21世纪大学本科
计算机专业系列教材

屈婉玲 耿素云 张立昂 编著

离散数学

- 根据教育部高教司主持评审的《中国计算机科学与技术学科教程 2002》组织编写
- 与美国 ACM 和 IEEE/CS *Computing Curricula 2004* 同步

清华大学出版社

21世纪大学本科计算机专业系列教材

离散数学

屈婉玲 耿素云 张立昂 编著

清华大学出版社
北京

内容简介

本教材是根据 ACM 和 IEEE/CS 最新推出的 *Computing Curricula 2004*，以及教育部高等教育司组织评审通过的《中国计算机科学与技术学科教程 2002》中制定的关于"离散数学"的知识结构和体系撰写的. 全书共 14 章，主要包含证明技巧、数理逻辑、集合与关系、函数、图和树、组合计数、初等数论、离散概率和代数系统等内容. 本书体系严谨，选材精炼，讲解翔实，例题丰富，注重与计算机科学技术的实际问题相结合，并选配了大量难度适当的习题，适合教学. 另外，本书有配套习题解答与学习指导等辅导用书，以满足教学需要。

本书适合作为计算机和相关专业本科生"离散数学"的教学用书，也可以作为对离散数学感兴趣的人的参考书.

图书在版编目(CIP)数据

离散数学/屈婉玲，耿素云，张立昂编著. 北京：清华大学出版社，2005.6
(21 世纪大学本科计算机专业系列教材)
ISBN 7-302-10757-2

Ⅰ. 离… Ⅱ. ①屈… ②耿… ③张… Ⅲ. 离散数学－高等学校－教材 Ⅳ. O158

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 028041 号

出 版 者：清华大学出版社　　**地　　址**：北京清华大学学研大厦
http://www.tup.com.cn　　**邮　　编**：100084
社 总 机：010-62770175　　**客户服务**：010-62776969
责任编辑：张瑞庆
封面设计：孟繁聪
印 刷 者：北京嘉实印刷有限公司
装 订 者：三河市春园印刷有限公司
发 行 者：新华书店总店北京发行所
开　　本：185×230　**印张**：25.5　**字数**：535 千字
版　　次：2005 年 6 月第 1 版　2005 年 6 月第1 次印刷
书　　号：ISBN 7-302-10757-2/TP・7161
印　　数：1～5000
定　　价：32.00 元

序　言

PREFACE

21世纪是知识经济的时代，是人才竞争的时代. 随着21世纪的到来，人类已步入信息社会，信息产业正成为全球经济的主导产业. 计算机科学与技术在信息产业中占据了最重要的地位，这就对培养21世纪高素质创新型计算机专业人才提出了迫切的要求.

为了培养高素质创新型人才，必须建立高水平的教学计划和课程体系. 在20多年跟踪分析ACM和IEEE计算机课程体系的基础上，紧跟计算机科学与技术的发展潮流，及时制定并修正教学计划和课程体系是尤其重要的. 计算机科学与技术的发展对高水平人才的要求，需要我们从总体上优化课程结构，精炼教学内容，拓宽专业基础，加强教学实践，特别注重综合素质的培养，形成“基础课程精深，专业课程宽新”的格局.

为了适应计算机科学与技术学科发展和计算机教学计划的需要，要采取多种措施鼓励长期从事计算机教学和科技前沿研究的专家教授积极参与计算机专业教材的编著和更新，在教材中及时反映学科前沿的研究成果与发展趋势，以高水平的科研促进教材建设. 同时适当引进国外先进的原版教材.

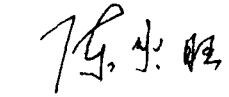
为了提高教学质量，需要不断改革教学方法与手段，倡导因材施教，强调知识的总结、梳理、推演和挖掘，通过加快教案的不断更新，使学生掌握教材中未及时反映的学科发展新动向，进一步拓广视野. 教学与科研相结合是培养学生实践能力的有效途径. 高水平的科研可以为教学提供最先进的高新技术平台和创造性的工作环境，使学生得以接触最先进的计算机理论、技术和环境. 高水平的科研还可以为高水平人才的素质教育提供良好的物质基础. 学生在课题研究中不但能了解科学研究的艰辛和科研工作者的奉献精神，而且能熏陶和培养良好的科研作风，锻炼和培养攻关能力和协作精神.

进入21世纪，我国高等教育进入了前所未有的大发展时期，时代的进步与发展对高等教育质量提出了更高、更新的要求. 2001年8月，教育部颁发了《关于加强高等学校本科教学工作，提高教学质量的若干意见》. 文件指出，本科教育是高等教育的主体和基础，抓好本科教学是提高整个高等教育质量的重点和关键. 随着高等教育的普及和高等学校的扩招，在校大学本科计算机专业学生的人数将大量上升，对适合21世纪大学本科计算机科学与技术学科课程体系要求的，并且适合中国学生学习的计算机专业教材的需求量

也将急剧增加. 为此，中国计算机学会和清华大学出版社共同规划了面向全国高等院校计算机专业本科生的**"21 世纪大学本科计算机专业系列教材"**. 本系列教材借鉴美国 ACM 和 IEEE/CS 最新制定的 *Computing Curricula 2001*（简称 CC2001）课程体系，反映当代计算机科学与技术学科水平和计算机科学技术的新发展、新技术，并且结合中国计算机教育改革成果和中国国情.

中国计算机学会教育专业委员会和全国高等学校计算机教育研究会，在清华大学出版社的大力支持下，跟踪分析 CC2001，并结合中国计算机科学与技术学科的发展现状和计算机教育的改革成果，研究出了《中国计算机科学与技术学科教程 2002》(China Computing Curricula 2002，简称 CCC2002)，该项研究成果对中国高等学校计算机科学与技术学科教育的改革和发展具有重要的参考价值和积极的推动作用.

"21 世纪大学本科计算机专业系列教材"正是借鉴美国 ACM 和 IEEE/CS CC2001 课程体系，依据 CCC2002 基本要求组织编写的计算机专业教材. 相信通过这套教材的编写和出版，能够在内容和形式上显著地提高我国计算机专业教材的整体水平，继而提高我国大学本科计算机专业的教学质量，培养出符合时代发展要求的具有较强国际竞争力的高素质创新型计算机人才.



中国工程院院士
国防科学技术大学教授
21 世纪大学本科计算机专业系列教材编委会名誉主任
2002 年 7 月

前言

FOREWORD

科学技术的发展离不开基础研究和创新. 19—20 世纪是人类科学技术飞速发展的时代,其中作为数学基础的微积分为促进物理学和其他工程学科的发展起到至关重要的作用. 21 世纪是信息时代,作为信息科学和计算机科学的数学基础,离散数学受到越来越多的关注. 在美国 ACM 和 IEEE/CS 最新推出的 *Computing Curricula 2004* 课程体系和我国教育部高等教育司组织评审通过的《中国计算机科学与技术学科教程 2002》(CCC2002)中,离散数学都被列入核心课程.

离散数学研究各种离散形式的对象,研究它们的结构及其关系,在数据结构、算法设计与分析、操作系统、编译系统、人工智能、软件工程、网络与分布式计算、计算机图形学、人机交互、数据库以及计算机体系结构等领域都得到了广泛的应用. 除了计算机科学以外,在自动化、化学工程、生物学、经济学等各个学科领域中,都广泛使用数学建模,而离散数学是数学建模的重要工具之一. 离散数学已经成为计算机科学技术和相关专业的必修课程.

除了作为多门课程必需的数学基础之外,离散数学中所体现的现代数学思想对于加强学生的素质教育,培养学生的抽象思维和逻辑表达能力,提高发现问题、分析问题、解决问题的能力也有着不可替代的作用.

国内外现已出版了各种版本的《离散数学》教材,取材差异很大,深浅不一,风格各异. 本教材是以《中国计算机科学与技术学科教程 2002》中制定的关于离散数学的知识结构和体系为依据撰写的,主要内容包含证明技巧、数理逻辑、集合与关系、函数、图和树、组合计数、初等数论、离散概率和代数系统等. 在教材编写过程中,作者力求体系严谨、选材适当、适于教学,同时在素材组织上更加注重在计算机科学技术中的应用.

全书共分 14 章. 第 1 章介绍全书使用的数学语言(主要是命题逻辑符号和集合运算)与证明方法. 第 2 章和第 3 章分别介绍命题逻辑和一阶逻辑的基本概念、等值演算和推理理论. 第 4 章和第 5 章介绍离散结构的集合表示——关系和函数,讨论关系和函数的各种运算、性质、表示方法以及应用. 第 6 章和第 7 章介绍离散结构的图形表示——图和树,包括图的基本概念、图的矩阵表示、特殊图、无向树和有向树及其应用. 第 8 章到第 10 章介

绍组合计数技术及其在计算机科学技术中的应用. 第 11 章到第 13 章介绍初等数论和离散概率及其在密码学和算法分析中的应用. 第 14 章简要介绍离散系统的代数模型. 每章除了阐述相关的概念和定理之外，还配有典型的例题，并且选用或编写了数十道难度适当的习题供课后练习使用.

为了更好地为使用本教材的读者服务，作者还撰写和开发了与本教材配套的教学辅助用书和电子教案.

本书的第 1 章至第 3 章和第 6 章、第 7 章由耿素云编写；第 4 章、第 5 章、第 8 章至第 10 章和第 14 章由屈婉玲编写；第 11 章至第 13 章由张立昂编写.

在编写过程中，作者参考了国内外多种版本的《离散数学》教材和相关的文献资料，从中吸取了许多好的思想，摘取了不少有用的素材，在此一并向有关作者致谢. 感谢“21 世纪大学本科计算机专业系列教材”编委会和清华大学出版社对本书出版的大力支持，特别要感谢李晓明教授，他在百忙之中认真地审阅了全稿，并提出了宝贵的修改意见，使作者受益匪浅. 我们更期待着广大读者，特别是用本书作教材的老师和学生，对本书的批评、指正、建议和评论.

作　者

2005 年 2 月于北京大学

目　录

CONTENTS

第 1 章 数学语言与证明方法

1.1 常用的数学符号

1.1.1 集合符号

$x \in A$ ——x 是 A 的元素.

$x \notin A$ ——x 不是 A 的元素.

$A \subseteq B$ ——A 是 B 的子集,或 A 包含于 B(B 包含 A).

$A \nsubseteq B$ ——A 不是 B 的子集,或 B 不包含 A.

$A \subset B$ ——A 是 B 的真子集.

$A = B$ ——A 与 B 有相同的元素.

$A \cup B$ ——A 并 B.

$\bigcup_{i=1}^{n} A_i$ —— $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 之并.

$A \cap B$ ——A 交 B.

$\bigcap_{i=1}^{n} A_i$ ——$A_1, A_2, \cdots, A_n$ 之交.

$A - B$ ——B 对 A 的相对补.

$A \oplus B$ ——A 与 B 的对称差.

$P(A)$ ——A 的幂集.

$\varnothing$ —— 空集.

$\mathbf{N}$ —— 自然数集(含 0).

$\mathbf{N}^+$ —— 非 0 自然数集.

$\mathbf{Z}$ —— 整数集.

$\mathbf{Z}^+$ —— 正整数集.

$\mathbf{Q}$ —— 有理数集.

$\mathbf{Q}^*$ —— 非零有理数集，即 $\mathbf{Q}-\{0\}$.

$\mathbf{R}$ —— 实数集.

$\mathbf{R}^*$ —— 非零实数集，即 $\mathbf{R}-\{0\}$.

$\mathbf{C}$ —— 复数集.

1.1.2 运算符号

$\sum_{i=1}^{n} a_i$ —— $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 之和，即 $a_1 + a_2 + \cdots + a_n$.

$\sum_{i=1}^{\infty} a_i$ —— $a_1, a_2, \cdots$ 之和，即 $a_1 + a_2 + \cdots$.

$\prod_{i=1}^{n} a_i$ —— $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 之积，即 $a_1 \cdot a_2 \cdot \cdots \cdot a_n$.

$\prod_{i=1}^{\infty} a_i$ —— $a_1, a_2, \cdots$ 之积，即 $a_1 \cdot a_2 \cdot \cdots$.

$a \mid b$ —— a 整除 b. 例如，$3 \mid 9$，$2 \mid 8$，….

$a \nmid b$ —— a 不能整除 b. 例如，$3 \nmid 8$，$2 \nmid 9$，….

$a \equiv b(\mathrm{mod}\ n)$ —— a 与 b 被 n 除余数相同. 例如，$4 \equiv 7(\mathrm{mod}\ 3)$，$1 \equiv 3(\mathrm{mod}\ 2)$，等等.

$(a-b) \equiv 0(\mathrm{mod}\ n)$ —— $n \mid (a-b)$. 例如，$(4-7) \equiv 0(\mathrm{mod}\ 3)$，$(5-3) \equiv 0(\mathrm{mod}\ 2)$，等等.

其实，$a \equiv b(\mathrm{mod}\ n)$ 与 $(a-b) \equiv 0(\mathrm{mod}\ n)$ 意义相同.

$\max(a,b)$（或 $\max\{a,b\}$） —— 为 a,b 中的大者. 例如，$\max(5,7)=7$，$\max(-5,8)=8$，等等.

$\min(a,b)$（或 $\min\{a,b\}$） —— 为 a,b 中的小者. 例如，$\min(-2,5)=-2$，$\min(5,7)=5$，等等.

$\gcd(a,b)$ —— a 与 b 的**最大公约数**. 例如，$\gcd(5,7)=1$，$\gcd(3,27)=3$，$\gcd(6,8,10)=2$，等等.

$\mathrm{lcm}(a,b)$ —— a 与 b 的**最小公倍数**. 例如，$\mathrm{lcm}(5,7)=35$，$\mathrm{lcm}(2,4,8)=8$，$\mathrm{lcm}(3,4,27)=108$，等等.

$|x|$ —— x 的**绝对值**（x 为任意实数），即

$$|x| = \begin{cases} x & \text{当 } x \geqslant 0 \text{ 时} \\ -x & \text{当 } x < 0 \text{ 时} \end{cases}$$

例如，$|-2.5|=2.5$，$|3.3|=3.3$，$|0|=0$.

$\lceil x \rceil$ —— 大于等于 x 的最小整数. 例如，$\lceil -2.2 \rceil = -2$，$\lceil -2 \rceil = -2$，$\lceil -1.5 \rceil = -1$，