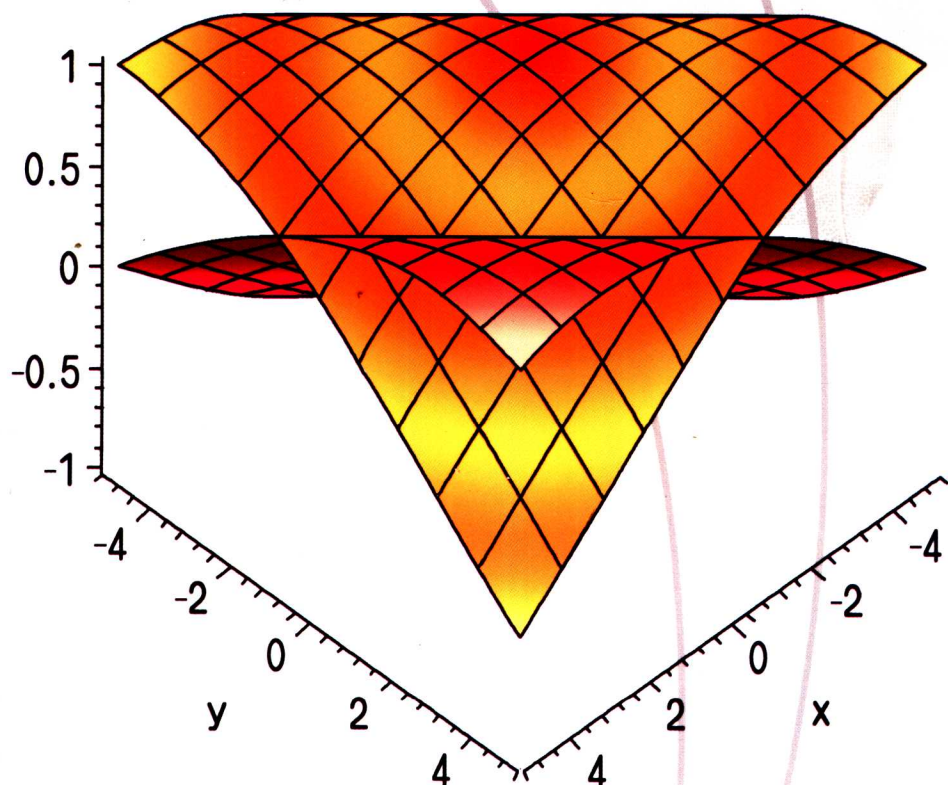


■ 超强自动推理平台精点

MAPLE 9.0

符号处理及应用

黎捷 编著



科学出版社

www.sciencep.com

超强自动推理平台精点

Maple 9.0 符号处理及应用

黎 捷 编著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书讲解了已被列入美国工科学生必备软件之一——Maple 的应用,它是当今世界上最优秀的数学软件之一。它以良好的使用环境、强有力的符号处理、高精度的数值计算、灵活的图形显示和高效的编程功能,为越来越多的教师、学生和科研人员所喜爱,并成为他们进行数学处理的首选工具。为了让读者了解和掌握 Maple 的基础知识和各种技能,本书列举了大量的实例并设计了大量的习题。

本书内容深入浅出,由易到难,将数学理论与 Maple 操作相结合,引导读者成为应用 Maple 的高手。

本书内容翔实,蕴含丰富的数学思维方法,突出了 Maple 的符号处理功能,可操作性强,可作为大中专院校的数学实验教材,也可作为理工科大学计算机代数教材,教师可根据实际教学的需要,选取相应的部分进行讲授。

图书在版编目(CIP)数据

Maple 9.0 符号处理及应用/黎捷编著. —北京:科学出版社, 2004.8

(超强自动推理平台精点).

ISBN 7-03-014115-6

I.M… II.黎… III. 数值计算—应用软件, Maple 9.0 IV. 0245

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 081558 号

责任编辑:万国清/责任校对:张方辉

责任印制:吕春珉/封面设计:东方人华平面设计部

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

源海印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2004年8月第 一 版 开本:787×1092 1/16

2004年8月第一次印刷 印张:18 3/4

印数:1—3 500 字数:421 000

定价:25.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

序 言

加拿大的枫树很多，每到秋天，漫山遍野的枫叶或呈橘黄、或显嫣红，宛如一堆堆燃烧的篝火。枫叶是加拿大民族的象征，加拿大 Waterloo 大学的符号计算机研究小组将计算机符号处理系统命名为 Maple（枫），大概源于此吧。

你相信下面这个数学函数

$$y = \frac{100}{100 + (x - \frac{\pi}{2})^8} (2 - \sin 7x - \cos \frac{30x}{2})$$

会幻化为一片火红的枫叶吗？函数 y 在枫（Maple）的作用下，的确可以幻化成一片、两片、……无数的千奇百状的鲜红的枫叶，甚至可以生成一棵美丽的枫树，这就是运用 Maple 绘图所创造的奇迹。

不仅如此，我们借助 Maple 的图像处理和图形演示功能，可以探讨分形几何和分形艺术，还可以对运算的结果进行分析，还可以模拟某些对象运动的过程。

Maple 最显著的特点在于它对数学符号的超强处理能力，这是一般高级程序语言和应用软件所办不到的。在工程技术中，很多数学模型涉及积分、常微分方程和偏微分方程，特别是高次的积分微分方程，传统的手工计算过于繁杂，让人望而却步。如果我们在 Maple 的交互方式下，根据实际问题的需要，调用 Maple 完成特定功能的程序包，就会事半功倍，顺利解决一些较复杂的问题。

就像当初人们从算盘转为对计算器的钟爱，用过 Maple 的人再也不愿舍弃 Maple。如果说计算器算得上是个组件的话，那么 Maple 就是包含众多组件的容器。

作者编著的《Maple 9.0 符号处理及应用》是众多 Maple 容器中最崭新的容器。它包容了初等数学、高等数学的大部分内容，也吸取了线性代数、图论、数据结构、高级程序设计语言等学科中丰富的数学思维方法和技巧。作者在《Maple 9.0 符号处理及应用》中将计算机技术与数学研究有机地结合，为数学研究提供新的思想和方法，如研究函数逼近问题、非线性方程的求解问题以及高等数学概念的可视化等。

作者在校执教“计算机代数”课程多年，积累了丰富的教学经验。现将所编写的讲义和一些研究成果整理出版，以求为教学工作锦上添花，为提高教学质量做出新的贡献。

《Maple 9.0 符号处理及应用》一书可作为初等、高等数学实验课程的教材，也可作为“计算机代数”课程的教材，因为该书有如下特色：

(1) 注重数学概念的可视化演示。作者在阐述数学概念后，运用 Maple 对难点内容进行图形、二维及三维动画演示，使数学教学中复杂抽象、难以讲解和表现的问题或概念变得简单，直观易学；使动画生动形象、逼真，能激发学生的学习兴趣。

(2) 注重理论问题的深化和具体化。如运用 Maple 直接导出求导、积分的基本公式，并构造 Maple 等式证明较复杂的求导、积分公式等。

(3) 突出数学的应用和数学建模能力的培养。以实际问题为对象, 应用高等数学、图论、程序设计语言等学科中丰富的数学模型, 调用 Maple 函数加以解决。如通过对航线通路、最速降线、鸭子过河等问题的研究和探讨, 着重培养读者分析问题、解决问题和综合应用的能力。

(4) 书中还有相当数量的习题, 为读者掌握 Maple 提供了实践的园地。

赵会江

2004 年 5 月于日本早稻田大学

前 言

计算机符号处理系统是一种利用计算机实现符号代数运算的计算机软件。Maple 是 Waterloo 公司开发的一种数学软件,是目前世界上最为通用的符号计算机软件之一。它包括了数值计算、符号计算、图形演示和编程等四个方面的内容,在科学研究、教育教学等各个领域得到了十分广泛的应用。

利用 Maple 可以进行大量的数学运算,它不但具有精确的数值处理功能,而且具有无与伦比的符号计算功能。Maple 的符号计算能力还是 MathCAD 和 MATLAB 等软件的符号处理的核心。Maple 提供了 3000 余种数学函数,涉及范围包括:初等数学、高等数学、线性代数、数论、图论、图形学等。它还提供了一套内置的编程语言,用户可以开发自己的应用程序,而且 Maple 自身的 3000 多种函数基本上是用此语言开发的。Maple 采用字符行输入方式,输入时需要按照规定的格式输入,虽然与一般常见的数学格式不同,但符合一般高级语言的语法规则,灵活方便,易于理解。输出则可以选择字符方式和图形方式,产生的图形结果可以很方便地剪贴到窗口应用程序内。本书重点介绍了 Maple 完成特定功能的程序包,如线性代数程序包、微分方程程序包、统计程序包、偏微分方程程序包以及画图程序包等,这些程序包可以满足各种实际需要,并提供给不同的用户。

Maple 9.0 是 Waterloo 公司发行的最新版本。本书将用大量的实例说明如何使用 Maple 9.0 进行各种数学运算和科学研究。

全书共分十章,也是十个方面的专题,内容连贯且相对独立。

第 1 章 Maple 简介。简单介绍 Maple 的发展历程、Maple 与自动推理平台的关系、Maple 的结构及如何使用帮助系统。

第 2 章 Maple 基础。详细介绍了 Maple 的工作环境、界面组成与操作、数据类型和 Maple 表达式。

第 3 章 线性代数。介绍了如何使用 Maple 对线性代数的向量、矩阵、线性方程组、线性变换及向量空间进行论证和演算。

第 4 章 微积分。以 Maple 作为数学实验的平台,从高等数学的集合概念开始,对极限、导数和微分、不定积分与定积分等进行了详细的可视化演算。

第 5 章 级数与多元微积分。详细介绍了运用 Maple 对级数求和、审敛法 Maple 的实现、幂级数和泰勒展开、傅里叶级数的应用。

第 6 章 Maple 作图。详细介绍了 Maple 各种画图函数和画图程序包,并详细介绍了如何制作二维和三维动画。

第 7 章 解方程。在讨论多项式展开、因式分解的基础上,详细介绍了初等方程、常微分方程及偏微分方程等 Maple 解法。

第 8 章 程序设计。主要介绍了用 Maple 编写过程的基本方法,介绍了调试和封装 Maple 程序的基本方法。

第 9 章 输入输出与文件操作。简要介绍了 Maple 代码转换, 详细介绍了 Maple 格式化输入与输出函数及文件操作。

第 10 章 应用专题。本章主要是面向初步掌握 Maple 基础知识和基本技能的读者, 旨在引导读者在遇到各种实际问题时合理运用 Maple 加以解决。本章的专题应用蕴含丰富的数学思维方法, 涉及数据结构、图论、数理逻辑、常微分方程等学科的数学模型, 使读者学以致用, 让 Maple 在数学、物理等诸多领域大放光彩。

本书所有的命令和程序均在 Maple 9.0 上经过作者严格验算通过。

中国科学院武汉物理与数学研究所数学物理实验室研究员赵会江为本书写了序, 加拿大西安大略大学数理经济学教授张顺明博士对本书进行了审定, 作者在此一并表示衷心的感谢。

由于作者水平所限, 疏漏与错误在所难免, 敬请读者批评指正。

编 者

2004 年 5 月

目 录

第 1 章 Maple 概述	1
1.1 Maple 简介	1
1.2 Maple 与自动推理平台	1
1.3 Maple 的结构与基本功能	2
1.3.1 数值计算	2
1.3.2 符号处理	4
1.3.3 图形处理	5
1.3.4 编程功能	7
1.4 使用帮助	7
1.4.1 使用系统帮助	7
1.4.2 制作帮助页面	8
习题	10
第 2 章 Maple 基础	11
2.1 Maple 工作环境及界面组成	11
2.1.1 Maple 工作环境	11
2.1.2 MS-DOS 界面	11
2.1.3 GUI 界面	12
2.1.4 GUI 界面的菜单栏	12
2.1.5 GUI 界面的工具栏	13
2.2 Maple 的输入与输出	16
2.2.1 Maple 的输入	16
2.2.2 Maple 的输出	20
2.3 Maple 的数据类型	21
2.3.1 数据类型	21
2.3.2 变量与常量	23
2.4 函数	25
2.4.1 自定义单变量和多变量函数	25
2.4.2 定义向量函数	27
2.4.3 自定义复合函数	27
2.4.4 常用数学函数	28
2.5 Maple 的表达式	29
2.5.1 算术表达式	29
2.5.2 关系表达式	30
2.5.3 逻辑表达式	30
习题	31
第 3 章 线性代数	33

3.1	向量	33
3.1.1	向量的定义	33
3.1.2	向量运算	35
3.1.3	向量转化	40
3.2	矩阵	40
3.2.1	矩阵的定义和输入	41
3.2.2	特殊矩阵	42
3.2.3	矩阵操作	44
3.2.4	矩阵运算	46
3.2.5	LU 分解	53
3.2.6	QR 分解	55
3.3	线性方程组	56
3.3.1	矩阵连接	56
3.3.2	Gauss 消去法解线性方程组	57
3.3.3	Gauss-Jordan 消去法解线性方程组	59
3.3.4	Cramer 法则解线性方程组	59
3.3.5	使用 linsolve 解线性方程组	60
3.3.6	最小二乘法求解	61
3.3.7	特征值和特征向量	62
3.4	线性空间	64
3.4.1	线性组合	64
3.4.2	线性相关	65
3.4.3	线性无关	65
3.4.4	基和矩阵空间	66
3.5	线性变换	67
3.5.1	线性变换的定义	67
3.5.2	线性变换矩阵表示	68
3.5.3	线性变换在不同基底下的矩阵关系	69
	习题	70
第 4 章	微积分	72
4.1	数据结构	72
4.1.1	集合	72
4.1.2	序列	75
4.1.3	列表	76
4.1.4	数据结构类型的转换	78
4.2	极限	79
4.2.1	极限的计算	80
4.2.2	单侧极限的计算	83
4.2.3	多元函数的极限	83

4.3 函数的连续性.....	84
4.3.1 连续.....	84
4.3.2 间断.....	85
4.4 导数与微分.....	85
4.4.1 曲线的切线.....	86
4.4.2 导数.....	88
4.4.3 导数的应用.....	96
4.5 不定积分.....	102
4.5.1 不定积分的计算.....	103
4.5.2 积分方法.....	105
4.6 定积分.....	110
4.6.1 计算定积分.....	110
4.6.2 定积分的近似计算.....	111
4.6.3 广义积分.....	113
4.6.4 定积分的应用.....	115
习题.....	119
第 5 章 级数与多元微积分.....	122
5.1 级数求和及审敛法.....	122
5.1.1 求和.....	122
5.1.2 正项级数的收敛问题.....	124
5.2 幂级数和泰勒展开.....	126
5.2.1 幂级数定义及其生成.....	126
5.2.2 幂级数运算.....	128
5.2.3 幂级数的审敛法.....	129
5.2.4 泰勒展开.....	130
5.3 傅里叶级数.....	131
5.4 多元微积分.....	134
5.4.1 重积分.....	134
5.4.2 线积分.....	137
习题.....	138
第 6 章 Maple 作图.....	140
6.1 二维画图.....	140
6.1.1 二维画图菜单.....	140
6.1.2 设置图形参数.....	141
6.1.3 画函数曲线.....	142
6.1.4 离散点作图.....	147
6.1.5 对方程作图.....	148
6.1.6 参数方程作图.....	150
6.1.7 极坐标作图.....	151

6.1.8 图形叠加.....	154
6.2 文字标注.....	155
6.2.1 标题.....	155
6.2.2 坐标轴标注.....	155
6.2.3 标签.....	156
6.3 三维画图.....	156
6.3.1 使用 plot3d.....	157
6.3.2 三维参数方程.....	158
6.3.3 设置坐标系.....	159
6.4 特殊作图.....	160
6.4.1 多元函数作图.....	160
6.4.2 不等式作图.....	162
6.4.3 空间曲线绘图.....	163
6.4.4 管状图.....	164
6.4.5 曲面数据作图.....	164
6.4.6 三维条形图.....	165
6.4.7 等高线.....	166
6.4.8 密度图.....	168
6.5 对数作图.....	169
6.6 向量场与梯度向量场作图.....	170
6.7 其他绘图函数.....	171
6.7.1 函数.....	171
6.7.2 函数 polygonplot.....	172
6.7.3 函数 polyhedraplot.....	172
6.8 图形动画.....	173
6.1.1 二维动画.....	173
6.1.2 三维动画.....	174
习题.....	175
第7章 解方程.....	177
7.1 多项式.....	177
7.1.1 多项式的定义.....	177
7.1.2 多项式的操作.....	178
7.2 多项式运算.....	181
7.2.1 多项式的判别式.....	181
7.2.2 多项式的展开.....	181
7.2.3 多项式的约简.....	182
7.2.4 多项式的指数合并.....	182
7.3 有理函数.....	183
7.3.1 获取有理函数的分子、分母.....	183

7.3.2 将有理式转换	184
7.3.3 将浮点数转化为有理数	184
7.4 一元 n 次方程	185
7.5 常微分方程	195
7.5.1 一阶常微分方程	195
7.5.2 可降阶的高阶线性常微分方程	196
7.5.3 高阶线性微分方程	197
7.5.4 常微分方程的数值解	198
7.6 常微分方程组解法	199
7.7 常微分方程初、边值问题	200
7.8 利用积分变换求解微分方程	200
7.9 偏微分方程	201
习题	202
第 8 章 程序设计	204
8.1 程序的控制结构	204
8.1.1 顺序结构	204
8.1.2 分支结构	205
8.1.3 循环结构	208
8.2 定义函数与过程	210
8.2.1 全局变量与局部变量	212
8.2.2 利用过程生成新的函数	214
8.2.3 查看用户定义的函数或系统内部函数代码	214
8.2.4 建立复杂函数过程	216
8.2.5 递归函数	216
8.2.6 返回过程和过程的嵌套	217
8.3 调试程序	218
8.4 封装程序	220
习题	223
第 9 章 输入输出与文件操作	225
9.1 输入输出	225
9.2 文件操作	227
9.2.1 文件的打开和关闭	227
9.2.2 文件的读写	228
9.3 代码转换与生成	229
习题	232
第 10 章 应用专题	233
10.1 Maple 作用下的数学思维方法	233
10.2 高等数学概念的可视化	236
10.2.1 函数的极限	236

10.2.2	极限存在准则.....	237
10.2.3	两个重要极限.....	238
10.2.4	导数的概念.....	240
10.2.5	连续性与间断点.....	240
10.3	导数应用中的 Maple.....	241
10.3.1	引题.....	241
10.3.2	导数的应用.....	242
10.4	非线性方程的近似解.....	246
10.4.1	绘图和简单迭代方法.....	247
10.4.2	牛顿迭代法.....	249
10.5	递推关系的 Maple 解法.....	251
10.5.1	特征方程解常数线性递推关系.....	251
10.5.2	生发函数解常数线性递推关系.....	252
10.6	Maple 与分形艺术.....	253
10.6.1	分形几何的产生.....	254
10.6.2	分形艺术.....	255
10.6.3	Maple 与分形艺术.....	255
10.7	计算机模拟鸭子过河.....	258
10.7.1	问题的提出与数学建模.....	258
10.7.2	Maple 的实现.....	258
10.8	最速降线问题.....	260
10.8.1	问题的提出与数学建模.....	260
10.8.2	Maple 的实现.....	261
10.9	航线通路问题.....	263
10.9.1	问题的提出和数学建模.....	263
10.9.2	Maple 的实现.....	264
10.10	运用 Maple 探讨函数逼近.....	265
10.10.1	引论.....	265
10.10.2	各种函数的逼近的使用与比较.....	266
10.10.3	误差分析.....	267
10.11	反演解微分方程.....	268
10.12	数控机床的刀具补偿.....	269
10.12.1	问题的提出.....	269
10.12.2	最小二乘法确定 a 、 b 的值.....	270
10.12.3	Maple 的实现.....	270
10.13	机翼轮廓线的加工.....	271
10.13.1	问题的提出.....	271
10.13.2	Maple 的实现.....	271
10.14	猜想的检验.....	272

10.14.1 角谷猜想.....	272
10.14.2 奇数平方的一个有趣性质.....	273
10.14.3 四方定理.....	273
10.15 Maple 与逻辑推理.....	274
10.15.1 新娘和新郎问题.....	274
10.15.2 委派任务问题.....	275
10.15.3 谁在说谎问题.....	276
10.16 菲波纳契数列及应用.....	277
10.16.1 Fibonacci 数列的由来.....	277
10.16.2 Fibonacci 数列的内涵.....	278
10.16.3 Fibonacci 数列的应用价值.....	282
主要参考文献.....	284

第 1 章 Maple 概述

Maple 以其良好的使用环境、超强的符号计算、高精度的数值计算、方便的图形处理和简洁而高效的编程功能, 越来越受到大家的喜爱和重视。

为了让读者了解什么是 Maple 以及 Maple 能解决什么问题, 本章主要介绍 Maple 的初步知识、基本功能; 介绍 Maple 的历史与发展; 阐述 Maple 与自动推理平台的关系。

1.1 Maple 简介

在工程应用和科学研究中, 往往需要进行大量的数学处理, 从处理的方式来看, 不外乎两种类型: 数值计算和符号计算。一般的高级语言不能进行符号计算, 且用高级语言编程解决复杂的问题难度相当大, 速度缓慢, 效率低下。在这种情况下, Maple 出现了, Maple 是加拿大滑铁卢大学(University of Waterloo)和 Waterloo Maple Software 公司注册的一套为微积分、线性代数和微分方程等高等数学使用的软件包, 它是当今世界上最优秀的几个数学软件之一, Maple 的符号计算能力还是 MathCAD 和 MATLAB 等软件的符号处理的核心。Maple 提供了 3000 余种数学函数, 涉及范围包括: 普通数学、高等数学、线性代数、数论、离散数学及图形学。它还提供了一套内置的编程语言, 用户可以开发自己的软件包。

Maple 采用字符行输入方式, 输入规则与高级语言如 C 语言相似, 灵活方便, 容易理解。输出则可以选择字符方式和图形方式, 产生的图形结果可以很方便地剪贴到 Windows 应用程序内。

计算机符号分析提出于 20 世纪 60 年代晚期。经过多年的发展, 1980 年 9 月, 加拿大 Waterloo 大学的符号计算机研究小组成立, 开始了符号计算在计算机上实现的研究项目, 数学软件 Maple 是这个项目的产品。

Waterloo 公司于 1985 推出了第一个商业版本 Maple。随后几经更新, 到 1992 年, Windows 系统下的 Maple 2.0 面世; 随着 Maple 的广泛应用和处理功能的不断完善, 2002 年 5 月 Maple 8.0 问世; 现在流行的最新版本是 Maple 9.0, 它具有 Web 风格, 在 Maple 环境下可发送 Email 和访问 Internet。.

1.2 Maple 与自动推理平台

20 世纪 70 年代后期, 在计算机技术大发展的背景下, 数学家、中国科学院吴文俊院士继承和发展了中国古代数学的算法化传统, 研究几何定理的机器证明, 这一国际自动推理界先驱性的工作, 彻底改变了这个领域的面貌, 产生了巨大影响。据悉, 数学机械化研究目前已成为欧洲国家和美国积极研究的前沿领域。

传统的欧氏几何证明定理的方法要求对个别定理寻求个别的证法,而且每一证明总是要求某种新的、奇巧的想法。吴文俊研究的几何证明旨在寻求一般性的方法,它不仅适用于个别的定理,甚至可以是某一种几何的所有定理。

几何定理的机器证明所实施的方法是将几何问题转化成纯代数问题,然后将代数问题编写成程序,并在计算机上实施,判断定理是否成立,得出最终结论。如果一门几何可以用这种方法来证明,就说这门几何可以机械化,并把可以机械化的这一结论称为机械化定理。

由于机械化的动作简单,可以让计算机来实现,也因为计算机具有重复性、逻辑性和速度快等特点,可以尝试用计算机证明几何定理。因而,机械化为计算机化,进而为自动化铺平了道路。

符号计算是研究在计算机上进行准确的数学演算和与之相关的数学理论的学科,是数学机械化的主要工具。Maple 超强的符号处理能力,必然成为数学机械化及自动推理平台的首选软件。

自动推理是与数学机械化密切相关的学科。自动推理源于人工智能,主要研究推理的自动化与机械化。国外主要以逻辑为基础开展自动推理研究,而吴(文俊)方法的基础是代数几何。国际上自动推理界在注重发展新方法的同时,积极开展应用研究,如程序正确性验证、自动程序生成等。

数学机械化在我国已有 20 多年的研究历史,在理论和方法上取得了创造性的发展。973 项目《数学机械化与自动推理平台》课题组在利用 Maple 对零点分解、不等式自动证明、不等式定理机器证明等研究取得突破的基础上,将它们的算法的 Maple 程序移植到自动推理平台(MMP)上。

国家基础研究发展规划项目“数学机械化和自动推理平台”软件开发课题开发的自动推理平台(MMP)就是基于 Maple 开发的软件,MMP 主要包含几何定理自动发现吴方法、实根分离及不等式自动发现、组合恒等式证明等程序包。

1.3 Maple 的结构与基本功能

Maple 软件主要由三个部分组成:内核、函数库及用户界面。用户界面和函数库是用 C 语言写成的,只占整个软件的一小部分,当系统启动时即被装入,主要负责输入命令和算式的初步处理、显示结果、函数图形的显示等。内核负责输入的编译、代数运算、管理内存。Maple 的大部分数学函数和过程是用 Maple 自身的语言写成的。存于函数库。在多数情况下,用户调用函数,Maple 会自动将该函数的过程调入内存。对于一些专用函数及用户自定义软件包中的函数,用户需要加载该软件包方可调用。

Maple 提供了十分丰富的命令函数,可以解决各类数学问题。综合起来,Maple 的基本功能主要有以下 4 个方面。

1.3.1 数值计算

Maple 同高级语言 QBASIC、C 等一样,不需编程可直接在其运行环境下进行加、减、乘、除、乘方、开方等运算,用户完全可以将它当作“计算器”使用。如进入 Maple

环境后, 在 “>” 提示符下, 做如下的运算:

```
> 2+5;
7

> 1/2+1/4+1/8;
7/8

> 2^32;
4294967296

> 4/2;
2
```

注意: 一定要在表达式后面加上 “;”, 它在 Maple 中用来表示一个命令的结尾, 并按回车键确认该命令的执行, 也可用 “:” 作为命令的结尾, 但回车后 Maple 将不输出任何结果, 只是将计算结果保存起来; 如果表达式后不以 “;” 或 “:” 作为结束符, 系统提示操作出错。

通过下面的例子比较一下:

```
> 0.25^99;
0.248920611110^-59

> 0.25^99:
> 0.25^99
Warning, premature end of input
```

可以使用函数 evalf 对运算结果化简。

```
> 1/sqrt(5)*((1+sqrt(5))/2)^144-1/sqrt(5)*((1-sqrt(5))/2)^144;

$$\frac{\sqrt{5} \left( \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \right)^{144}}{5} - \frac{\sqrt{5} \left( \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2} \right)^{144}}{5}$$


> evalf(%); #对上式化简
0.5555653670 10^30
```

可以使用函数 Sum 和 sum 求和。如:

```
> Sum((1+i)/(1+i^4), i=1..10)=sum((1+i)/(1+i^4), i=1..10);

$$\sum_{i=1}^{10} \frac{1+i}{1+i^4} = \frac{51508056727594732913722}{40626648938819200088497}$$

evalf(rhs(%)); #对上式右边化简
1.267839166
```

可以使用函数 Product 和 product 计算连乘积:

product(f, k = m..n)

Product(f, k = m..n)

Product 和 product 调用形式完全相同, 但调用结果是不同的, Product 只输出表达式的数学形式, 而并不计算结果, 但可以用函数 value 配合计算结果。如:

```
> product(k^2, k=1..4);
```