

国外电子与通信教材系列

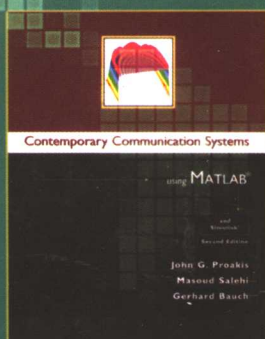
# 现代通信系统

(MATLAB版)(第二版)

Contemporary Communication Systems

Using MATLAB and Simulink

Second Edition



John G. Proakis  
[美] Masoud Salehi 著  
Gerhard Bauch

刘树棠 译

THOMSON



电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry  
<http://www.phei.com.cn>

国外电子与通信教材系列

# 现代通信系统

( MATLAB 版 ) ( 第二版 )

Contemporary Communication Systems

Using MATLAB and Simulink

Second Edition

John G. Proakis

[ 美 ] Masoud Salehi 著

Gerhard Bauch

刘树棠 译

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 · BEIJING

## 内 容 简 介

本书提供了利用 MATLAB 在计算机上解决“现代通信系统”课程中涉及的各方面问题的分析思路、方法、MATLAB 脚本（或程序）文件和处理结果示例，还给出了许多可供学生自主学习和研讨的习题以及作业。全书内容共 10 章，分别讨论了信号与线性系统、随机过程、模拟调制、模拟-数字转换、基带数字传输、带限信道的数字传输、载波调制的数字传输、信道容量和编码、扩频通信系统以及数字调制方法的 Simulink 仿真等。

本书适合已具备 MATLAB 基本知识的通信工程、电子工程、电气工程、计算机工程和计算机科学等专业方向的高年级本科生和研究生作为相关课程的参考书和补充教材，也可供有关的教师和工程技术人员参考使用。

981-265-398-8

Simplified Chinese edition Copyright © 2005 by Thomson Learning and Publishing House of Electronics Industry.  
Contemporary Communication Systems: Using MATLAB and Simulink; Second Edition by John G. Proakis,  
Masoud Salehi, Gerhard Bauch, Copyright © 2004. First published by Brooks/Cole, a division of Thomson Learning,  
Inc(www.thomsonlearningasia.com).

All Rights Reserved.

Authorized simplified Chinese edition by Thomson Learning and Publishing House of Electronics Industry. No part of this book may be reproduced in any form without the express written permission of Thomson Learning and Publishing House of Electronics Industry.

本书中文简体字翻译版由电子工业出版社和汤姆森学习出版集团合作出版。未经出版者预先书面许可，不得以任何方式复制或抄袭本书的任何部分。

·版权贸易合同登记号 图字：01-2003-1229

### 图书在版编目（CIP）数据

现代通信系统（MATLAB 版）（第二版）/（美）普罗克斯（Proakis, J. G.）等著；刘树棠译。

北京：电子工业出版社，2005.4

（国外电子与通信教材系列）

书名原文：Contemporary Communication Systems: Using MATLAB and Simulink, Second Edition

ISBN 7-121-01042-9

I. 现... II. ①普... ②刘... III. 通信系统-计算机辅助计算-软件包, MATLAB-教材 IV. TN914

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2005）第 022800 号

责任编辑：马 岚

印 刷：北京顺义兴华印刷厂

出版发行：电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编：100036

经 销：各地新华书店

开 本：787 × 1092 1/16 印张：25 字数：640 千字

印 次：2005 年 4 月第 1 次印刷

定 价：36.00 元

凡购买电子工业出版社的图书，如有缺损问题，请向购买书店调换；若书店售缺，请与本社发行部联系。联系电话：（010）68279077。质量投诉请发邮件至 zltz@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

## 序

2001年7月间,电子工业出版社的领导同志邀请各高校十几位通信领域方面的老师,商量引进国外教材问题。与会同志对出版社提出的计划十分赞同,大家认为,这对我国通信事业、特别是对高等院校通信学科的教学工作会很有好处。

教材建设是高校教学建设的主要内容之一。编写、出版一本好的教材,意味着开设了一门好的课程,甚至可能预示着一个崭新学科的诞生。20世纪40年代MIT林肯实验室出版的一套28本雷达丛书,对近代电子学科、特别是对雷达技术的推动作用,就是一个很好的例子。

我国领导部门对教材建设一直非常重视。20世纪80年代,在原教委教材编审委员会的领导下,汇集了高等院校几百位富有教学经验的专家,编写、出版了一大批教材;很多院校还根据学校的特点和需要,陆续编写了大量的讲义和参考书。这些教材对高校的教学工作发挥了极好的作用。近年来,随着教学改革不断深入和科学技术的飞速进步,有的教材内容已比较陈旧、落后,难以适应教学的要求,特别是在电子学和通信技术发展神速、可以讲是日新月异的今天,如何适应这种情况,更是一个必须认真考虑的问题。解决这个问题,除了依靠高校的老师 and 专家撰写新的符合要求的教科书外,引进和出版一些国外优秀电子与通信教材,尤其是有选择地引进一批英文原版教材,是会有好处的。

一年多来,电子工业出版社为此做了很多工作。他们成立了一个“国外电子与通信教材系列”项目组,选派了富有经验的业务骨干负责有关工作,收集了230余种通信教材和参考书的详细资料,调来了100余种原版教材样书,依靠由20余位专家组成的出版委员会,从中精选了40多种,内容丰富,覆盖了电路理论与应用、信号与系统、数字信号处理、微电子、通信系统、电磁场与微波等方面,既可作为通信专业本科生和研究生的教学用书,也可作为有关专业人员的参考材料。此外,这批教材,有的翻译为中文,还有部分教材直接影印出版,以供教师用英语直接授课。希望这些教材的引进和出版对高校通信教学和教材改革能起一定作用。

在这里,我还要感谢参加工作的各位教授、专家、老师与参加翻译、编辑和出版的同志们。各位专家认真负责、严谨细致、不辞辛劳、不怕琐碎和精益求精的态度,充分体现了中国教育工作者和出版工作者的良好美德。

随着我国经济建设的发展和科学技术的不断进步,对高校教学工作会不断提出新的要求和希望。我想,无论如何,要做好引进国外教材的工作,一定要联系我国的实际。教材和学术专著不同,既要注意科学性、学术性,也要重视可读性,要深入浅出,便于读者自学;引进的教材要适应高校教学改革的需要,针对目前一些教材内容较为陈旧的问题,有目的地引进一些先进的和正在发展中的交叉学科的参考书;要与国内出版的教材相配套,安排好出版英文原版教材和翻译教材的比例。我们努力使这套教材能尽量满足上述要求,希望它们能放在学生们的课桌上,发挥一定的作用。

最后,预祝“国外电子与通信教材系列”项目取得成功,为我国电子与通信教学和通信产业的发展培土施肥。也恳切希望读者能对这些书籍的不足之处、特别是翻译中存在的问题,提出意见和建议,以便再版时更正。



中国工程院院士、清华大学教授

“国外电子与通信教材系列”出版委员会主任

## 出版说明

进入 21 世纪以来,我国信息产业在生产和科研方面都大大加快了发展速度,并已成为国民经济发展的支柱产业之一。但是,与世界上其他信息产业发达的国家相比,我国在技术开发、教育培训等方面都还存在着较大的差距。特别是在加入 WTO 后的今天,我国信息产业面临着国外竞争对手的严峻挑战。

作为我国信息产业的专业科技出版社,我们始终关注着全球电子信息技术的发展方向,始终把引进国外优秀电子与通信信息技术教材和专业书籍放在我们工作的重要位置上。在 2000 年至 2001 年间,我社先后从世界著名出版公司引进出版了 40 余种教材,形成了一套“国外计算机科学教材系列”,在全国高校以及科研部门中受到了欢迎和好评,得到了计算机领域的广大教师与科研工作者的充分肯定。

引进和出版一些国外优秀电子与通信教材,尤其是有选择地引进一批英文原版教材,将有助于我国信息产业培养具有国际竞争能力的技术人才,也将有助于我国国内在电子与通信教学中掌握和跟踪国际发展水平。根据国内信息产业的现状、教育部《关于“十五”期间普通高等教育教材建设与改革的意见》的指示精神以及高等院校老师们反映的各种意见,我们决定引进“国外电子与通信教材系列”,并随后开展了大量准备工作。此次引进的国外电子与通信教材均来自国际著名出版商,其中影印教材约占一半。教材内容涉及的学科方向包括电路理论与应用、信号与系统、数字信号处理、微电子、通信系统、电磁场与微波等,其中既有本科专业课程教材,也有研究生课程教材,以适应不同院系、不同专业、不同层次的师生对教材的需求,广大师生可自由选择 and 自由组合使用。我们还将与国外出版商一起,陆续推出一些教材的教学支持资料,为授课教师提供帮助。

此外,“国外电子与通信教材系列”的引进和出版工作得到了教育部高等教育司的大力支持和帮助,其中的部分引进教材已通过“教育部高等学校电子信息科学与工程类专业教学指导委员会”的审核,并得到教育部高等教育司的批准,纳入了“教育部高等教育司推荐——国外优秀信息科学与技术系列教学用书”。

为作好该系列教材的翻译工作,我们聘请了清华大学、北京大学、北京邮电大学、东南大学、西安交通大学、天津大学、西安电子科技大学、电子科技大学等著名高校的教授和骨干教师参与教材的翻译和审校工作。许多教授在国内电子与通信专业领域享有较高的声望,具有丰富的教学经验,他们的渊博学识从根本上保证了教材的翻译质量和专业学术方面的严格与准确。我们在此对他们的辛勤工作与贡献表示衷心的感谢。此外,对于编辑的选择,我们达到了专业对口;对于从英文原书中发现的错误,我们通过与作者联络、从网上下载勘误表等方式,逐一进行了修订;同时,我们对审校、排版、印制质量进行了严格把关。

今后,我们将进一步加强同各高校教师的密切关系,努力引进更多的国外优秀教材和教学参考书,为我国电子与通信教材达到世界先进水平而努力。由于我们对国内外电子与通信教育的发展仍存在一些认识上的不足,在选题、翻译、出版等方面的工作中还有许多需要改进的地方,恳请广大师生和读者提出批评及建议。

电子工业出版社

## 教材出版委员会

主任	吴佑寿	中国工程院院士、清华大学教授
副主任	林金桐	北京邮电大学校长、教授、博士生导师
	杨千里	总参通信部副部长，中国电子学会会士、副理事长 中国通信学会常务理事
委员	林孝康	清华大学教授、博士生导师、电子工程系副主任、通信与微波研究所所长 教育部电子信息科学与工程类专业教学指导分委员会委员
	徐安士	北京大学教授、博士生导师、电子学系主任 教育部电子信息与电气学科教学指导委员会委员
	樊昌信	西安电子科技大学教授、博士生导师 中国通信学会理事、IEEE 会士
	程时昕	东南大学教授、博士生导师、移动通信国家重点实验室主任
	郁道银	天津大学副校长、教授、博士生导师 教育部电子信息科学与工程类专业教学指导分委员会委员
	阮秋琦	北京交通大学教授、博士生导师 计算机与信息技术学院院长、信息科学研究所所长
	张晓林	北京航空航天大学教授、博士生导师、电子信息工程学院院长 教育部电子信息科学与电气信息类基础课程教学指导分委员会委员
	郑宝玉	南京邮电学院副院长、教授、博士生导师 教育部电子信息与电气学科教学指导委员会委员
	朱世华	西安交通大学副校长、教授、博士生导师、电子与信息工程学院院长 教育部电子信息科学与工程类专业教学指导分委员会委员
	彭启琮	电子科技大学教授、博士生导师、通信与信息工程学院院长 教育部电子信息科学与电气信息类基础课程教学指导分委员会委员
	毛军发	上海交通大学教授、博士生导师、电子信息与电气工程学院副院长 教育部电子信息与电气学科教学指导委员会委员
	赵尔沅	北京邮电大学教授、《中国邮电高校学报（英文版）》编委会主任
	钟允若	原邮电科学研究院副院长、总工程师
	刘彩	中国通信学会副理事长、秘书长
	杜振民	电子工业出版社原副社长
	王志功	东南大学教授、博士生导师、射频与光电集成电路研究所所长 教育部电子信息科学与电气信息类基础课程教学指导分委员会主任委员
张中兆	哈尔滨工业大学教授、博士生导师、电子与信息技术研究院院长	
范平志	西南交通大学教授、博士生导师、计算机与通信工程学院院长	

## 译者序

本书的第二版与前一版本相比,主要的区别是补充了如下内容:数字通信系统的 Monte Carlo 仿真(见 2.7 节)、矢量量化(见 4.3.2 节)、多载波调制和 OFDM(见 7.6 节)以及第 10 章。因此,原来的个别章节在次序和内容方面也做了相应的改变,并增加了相应的习题和例题。

本书作者的意图大致有两个方面:一方面是探索如何将基于计算机的学习工具融于教学;另一方面是给学生提供额外的学习空间,让他们能够自主学习。总的期望是让学生积极主动地学习,因为这样会学得更好。因此,本书在写作上大致有如下特点:

- 不求过细,而是强调内容的系统性并注重相互联系。本书的内容提纲挈领,注意总结,联系实际,因此一般来说适合作为辅助性教材。
- 用“解说题”等形式来演绎和深化概念,并在重要概念的深度和广度上进行适当延伸。
- 丰富的 MATLAB 脚本资源和可随时利用的网站为广大读者提供了很大的学习空间,使他们的精力不再耗费在编程上,而能将精力集中在探究上。读者可以利用这些脚本资源做自己想做的事,通过计算机仿真得到初步训练并获得更多领悟,使自己的创新意识和才能发挥得到无限拓展空间。

译者认为,对待本书与其说“学”不如说“做”更为贴切,即按照本书所列的解说题和习题认真地在计算机上去“做”,尤其对于第 10 章所涵盖的那些作业更是如此。

在本书的翻译过程中,虽然有第一版作为基础,有些内容可以借鉴,但我还是逐字逐句地进行了斟酌,对其中不少不够贴切或有错误的地方进行了勘正。即使如此,我仍感到有个别地方不太有把握,欢迎读者批评指正。

最后对我的老伴孙漪教授为这个中译本的完成所付出的艰辛和支持表示衷心的感谢,对电子工业出版社给予的信任和帮助致诚挚的谢意。

刘树棠  
于西安交通大学



# 前 言

在当今市场上,很多教材都在讨论模拟和数字通信系统中的基本论题,其中包括编码和解码算法、调制和解调技术等。根据需要,这些教材中的大多数都重点关注构成各种模块(例如编码器、解码器、调制器和解调器等)的设计和性能分析的基本理论,而这些模块又是组成一个通信系统的基本单元。然而,只有相当少的教材(尤其是为大学本科生而写的教材)包含激励学生学习的各种各样的应用例子。

## 本书的意图

本书的目的是用做任何一本在通信系统方面较全面的教材的参考书或补充教材。书中提供了种类繁多的大量练习,读者可以利用 MATLAB 的普及型学生版在计算机(普通 PC 机即可)上解题。本书主要是为电气工程、计算机工程和计算机科学系的高年级本科生以及研究生准备的,认为这些学生(或用户)已经熟悉了 MATLAB 的基本知识。由于在 MATLAB 方面已有多种辅导书籍或指南手册,所以这些专题未包括在本书内。

从设计方面来讲,各种论题的处理都很简明扼要。对于每个论题,书中给出了讨论的初衷和简短的叙述,建立了必要的符号,然后用例子阐明基本概念。我们期望学生所用的基本教材和授课教师都已对所涉及的论题提供了必要的理论深度。例如,在介绍匹配滤波器和相关器时,就要讲到这些器件可以使被加性高斯白噪声(AWGN)污损的信号得到最佳解调。但是,对此我们并不给出证明,在大多数有关通信系统方面的教材中一般都会给出这样的证明。

## 本书的组成

本书共分 10 章。前两章是有关信号与线性系统和随机过程方面的内容,给出了在通信系统学习中所要求的基本背景内容。第 3 章是关于模拟通信技术的,第 4 章讨论了模拟-数字转换内容,接下来的 5 章都重点讨论的是数字通信。第 10 章讲述了 Simulink 仿真。

### 第 1 章 信号与线性系统

第 1 章回顾了线性系统分析中的一些基本方法和技术,其中既包括时域特性,也包括频域特性。由于频域分析技术在通信系统分析和处理中使用得最多,所以我们的讨论重点放在频域分析上。

### 第 2 章 随机过程

第 2 章讨论了产生随机变量和随机过程样本的方法,包括具有给定概率分布函数的随机变量的产生,高斯和高斯-马尔可夫过程样本的产生,以及平稳随机过程在时域和频域中的特性。这一章还讨论了经由 Monte Carlo 仿真的概率估计问题。

### 第 3 章 模拟调制

第 3 章讨论的是在有加性噪声和无加性噪声时,模拟调制和解调技术的性能。被研究的



系统包括幅度调制(AM)(例如双边带 AM,单边带 AM 和常用的 AM)和角调制(如频率调制 FM 和相位调制 PM)。

#### **第 4 章 模拟 - 数字转换**

第 4 章研究的是将模拟源信号有效地转换为数字序列的各种方法,转换的结果是可以数字方式传输或存储信号。既要考虑有损数据压缩方法(如脉冲编码调制 PCM),也要讨论无损数据压缩方法(如 Huffman 编码)。

#### **第 5 章 基带数字传输**

第 5 章讨论了经由 AWGN 信道传输数字信息的基带数字调制和解调技术。二进制和非二进制的调制技术都要考虑。要讨论这些信号的最佳解调,并对这类解调器的性能进行评价。

#### **第 6 章 带限信道的数字传输**

第 6 章讨论的是带限信道的特性和针对此类信道的信号波形设计问题。我们说明了信道失真会导致码间干扰(ISI),这会引起在信号解调中的差错。然后,我们将处理有关补偿信道失真的信道均衡器的设计问题。

#### **第 7 章 载波调制的数字传输**

第 7 章讨论了 4 种类型的载波调制信号,它们都适合在带通道内进行传输,分别是幅度调制信号、正交幅度调制信号、相移键控和频移键控。第 7 章还讨论了正交频分多路复用(OFDM)。

#### **第 8 章 信道容量和编码**

第 8 章对通信信道建立了一个适当的数学模型,并介绍了一个称为“信道容量”的基本量,它给出了这条信道能够传输的信息量的限制。本章讨论了两种信道模型:二进制对称信道(BSC)和加性高斯白噪声(AWGN)信道。在处理分组和卷积码以实现经由这些信道的可靠通信中,都将使用这些信道模型。

#### **第 9 章 扩频通信系统**

第 9 章要讨论扩频数字通信系统的基本原理。特别是直接序列扩频(简称直扩,DS)系统和跳频(FH)系统将分别与相移键控(PSK)和频移键控(FSK)调制一起考虑。本章还要讨论在扩频系统中要用到的伪随机噪声(PN)序列的产生。

#### **第 10 章 数字调制方法的 Simulink 仿真指南**

第 10 章介绍了 Simulink 及其在数字调制系统仿真中的应用。我们首先对 Simulink 进行了简单介绍,基本上涵盖了系统仿真的基础。接下来的几节给出了各种数字通信系统仿真的许多例子。

## 网址

本书的 Web 站点(<http://engineering.brookscole.com/ccsystems2e>)包括了教材中用到的所有 MATLAB 和 Simulink 文件。文件是对应于各章以单独的目录给出的。有些 MATLAB 文件出现在几个目录中,这是由于它们应用在几章中。大多数文件都加有许多注释,以使这些文件更容易理解。然而,在开发这些文件时,我们的主要目的在于代码的清晰和可读性,而不在于它的高效性。当使用最高效的代码而造成文件不易阅读和理解时,就应该选取一些更易阅读而稍欠高效的代码。

为了使用这些文件,读者要将全部目录复制到计算机中,并将相应的路径添加到 matlab-path 环境中。在 IBM 兼容机中,通常可通过编辑 matlabrc.m 文件来完成。所有文件都使用 MATLAB 6 进行了测试。

## 致谢

本书的 Simulink 仿真指南是在德国慕尼黑科技大学通信工程学院开发的实验课程的基础上进行修改和扩充的版本。我们谨对 Joachim Hagenauer 教授支持写作本书并允许使用这个软件表示感谢。同时,我们也要感谢 Christian Buchner 和 Christoph Renner,他们完成了大部分编程工作。我们对 MathWorks 允许提供标准学生版中未包括的某些 Simulink 模块表示衷心感谢,还要对 MathWorks 的 Stuart McGarrity 所给予的有益指点表示诚挚的谢意。

本书经过了 Hyuck M. Kwon( Wichita 州立大学), Ting-Chung Poon(弗吉尼亚理工学院和州立大学)和 Sumit Roy(华盛顿大学)的审阅,对于他们给出的很有见地的评注,我们表示由衷的感谢。

# 目 录

<b>第 1 章 信号与线性系统</b> .....	1
1.1 概述 .....	1
1.2 傅里叶级数 .....	1
1.3 傅里叶变换 .....	14
1.4 功率和能量 .....	26
1.5 带通信号的低通等效 .....	28
1.6 习题 .....	33
<b>第 2 章 随机过程</b> .....	36
2.1 概述 .....	36
2.2 随机变量的产生 .....	36
2.3 高斯和高斯-马尔可夫过程 .....	39
2.4 随机过程的功率谱和白色过程 .....	45
2.5 随机过程的线性滤波 .....	50
2.6 低通和带通过程 .....	54
2.7 数字通信系统的 Monte Carlo 仿真 .....	58
2.8 习题 .....	61
<b>第 3 章 模拟调制</b> .....	64
3.1 概述 .....	64
3.2 幅度调制 .....	64
3.3 AM 信号的解调 .....	82
3.4 角调制 .....	95
3.5 习题 .....	102
<b>第 4 章 模拟-数字转换</b> .....	105
4.1 概述 .....	105
4.2 信息的度量 .....	105
4.3 量化 .....	110
4.4 习题 .....	135
<b>第 5 章 基带数字传输</b> .....	138
5.1 概述 .....	138
5.2 二进制信号传输 .....	138
5.3 多幅度信号传输 .....	156
5.4 多维信号 .....	165
5.5 习题 .....	178
<b>第 6 章 带限信道的数字传输</b> .....	180
6.1 概述 .....	180

6.2	数字 PAM 信号的功率谱 .....	180
6.3	带限信道特性和信道失真 .....	183
6.4	码间干扰的特性 .....	192
6.5	带限信道的通信系统设计 .....	196
6.6	线性均衡器 .....	207
6.7	非线性均衡器 .....	217
6.8	习题 .....	220
<b>第 7 章</b>	<b>载波调制的数字传输 .....</b>	<b>224</b>
7.1	概述 .....	224
7.2	载波幅度调制 .....	224
7.3	载波相位调制 .....	228
7.4	正交幅度调制 .....	242
7.5	载波频率调制 .....	248
7.6	多载波调制和 OFDM .....	257
7.7	通信系统中的同步 .....	262
7.8	习题 .....	271
<b>第 8 章</b>	<b>信道容量和编码 .....</b>	<b>275</b>
8.1	概述 .....	275
8.2	信道模型和信道容量 .....	275
8.3	信道编码 .....	284
8.4	习题 .....	310
<b>第 9 章</b>	<b>扩频通信系统 .....</b>	<b>313</b>
9.1	概述 .....	313
9.2	直接序列扩频系统 .....	313
9.3	PN 序列的产生 .....	322
9.4	跳频扩频 .....	327
9.5	习题 .....	336
<b>第 10 章</b>	<b>数字调制方法的 Simulink 仿真指南 .....</b>	<b>338</b>
10.1	概述 .....	338
10.2	Simulink 简介 .....	338
10.3	启动仿真程序 .....	344
10.4	脉冲成形 .....	345
10.5	二元相移键控 .....	354
10.6	正交相移键控 .....	364
10.7	偏移 QPSK .....	371
10.8	最小频移键控 .....	375
10.9	16 电平正交幅度键控 .....	379
10.10	习题 .....	384
<b>参考文献</b>	<b>.....</b>	<b>386</b>

# 第 1 章 信号与线性系统

## 1.1 概述

本章回顾了通信系统分析中用到的一些线性系统分析的基本方法和技术。在通信系统研究中有两个基本问题是一定要搞清楚的,其中一个问题是线性系统及其在时域和频域的特性,另一个问题是随机信号的概率与分析。大多数通信信道以及发射和接收装置中的很多部分,都可以用线性时不变(LTI)系统来建模,所以来自于线性系统分析中的一些著名方法和技术都能在通信系统分析中使用。我们的讨论重点放在频域分析方法上,因为在通信系统分析中这是最常用的技术。本章的讨论从傅里叶级数和傅里叶变换开始,然后再包括功率和能量的概念、采样定理以及带通信号的低通表示等。

## 1.2 傅里叶级数

一个线性时不变系统的输入/输出关系由如下卷积积分定义:

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau \quad (1.2.1)$$

式中  $h(t)$  记为系统的冲激响应,  $x(t)$  为输入信号,  $y(t)$  则为输出信号。如果  $x(t)$  是一个由

$$x(t) = Ae^{j2\pi f_0 t} \quad (1.2.2)$$

给出的复指数信号,那么输出则为:

$$\begin{aligned} y(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} Ae^{j2\pi f_0(t-\tau)} h(\tau)d\tau \\ &= A \left[ \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)e^{-j2\pi f_0 \tau} d\tau \right] e^{j2\pi f_0 t} \end{aligned} \quad (1.2.3)$$

换句话说,该输出是一个与输入信号具有相同频率的复指数。但是,输出的(复)振幅是输入(复)振幅乘以:

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)e^{-j2\pi f_0 \tau} d\tau$$

应该注意到,上式这个量是该 LTI 系统冲激响应  $h(t)$  和输入信号频率  $f_0$  的函数。因此,计算 LTI 系统对指数输入的响应特别容易。这样,在线性系统分析中应该寻找一些将信号展开成复指数之和的方法。傅里叶级数和傅里叶变换就是利用复指数来展开信号的技术。

当采用信号集合  $\{e^{j2\pi n t/T_0}\}_{n=-\infty}^{\infty}$  作为展开式的基时,傅里叶级数就是周期为  $T_0$  的周期信号的正交展开。利用这个基,任何周期为  $T_0$  的周期信号  $x(t)$ <sup>①</sup> 都可以表示为:

① 傅里叶级数存在的充分条件是  $x(t)$  满足狄里赫利(Dirichlet)条件。详见参考文献[1]。

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n e^{j2\pi n t/T_0} \quad (1.2.4)$$

式中  $x_n$  称为该信号  $x(t)$  的傅里叶级数系数,并由下式给出:

$$x_n = \frac{1}{T_0} \int_{\alpha}^{\alpha+T_0} x(t) e^{-j2\pi n t/T_0} dt \quad (1.2.5)$$

其中,  $\alpha$  是任意常数,可按使该积分式计算简便来选取。频率  $f_0 = 1/T_0$  称为该周期信号的基波频率,而  $f_n = n f_0$  称为第  $n$  次谐波。在大多数情况下,  $\alpha = 0$  或  $\alpha = -T_0/2$  都是一种好的选取方案。

这种形式的傅里叶级数称为指数形式的傅里叶级数,它既能用于实值,也能用于复值信号  $x(t)$ ,只要它们都是周期的。一般来说,傅里叶级数  $\{x_n\}$  是复数,即使当  $x(t)$  是一个实值信号时也是如此。

当  $x(t)$  是一个实值周期信号时,有:

$$\begin{aligned} x_{-n} &= \frac{1}{T_0} \int_{\alpha}^{\alpha+T_0} x(t) e^{j2\pi n t/T_0} dt \\ &= \frac{1}{T_0} \left[ \int_{\alpha}^{\alpha+T_0} x(t) e^{-j2\pi n t/T_0} dt \right]^* \\ &= x_n^* \end{aligned} \quad (1.2.6)$$

由此显然可得:

$$\begin{cases} |x_n| = |x_{-n}| \\ \angle x_n = -\angle x_{-n} \end{cases} \quad (1.2.7)$$

因此,实值信号的傅里叶级数系数具有埃爾米特对称性,即它们的幅值是偶函数,相位是奇函数(或者说,它们的实部是偶函数,虚部是奇函数)。

傅里叶级数的另一种形式称为三角函数形式的傅里叶级数,它仅适用于实值周期信号。定义

$$x_n = \frac{a_n - j b_n}{2} \quad (1.2.8)$$

$$x_{-n} = \frac{a_n + j b_n}{2} \quad (1.2.9)$$

再利用欧拉公式

$$e^{-j2\pi n t/T_0} = \cos\left(2\pi t \frac{n}{T_0}\right) - j \sin\left(2\pi t \frac{n}{T_0}\right) \quad (1.2.10)$$

可得:

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{T_0} \int_{\alpha}^{\alpha+T_0} x(t) \cos\left(2\pi t \frac{n}{T_0}\right) dt \\ b_n &= \frac{2}{T_0} \int_{\alpha}^{\alpha+T_0} x(t) \sin\left(2\pi t \frac{n}{T_0}\right) dt \end{aligned} \quad (1.2.11)$$

因此,

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(2\pi t \frac{n}{T_0}\right) + b_n \sin\left(2\pi t \frac{n}{T_0}\right) \quad (1.2.12)$$

注意,对于  $n=0$ ,总有  $b_0=0$ ,所以  $a_0=2x_0$ ,再定义

$$\begin{cases} c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \\ \theta_n = -\arctan \frac{b_n}{a_n} \end{cases} \quad (1.2.13)$$

并利用下列关系:

$$a \cos \phi + b \sin \phi = \sqrt{a^2 + b^2} \cos\left(\phi - \arctan \frac{b}{a}\right) \quad (1.2.14)$$

就可以将式(1.2.12)写成

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos\left(2\pi t \frac{n}{T_0} + \theta_n\right) \quad (1.2.15)$$

这就是对于实值周期信号傅里叶级数展开的第三种形式。实值周期信号的傅里叶级数  $\{x_n\}$  与  $a_n, b_n, c_n, \theta_n$  的关系一般是通过下式联系起来的:

$$\begin{cases} a_n = 2\operatorname{Re}[x_n] \\ b_n = -2\operatorname{Im}[x_n] \\ c_n = |x_n| \\ \theta_n = \angle x_n \end{cases} \quad (1.2.16)$$

将  $|x_n|$  和  $\angle x_n$  对  $n$  或  $nf_0$  作图, 该图称为  $x(t)$  的离散频谱。  $|x_n|$  的图通常称为幅度谱, 而  $\angle x_n$  的图则称为相位谱。

如果  $x(t)$  是实值且为偶函数, 即  $x(-t) = x(t)$ , 那么取  $\alpha = -T_0/2$  之后则有

$$b_n = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t) \sin\left(2\pi t \frac{n}{T_0}\right) dt \quad (1.2.17)$$

因为被积函数是  $t$  的奇函数, 该积分的值为零。因此, 对于实值偶信号  $x(t)$  来说, 所有  $x_n$  都是实数。这时三角函数型的傅里叶级数全部由余弦函数构成。同理, 若  $x(t)$  是实值且为奇函数, 即  $x(-t) = -x(t)$ , 则有

$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_{\alpha}^{\alpha+T_0} x(t) \cos\left(2\pi t \frac{n}{T_0}\right) dt \quad (1.2.18)$$

的积分值为零, 所有  $x_n$  均为虚数, 这时三角函数型傅里叶级数全部由正弦函数构成。

### 解答题

#### 解答题 1.1 [矩形信号串的傅里叶级数]

设周期为  $T_0$  的周期信号  $x(t)$  定义为:

$$x(t) = A\Pi\left(\frac{t}{2t_0}\right) = \begin{cases} A, & |t| < t_0 \\ \frac{A}{2}, & t = \pm t_0 \\ 0, & \text{其余 } t \end{cases} \quad (1.2.19)$$

这里,  $|t| \leq T_0/2, t_0 < T_0/2$ 。短形信号  $\Pi(t)$  按惯例定义为:

$$\Pi(t) = \begin{cases} 1, & |t| < \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}, & t = \pm \frac{1}{2} \\ 0, & \text{其余 } t \end{cases} \quad (1.2.20)$$



图 1.1 所示的是  $x(t)$  的图。

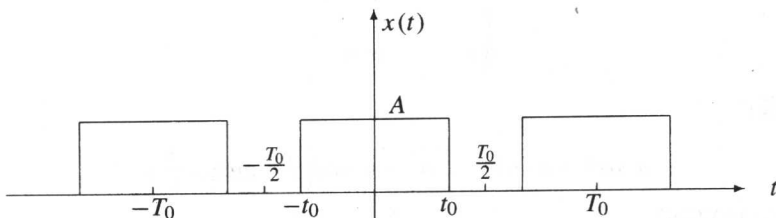


图 1.1 解说题 1.1 中的信号  $x(t)$

假定  $A = 1$ ,  $T_0 = 4$  和  $t_0 = 1$ ,

1. 求分别用指数和三角函数展开的  $x(t)$  的傅里叶级数系数。
2. 画出  $x(t)$  的离散谱。

### 题 解

1. 导出  $x(t)$  展开式的傅里叶级数系数有:

$$\begin{aligned} x_n &= \frac{1}{4} \int_{-1}^1 e^{-j2\pi n t / 4} dt \\ &= \frac{1}{-2j\pi n} [e^{-j2\pi n / 4} - e^{j2\pi n / 4}] \end{aligned} \quad (1.2.21)$$

$$= \frac{1}{2} \operatorname{sinc}\left(\frac{n}{2}\right) \quad (1.2.22)$$

其中  $\operatorname{sinc}(x)$  定义为:

$$\operatorname{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x} \quad (1.2.23)$$

图 1.2 就是  $\operatorname{sinc}$  函数的图形。显然,所有  $x_n$  都是实数,因为  $x(t)$  为实函数且为偶函数,所以

$$\begin{cases} a_n = \operatorname{sinc}\left(\frac{n}{2}\right) \\ b_n = 0 \\ c_n = \left| \operatorname{sinc}\left(\frac{n}{2}\right) \right| \\ \theta_n = 0, \pi \end{cases} \quad (1.2.24)$$

注意,当  $n$  为偶数时,  $x_n = 0$  ( $n = 0$  例外,这时  $a_0 = c_0 = 1$ , 并且  $x_0 = \frac{1}{2}$ )。利用这些系数,有

$$\begin{aligned} x(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} \operatorname{sinc}\left(\frac{n}{2}\right) e^{j2\pi n t / 4} \\ &= \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{sinc}\left(\frac{n}{2}\right) \cos\left(2\pi t \frac{n}{4}\right) \end{aligned} \quad (1.2.25)$$

图 1.3 显示的是当  $n = 0, 1, 3, 5, 7$  和  $9$  时,该傅里叶级数在一个周期内对该信号的近似情况。可以注意到,随着  $n$  的增加,近似的波形会变得越来越接近原信号  $x(t)$ 。

2. 注意,  $x_n$  总是实数,因此根据它的符号,相位不是  $0$  就是  $\pi$ 。 $x_n$  的幅度是  $\frac{1}{2} \left| \operatorname{sinc}\left(\frac{n}{2}\right) \right|$ , 离散谱如图 1.4 所示。

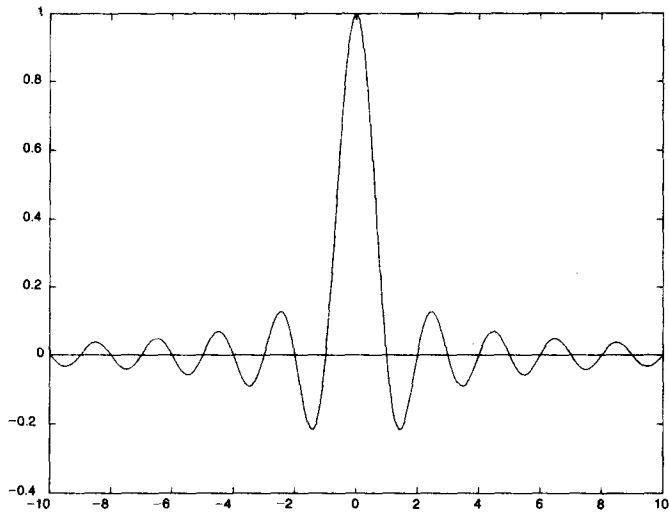


图 1.2 sinc 信号

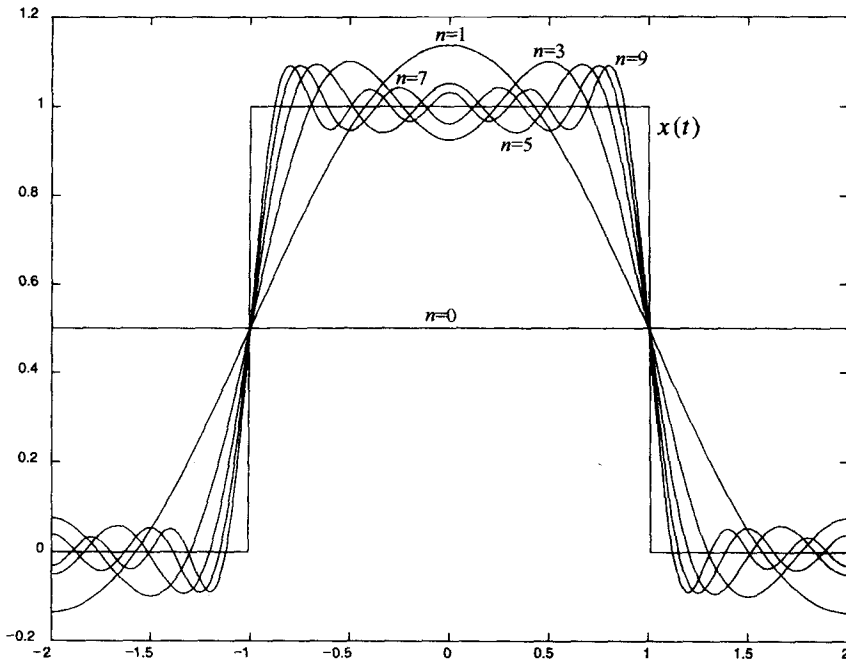


图 1.3 在解答题 1.1 中,对矩形脉冲的各种傅里叶级数的近似

下面是画出信号离散谱的 MATLAB 脚本。

**m 文件**

```
% MATLAB script for Illustrative Problem 1.1.
n=[-20:1:20];
x=abs(sinc(n/2));
stem(n,x);
```