x}{\partial t}\\ \frac{\partial E_x}{\partial z}&=-\frac{\partial B_y}{\partial t}\\ \frac{\partial E_y}{\partial x}&-\frac{\partial E_x}{\partial y}\end{aligned} \tag{1.16}$$

对于磁场,从方程 1.14 可以得到相似的方程。我们暂时把注意力放在从方程 1.13 推导而来的第一个方程。如果我们求该方程对 z 的 2 阶偏导数,并针对磁场从方程组 1.14 中代入适当的方程,我们将得到

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2}=\mu\varepsilon\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \tag{1.17}$$

对 E_x、B_x、B_y 都可推导出相同的方程。这些方程称为“波动方程”(wave equations)。波动方程(比如方程 1.17)的解可以是具有下面形式的任何方程

$$E_y=f\left(t-\frac{z}{v}\right) \tag{1.18}$$

该方程代表了一个以速度 v 沿 z 轴传播的扰动。具体来说,该方程可以是一个具有下面形式的余弦方程

$$E_y=E_m\cos\omega\left(t-\frac{z}{v}\right) \tag{1.19}$$

其中 ω 是波动的角频率、v 是波的速度。方程 1.19 代表了一个具有特定频率的波,其频率为

$$f=\frac{\omega}{2\pi} \tag{1.20}$$

波长为

$$\lambda=\frac{v}{f} \tag{1.21}$$

很容易看出,该波动的速度与介质的电磁性质有关

$$v=\frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \tag{1.22}$$

在真空中,我们采用 μ 和 ε 的自由空间值 μ_0 和 ε_0。当麦克斯韦完成上述工作时,人们已经很精确地知道了光的速度,以及 μ_0 和 ε_0 的值。由方程 1.22 所确定的电磁波的速度与由实验确定的光的速度吻合得如此之好,绝不仅仅是一种巧合。光就是一种电磁波。今天,