

大学物理实验

游佩林 郑仲森 刘贵昂 主编

华南理工大学出版社

大学物理实验

主编 游佩林 郑仲森 刘贵昂
参编 封余军 王 慧 李慎德 陈 用

华南理工大学出版社

·广州·

图书在版编目 (CIP) 数据

大学物理实验/游佩林, 郑仲森, 刘贵昂主编. —广州: 华南理工大学出版社, 2003.8
(2005.2 重印)

ISBN 7-5623-1965-0

I. 大… II. ①游…②郑…③刘… III. 物理学-实验-高等学校-教材 IV. O4-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 054191 号

总发行: 华南理工大学出版社 (广州五山华南理工大学 17 号楼, 邮编 510640)

发行部电话: 020-87113487 87111048 (传真)

E-mail: scut202@scut.edu.cn

<http://www.scutpress.com.cn>

责任编辑: 陈 蓝 欧立局

印刷者: 广东省农垦总局印刷厂

开 本: 787×1092 1/16 印张: 12.75 字数: 306 千

版 次: 2005 年 2 月第 1 版第 2 次印刷

印 数: 4 101~5 100 册

定 价: 20.50 元

版权所有 盗版必究

前 言

大学物理实验是理、工、农、医等各类专业大学生必修的一门单独设置的基础课,是培养和提高学生科学实验能力和创新精神的重要课程。我们依据我国现行的《高等工业学校工科物理实验教学基本要求》并参考《高等农业院校农牧类物理教学大纲》,以湛江海洋大学多年使用的“大学物理实验”讲义为基础,充分吸收物理实验改革的优秀成果,按照新的教学体系,重新编写了本书。

打好基础、精选内容、利于教学、有所创新是贯穿全书的指导思想。在抓好规范化教学的基础上,我们注意加强综合性、应用性实验的训练,突出主动性和创新意识的培养。

为了适应素质教育和培养创新能力的需要,本教材编写过程中,注意体现如下几个特点:

(1) 列入了计算机仿真实验内容。我们的实践表明,这将大大提高学生做实验的兴趣和计算机的应用能力,这是本教材创新之处。

(2) 第一章“测量误差与数据处理基础”系统地介绍了误差的概念、测量和测量结果的处理,是实验课最基本的重要内容。为了加强对这一部分内容的理解,本教材有针对性地增加了一些例题与练习题。

(3) 教材除按力学、热学、电磁学、光学基础实验内容编排外,还加强了近代物理实验与综合性实验,增添了若干设计性实验,使学生经过上述实验教学环节的训练,实验技能和创新能力都得到提高。

(4) 每个实验的开头都介绍了该实验的意义或历史背景作为实验知识的扩充。每个实验之后均列有练习与思考题供学生对实验内容作进一步的分析、巩固与提高。

本书的编写得到湛江海洋大学物理系全体老师特别是郑碧华、汤照老师的大力支持,在此,我们谨致以衷心的感谢!由于水平有限,书中难免有疏漏和不妥之处,恳请读者不吝指正,以便进一步改正。

编 者

2003年7月

目 录

绪 论	1
第一章 测量误差与数据处理基础	4
第二章 力学与热学实验	26
实验一 固体密度的测量	26
实验二 速度和加速度的测定	33
实验三 验证牛顿第二定律	40
实验四 动量守恒定律的研究	44
实验五 气轨上简谐振动的研究(设计性实验)	46
实验六 测定钢丝的杨氏弹性模量	47
实验七 扭摆法测刚体的转动惯量	51
实验八 用混合法测量冰的溶解热	55
实验九 用电热法测定热功当量	58
实验十 液体粘滞系数的测量	62
第三章 电磁学实验	66
实验十一 观测电路元件的伏安特性曲线(设计性实验)	66
实验十二 直流电桥测电阻	67
实验十三 模拟法测绘静电场	69
实验十四 电表的改装与校正	72
实验十五 万用表的使用	75
实验十六 电位差计测量温差电动势	78
实验十七 示波器的使用	82
实验十八 用示波器观测磁滞回线	89
实验十九 电子束的加速和电偏转	93
实验二十 电子束的磁偏转	96
实验二十一 密立根油滴法测定电子电荷	98
实验二十二 霍耳元件系数的测量	104
第四章 光学实验	109
实验二十三 薄透镜焦距的测定	109
实验二十四 用平行光管测定透镜焦距与分辨率	114
实验二十五 单缝衍射相对光强分布的测定	118
实验二十六 双棱镜干涉测量光波波长	121
实验二十七 牛顿环	124
实验二十八 分光计的调节及棱镜角的测定	128
实验二十九 用分光计测定棱镜玻璃的折射率	134
实验三十 光栅常数及角色散率的测定	138
实验三十一 照相、印相及放大	142

第五章 综合性及近代物理实验	148
实验三十二 迈克尔逊干涉仪.....	148
实验三十三 小型棱镜摄谱仪的使用.....	152
实验三十四 全息照片的摄制.....	160
实验三十五 全息光栅的摄制(设计性实验).....	163
实验三十六 声速的测量.....	164
实验三十七 夫兰克-赫兹实验	168
实验三十八 塞曼效应.....	170
实验三十九 光电效应.....	174
第六章 计算机仿真实验	178
实验四十 凯特摆测重力加速度.....	178
实验四十一 螺线管磁场及其测量.....	183
实验四十二 用分光计测棱镜的折射率.....	186
实验四十三 氢氘原子光谱拍摄.....	191
附 录	195
附表 1 基本物理量常数	195
附表 2 单位词冠	195
附表 3 在 20℃ 时常用固体和液体的密度.....	196
附表 4 在 20℃ 时某些金属的杨氏弹性模量.....	196
附表 5 某些温度下液体的粘滞系数	196

绪 论

物理学是一门实验科学,其理论的建立都是以严格的物理实验为基础,并且必须经过实验的验证。实验对物理学的重要性是不言而喻的。

在高等院校的工科各专业以及部分农科专业中单独开设物理实验课程,不仅可以加深学生对物理学理论的理解,更重要的是培养学生将物理实验本身一整套的理论、方法、习惯和技能广泛地应用于各门学科的研究。所以,学好物理实验对学生的后续实验课的学习、今后的工作,乃至将来在探索和开拓科技新领域等方面都将产生深远的影响。

一、物理实验课的目的

(1)通过对物理量的测量和对实验现象的观察、分析,把理论和实际结合起来,进一步加深对物理学的某些概念、规律和理论的认识和理解,提高运用理论分析和解决问题的能力。

(2)培养并逐步提高学生的科学实验的能力。通过对学生进行物理实验方法和物理实验技能的基本训练,使学生熟悉一些基本物理量的测量方法,掌握常用仪器的基本原理、性能及其使用方法,能够正确地记录和处理实验数据,进行误差估算和表达实验结果,并能撰写合乎要求的实验报告。

(3)培养学生成为一名高级科技人才所必须具备的科学实验素质和修养,其中包括严谨踏实的工作作风,实事求是的科学态度,勇于探索、刻苦钻研的精神和互相协作、遵守纪律、爱护公物的优良品德等。

二、物理实验的 3 个重要环节

物理实验是一门理论与实践相结合的智能性课程,是学生进入大学后接受系统实验方法和实验技能训练的开端。与物理学教学不同,在实验课上,学生的学习活动有较大的独立性,实验指导教师通常对实验只作简要的介绍,不作系统的陈述。在实验过程中,教师也只在适当的时候给学生一些必要的指导和帮助,基本上要求学生独立地完成自己的实验。因此,要学好这门课程,除了要有坚实的理论基础外,还必须充分发挥自己的主观能动性,既动手又动脑。具体说来,要紧紧抓住以下的 3 个重要环节。

1. 实验预习

实验课前必须认真阅读教材,查阅有关资料,明确本次实验目的,弄清实验原理,了解实验方法、仪器性能,记住实验的基本步骤及注意事项,并在实验报告纸上写好预习报告。

预习报告一般包括以下内容:

- (1)实验名称;
- (2)实验目的;
- (3)实验仪器;
- (4)实验步骤;
- (5)数据记录表格(根据实验的要求,设计好原始数据的记录表格,注意适当留有余地,

以便使用时可以进行补充、修改)。

如果不做好课前预习,则难以在规定的时间内完成实验任务,更无法获得预期的结果,甚至会酿成重大事故,务请注意。

2. 课堂实验

实验是一种有目的的实践活动。为确保自己和他人的实验能安全、顺利地进行,学生在实验室中必须自觉地遵守实验室规则。

进入实验室后,首先对照实物,辨认将要操作的仪器、设备,并将它们的规格和编号记入预习报告的“实验仪器”栏中。注意各开关、旋钮、连接点的位置及其功能。接着,按照原理图连接装置或电路。仪器的摆放应井井有条,便于操作、读数和记录。然后,进行认真的检查,并经教师认可后,方可接通电源进行调试。将仪器调整到满足正常工作的要求后,如条件允许,可用少许时间先行试测若干组数据,概略地检测一下自己是否掌握了测量程序、读数方法以及仪器设备能否在实验所要求的范围内正常运行等。之后即可进行正式测量。

将测量所获得的数据用钢笔或圆珠笔清楚工整地记入预习报告的数据记录表格中(注意单位、有效数字)。

要严肃地对待测量数据,忠实地把它们(包括那些可疑数据)记录下来。数据一经记录,就不可随意涂改。对那些有明确理由认为是错误的数字,确要修改时,可在原数据上画上一线条(不要涂掉,以能看到原数据为限),然后在其旁记上更改的数据。或许,以后你会发现画掉的那个数据是有用的。

必须强调,学生做实验的目的并非只是为了获得一些“理想”数据。以后我们会看到,任何实验结果必然与理论值有差异。所以,无需关注数据的好坏,重要的是要逐步学会分析实验,找出错误的原因以及对自己的实验结果的可信赖程度作出正确的评估。

记完数据后不要立即拆除线路,应先对数据进行复核,检查数据是否齐全,粗略估算一下数据是否合理。如发现异常数据,应作核实,必要时重新测量。全部数据经教师检查合格并签名后,才可进行实验的收拾整理工作。

整理工作必须首先切断电源,然后再拆除线路。最后,将仪器、装置和其他用具按实验室的要求摆好,恢复原状,做好整洁工作,经老师同意后,才可离开实验室。

3. 撰写实验报告

撰写实验报告是对该次实验课的全面总结和加深理解的过程,也是提高实践工作能力的一种训练,要高度重视,认真做好。实验报告要独立完成,不允许相互抄袭或篡改数据,拼凑实验结果。报告要文理通顺,简单明了,字迹清楚,图表规范。

实验报告通常包括以下内容:

(1)实验名称;

(2)简要原理(用自己的语言扼要陈述实验原理,写出基本公式,画出主要的示意图、原理图等);

(3)数据表格(根据实验项目,设计合理的表格,把整理好的数据和运算结果填入表格中);

(4)数据处理(待测量及其误差估计的主要计算步骤,实验结果);

(5)讨论(对实验中观察到的现象特别是异常现象的解释;对实验结果及其主要误差因素的分析讨论;对实验的心得体会和改进实验的建议;对实验思考题的回答等等。讨论要结

合自己的实际情况,有感而发,不要泛泛而谈,人云亦云)。

实验报告完成后,将预习报告附在其后,待下次实验时一齐缴交。

三、物理实验室规则

(1)上课时须缴交上一次的实验报告(有教师签名的该次实验的预习报告附在其后)及本次实验的预习报告,经指导教师检查并同意后,方可进入实验室。

(2)进入实验室后,即在签到板上签到。在实验室内,要遵守纪律,保持安静,保持清洁,不准吸烟和乱抛纸屑等杂物。

(3)注意安全,防止发生人身事故和其他重大事故。使用电源时,须经教师检查线路许可后,才能接通电源。严禁违反用电规程。

(4)爱护仪器设备,不得擅自调换、搬弄仪器;使用仪器时,必须严格按照操作规程进行,不是测量需要或不明确规程的,绝对不允许胡乱动用仪器;仪器如有损坏,应主动向指导老师报告,并照章赔偿。

(5)实验完成后(数据老师已经审阅、签名),应切断电源,将仪器整理还原,并做好整洁工作。经教师同意后,才能离开实验室。

第一章 测量误差与数据处理基础

一、测量的基本概念

物理实验的目的通常是使用一些仪器,通过一系列的操作,测定一些物理量的大小,用以验证某一规律或寻找尚未知道的物质运动规律。

可见,物理实验都离不开测量。

所谓测量,就是借助具有计量标准单位的仪器,将待测量与选作计量单位的同类量进行比较,从而确定其倍数的过程。

按测量的方式划分,测量可以分为直接测量和间接测量。

直接测量:可以用仪器或量具直接读出测量值的测量。

对被测物理量进行直接测量时,其量值无需通过物理公式的辅助计算而直接从仪器上获得。例如,用直尺测量物体的长度,用天平测量物体的质量,用秒表测量物体的运动时间,用水银温度计测量水的温度,用伏特计测量某电路两端的电压等等。

用直接测量的方式测得的物理量称为直接测量量。

间接测量:对于多数物理量,并没有直接读数用的仪器,必须用间接的办法进行测量,即先用直接测量的方式测得一组与待测物理量相关的直接测量量,然后运用物理定律或其他关系式,求得该物理量。例如,可以用单摆对当地的重力加速度进行间接测量:可先测得直接测量量——单摆的摆长 L 和周期 T ,然后根据单摆的周期公式

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

将重力加速度 $\left(g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}\right)$ 计算出来。

用间接测量的方式测得的物理量称为间接测量量。

在一般的实验中,大多数测量是间接测量。当然,随着实验技术的发展,会有越来越多的物理量可以进行直接测量。对某个物理量的测量究竟采用哪种方式,除了要看实验室的条件外,还需要看实验本身的要求而定。

二、误差的基本概念

1. 测量值与真值

任何物质都有其自身的各种各样的特性并遵循着一定的运动规律。在一定的条件下,反映这些特性和规律的每一个物理量的量值是客观存在的,某物理量所具有的客观的真实的量值,称为该物理量的真值,记作 T 。

显然,所有测量的目的都是力图获得真值。

但是,在实际测量中,由于所采用的实验方法不可能绝对完善,测量的仪器不可能无限精确,测量者感官的分辨能力、灵敏性等总有一定的限度,还有实验环境的影响、理论的近似

性等等原因,所以真值一般无法测得,任何实验的测量值跟真值总是存在差异,即测量值都是真值的近似值。

2. 误差

测量值总是真值的近似值。测量值与真值之间的差值,称为测量误差,简称为误差,用公式表示为

$$\epsilon = x - T$$

其中 ϵ 代表误差, x 代表测量值, T 代表真值。

误差的大小反映了测量值的可信程度,也反映了人们的认识接近客观真实的程度。

误差存在于一切测量之中,而且误差贯穿于每个实验的全过程。每使用一种仪器,每进行一次测量,都存在误差。实验的仪器设备越复杂,经历的时间越长,引进误差的机会就越多。因此,任何一个测量结果,如果不对其误差给出一个适当的估计值,则这个测量结果是没有意义的。

根据误差的性质、产生原因及其规律性,可将误差分为系统误差和偶然误差。

(1) 系统误差。

系统误差是由实验系统所造成的,其特征是具有确定性。在同一条件下的多次重复测量中,误差的数值和符号保持恒定。在条件改变时,误差值按固有的规律变化。

系统误差产生的主要原因有:

1) 仪器因素。因仪器的固有缺陷或安装调节不当所致。如仪器标尺刻度不准,零点没调好,天平立柱未调节至严格的铅直位置等。

2) 环境因素。环境条件偏离了预计的情况所致。如温度升高、气压降低等。

3) 个人因素。由测量者的不良习惯与偏向以及心理特点所造成。如用秒表计时,有些人读数总是偏大,而有些人读数又总是偏小等。

4) 理论因素。由实验理论和方法的近似性所引起。例如用单摆测量重力加速度时,显然无法完全满足单摆的周期公式

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

的成立条件,即其摆角趋于0;用高灵敏度天平测量物体的质量时,没有考虑空气浮力的影响,等等。

系统误差是由一些确定的因素所引起的,它总是使测量值偏向一边,要么总是偏大,要么总是偏小。所以,我们不能用增加测量次数的办法来减少系统误差。然而,系统误差的产生都有其确定的原因,因此从理论上讲,可以通过对实验系统,诸如实验原理、方法、步骤、使用的仪器设备、操作者的素质、实验条件等的全面分析,找出产生系统误差的原因,从而采取相应的措施,将其消除或减小至实验要求所允许的程度。此外,在某些情况下(如螺旋测微计的零点读数不为0),也可以事后对测量值进行修正。

当然,上面介绍的只是处理系统误差的原则。事实上,在实际测量中,发现并消除(或减小)系统误差是一项十分复杂的工作,常常要付出很多时间和精力。解决这个问题既需要扎实的理论知识,又需要丰富的实验经验,要根据具体情况,作出具体的分析,并采取不同的方法解决。而一个实验结果是否正确,首先就在于系统误差是否已被发现并将其减小到所要求的范围内。所以,在今后的实验中,必须充分注意可能出现的系统误差,不断总结经验,逐

步掌握如何发现系统误差的存在和来源以及消除或减小系统误差的办法。

(2)偶然误差。

由于无数微小的、各自独立的偶然因素的综合影响,造成每一次测量值的无规则的涨落,称为偶然误差(亦称随机误差)。

偶然误差的可能来源是,实验者的感官能力的波动、测量仪器示值的微小变动、环境条件的微小变化、外界的干扰甚至某些尚未发现的偶然因素的影响,等等。

偶然误差的特性是其随机性。在相同的条件下,对同一被测量的多次测量过程中,偶然误差的大小和符号都以不可预知的方式变化。偶然误差既不能控制也不能消除,但它服从统计规律,可以用数理统计的方法对其作出评定。

三、偶然误差的评估

真值是个理想的概念,它是无法确知的,所以测量值的误差也是不能确切知道的。于是,测量后的两项重要的任务是:确定真值的最佳估计值和评估测量的误差。

下面我们假设系统误差已经消除或修正,只讨论偶然误差的评估。

1. 偶然误差的分布规律

实践和理论都表明,在一定的条件下对某一待测量进行多次测量时,偶然误差服从高斯公理:

- 1)绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的次数多;
- 2)绝对值相等、符号相反的误差出现的可能性大致相等;
- 3)超过某一限度的误差,实际上不会出现;
- 4)当测量的次数趋于无限大时,误差的算术平均值趋于零。

设某次测量的误差落在 ϵ 到 $\epsilon + d\epsilon$ 区间的概率为 dp 。 dp 必定是 ϵ 的函数,且与 $d\epsilon$ 有关,即

$$dp = f(\epsilon)d\epsilon$$

$f(\epsilon)$ 称作偶然误差的概率密度,于是某次测量的误差落在区间 (ϵ_1, ϵ_2) 的概率为

$$p = \int_{\epsilon_1}^{\epsilon_2} f(\epsilon)d\epsilon$$

根据高斯公理,可导出偶然误差的概率密度的表达式为

$$f(\epsilon) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 \epsilon^2} \quad (0-1)$$

该函数的图线形如罩钟(钟形曲线),如图 0-1 所示。

显然,此函数符合归一化条件,即误差落在 $(-\infty, +\infty)$ 区间的概率为 1

$$p = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\epsilon)d\epsilon = 1 \quad (0-2)$$

上式表明,曲线与横轴间所包围的面积的大小为一常数“1”,而函数的极大值等于 $\frac{h}{\sqrt{\pi}}$,故 h 越大,曲线的极值越大,

曲线两侧必定越陡,下降得越快,从而相应的测量必然是绝对值小的误差出现的概率越大,

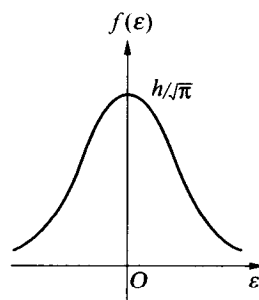


图 0-1 $f(\epsilon)$ - ϵ 关系图

测量的精密度越高。所以,称 h 为精度常数。

2. 真值的最佳估计值

设在一定的条件下对某一物理量进行了 n 次测量,各次的测量值分别是: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, 于是其算术平均值为

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + x_3 + \dots) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (0-3)$$

注意:为了书写简便,以后略去总和号上的求和范围,即将 $\sum_{i=1}^n x_i$ 写成 $\sum x_i$ 。

据高斯公理 4), 很容易得出推论: 当测量的次数 n 无限增加时, 算术平均值 $\bar{x}$ 将无限趋向于真值 T 。

事实上, 对任何的测量, 其测量次数总是有限的。显然, 在一组 n 次测量的数据中, 算术平均值 $\bar{x}$ 是最接近真值的, 所以称算术平均值 $\bar{x}$ 为最佳值或近真值。以后我们就用算术平均值作为被测量真值的最佳估计值。

如果测量量的误差中含有已知的系统误差, 则应将算术平均值 $\bar{x}$ 加上修正值(修正值与系统误差绝对值相等、符号相反)作为被测量真值的最佳估计值。

3. 偶然误差的估算

(1) 标准误差(均方根误差)。

设一组在同一条件下的 n 次测量值的误差分别为: $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \dots, \epsilon_n$, 由概率密度函数的特性可导出函数中的 h 的最佳值为

$$h = \frac{1}{\sqrt{2 \sum \frac{\epsilon_i^2}{n}}}$$

设 $\sigma = \sqrt{\frac{\sum \epsilon_i^2}{n}}$, 则有

$$h = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma}$$

即精度常数 h 与 σ 成反比。

此外, 利用概率积分公式 $p = \int_{\epsilon_1}^{\epsilon_2} f(\epsilon) d\epsilon$, 可求得在同一条件下的 n 次测量中, 当 n 足够大时, 其中任何一测量值的误差落在 $(-\sigma, +\sigma)$ 区间的概率为 68.27%, 落在 $(-2\sigma, +2\sigma)$ 区间的概率为 95.45%, 而落在 $(-3\sigma, +3\sigma)$ 区间的概率为 99.73%。

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum \epsilon_i^2}{n}} \quad (0-4)$$

称为标准误差(亦称均方根误差)。

因为任一测量值的误差落在 $(-3\sigma, +3\sigma)$ 以外的概率不到 0.3%, 所以常将 3σ 称为极限误差。

标准误差反映了测量的精密度, 标准误差越小, 测量的精密度越高。标准误差的大小亦可用来反映偶然误差分布情况。例如某长度测量值的标准误差为 0.02 mm, 则表明任一测量值的误差有 68.27% 的可能在 ± 0.02 mm 之间, 而几乎不会超过 0.06 mm 的范围。

(2)标准偏差。

真值是个理想的概念,实际上是无法确知的,因此标准误差仅有理论意义。于是必须解决的问题是,当用算术平均值作为真值估计值时,它与真值偏离的情况如何?可信程度如何?换言之,若以算术平均值作为测量值,则如何估算测量的偶然误差?估算的方法很多,下面介绍其中一种常用的方法——用贝塞尔(Bessl)公式进行估算。

在同一条件下对某物理量进行了 n 次测量,获得各次的测量值: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, 其算术平均值为

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum x_i$$

贝塞尔公式利用上述数据对标准误差进行估算:

1)定义各次测量的偏差(残差) Δx_i 为

$$\Delta x_i = x_i - \bar{x}$$

应注意偏差(残差)与误差的区别。

2)各次测量的标准偏差(残差) S_x 为

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (0-5)$$

此式称为贝塞尔公式。

可以证明,当测量的次数 $n \rightarrow \infty$ 时,贝塞尔公式与高斯定义的标准误差是一致的。由于测量的次数总是有限的,所以实用上我们用 S_x 取代标准误差,用作对一组测量数据的可靠性的评价,并将 S_x 称为各次测量的标准偏差(残差)。理论计算指出,只要测量的次数足够多,则对于这组数据的任一测量值的误差落在 $(-S_x, +S_x)$ 区间的概率为 68.27%, 因此亦有人将 S_x 称之为单个测量的标准偏差或测量列的标准偏差。

标准误差与标准偏差是有区别的,标准偏差是对标准误差的一种估计,当测量的次数较多时(不少于 5 次),这种估计就较为符合实际情况;反之,就会有较大的出入。

3)算术平均值的标准偏差 $S_{\bar{x}}$

根据偶然误差的性质易知,在一列测量中,算术平均值的标准误差肯定小于各次测量的标准误差。那么,用来估计算术平均值的标准误差的算术平均值的标准偏差亦会小于各次测量的标准偏差。进一步的计算表明,平均值的标准偏差 $S_{\bar{x}}$ 是各次测量的标准偏差 S_x 的

$\frac{1}{\sqrt{n}}$, 即

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n(n - 1)}} \quad (0-6)$$

$S_{\bar{x}}$ 表示平均值的标准偏差。

(3)测量次数 n 的作用。

由平均值的标准偏差公式(0-6)可以看出,当测量次数 n 增加时,平均值的标准偏差将会减小,从而提高平均值的可靠程度,该结论是与偶然误差的性质一致的。因此在今后的物理实验中,只要条件允许,在测量时一般都应当进行多次重复测量。

但应注意,这并不意味着测量的次数越多越好,更不要企图单纯通过增加测量次数来提高测量的质量。因为增加测量次数虽然可以减小偶然误差,但对系统误差却是没有作用的。其次,从公式中可以看出,当测量次数增大到某一数值(例如 10 次)后,其减小偶然误差的作用就不明显了。此外,若测量的次数过多,势必引进一些偶然的不稳定因素,操作者亦容易产生疲倦,这样反而对减小偶然误差不利。所以,要具体情况具体分析,全面考虑,确定一个合理的测量次数。对于学生实验,建议一般测量 5~10 次。

必须指出,提高测量水平的根本途径是改进实验方法和仪器。

4. 实验中的差错

实验中的差错是由于实验者操作仪器的方法不正确,实验方法不合理,读错数据,记录失误等造成的,往往是操作者粗心大意或过度疲劳所致。如果不能及时发现实验的差错,这将会浪费时间和精力甚至造成重大损失。这种差错完全是人为的,是可以杜绝的。其实,只要实验者采取认真严肃的态度,一丝不苟地遵循实验规程,这些差错就可以避免。此外,在做实验的过程中,要善于一边观察一边分析思考,及时发现差错并予以更正。判定异常数据是否是坏数据的方法也有很多种。当测量的次数较多时,可用拉依达准则,即某次测量的数据的偏差若大于 3 倍标准偏差(极限偏差)时,则可认为该数据是坏数据而予以剔除。

应当指出,发现异常数据时,要进行重测,判断其确属坏数据时,就如绪论中所述,将其画上一线条(不要涂掉!),然后在其旁写上新数据。如复测时仍出现该数据,则不要轻易舍弃,事后要对其作进一步的研究分析,或许会有新的发现。

四、测量结果的表示

1. 用标准偏差表达测量结果

实验的测量结果应包括测量值和误差估算。以直接测量为例,测量结果以下列形式表达

$$x = \bar{x} \pm S_{\bar{x}}$$

$$E = \frac{S_{\bar{x}}}{\bar{x}} \times 100\%$$

式中 $\bar{x}$ 为算术平均值。如有系统误差,则 $\bar{x}$ 为算术平均值加上修正值(以下凡提及“ $\bar{x}$ ”或“ $\bar{x}$ ”,皆指此意义); $S_{\bar{x}}$ 为平均值的标准偏差。

$E = \frac{S_{\bar{x}}}{\bar{x}} \times 100\%$ 称作相对标准偏差,通常用百分数表示。

测量结果的优劣除了看其标准偏差外,还要看被测量本身的大小,即测量工作的质量主要是用其测量的相对标准偏差来判断的。例如,测得两个物体的长度分别是

$$L_1 = 6.36 \pm 0.02(\text{mm}), L_2 = 63.60 \pm 0.02(\text{mm})$$

它们的标准偏差相同,但它们的相对标准偏差却分别是

$$E_1 = \frac{0.02}{6.36} = 0.3\%, E_2 = \frac{0.02}{63.60} = 0.03\%$$

前者的相对标准偏差是后者的 10 倍,显然后者的测量质量比前者好。

此外,标准偏差的单位与被测量量的单位相同,所以不同物理量的测量是不能拿它们的

标准偏差进行比较的。但相对标准偏差是个纯数,此时却可以用它们的相对标准偏差进行比较。

测量结果的表示式: $x = \bar{x} \pm S_x$ 的统计意义是,当测量的次数足够多时,真值落在 $x = \bar{x} \pm S_x$ 范围内的概率是 68.27%。

2. 用算术偏差表达测量结果

用标准偏差表达测量结果比较科学,但其运算较繁杂。所以,对于初学者,为了易于掌握误差的一些最基本的概念,学会分析实验结果的一些最基本的方法,简化计算,也可以在测量结果的表达形式中用算术偏差来取代标准偏差。算术偏差的计算方法如下:

(绝对)算术偏差 Δx

$$\Delta x = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + |x_3 - \bar{x}| + \cdots + |x_n - \bar{x}|}{n} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n} \quad (0-7)$$

相对算术偏差 E

$$E = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \quad (0-8)$$

于是测量结果表示为

$$x = \bar{x} \pm \Delta x$$

$$E = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \times 100\%$$

在此强调指出,不管用什么形式表达实验结果,都必须包括不可分割的 3 个部分,即测量值的平均值、偏差和相对标准偏差,缺一不可。

例 1 用最小分度值为 0.02 mm 的游标卡尺测量一圆柱体的高度,各次测量的数据如下: 38.68、38.66、38.60、38.64、38.66(单位:mm),试分别用算术偏差和标准偏差表示其测量结果。

解 由题目所给的数据可编制表 0-1。

表 0-1 数据处理表

测量次序	1	2	3	4	5
测量数据 h_i (mm)	38.68	38.66	38.60	38.64	38.66
算术平均值(mm)	38.65				
$ h_i - \bar{h} $ (mm)	0.03	0.01	0.05	0.01	0.01

(1)用算术偏差表示测量结果。

各次测量的算术偏差

$$\Delta h = \frac{\sum |h_i - \bar{h}|}{n} = \frac{0.03 + 0.01 + 0.05 + 0.01 + 0.01}{5} = 0.02(\text{mm})$$

$$E = \frac{\Delta h}{\bar{h}} \times 100\% = \frac{0.02}{38.65} \times 100\% = 0.05\%$$

测量结果

$$h = 38.65 \pm 0.02(\text{mm}), E = 0.05\%$$

(2)用标准偏差表示测量结果。

各次测量的标准偏差

$$S_h = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0.03^2 + 0.01^2 + 0.05^2 + 0.01^2 + 0.01^2}{5-1}}$$

平均值的标准偏差

$$S_{\bar{h}} = \frac{S_h}{\sqrt{n}} = \frac{0.03}{\sqrt{5}} = 0.01(\text{mm})$$

测量结果

$$h = 38.65 \pm 0.01(\text{mm}), E = \frac{S_{\bar{h}}}{h} \times 100\% = \frac{0.01}{38.65} = 0.03\%$$

从本例可以看出,对于同一组的测量数据,用不同的方法进行误差估算,其结果会有差异。用算术偏差估算误差比较保守,它考虑了每次测量都出现最不利情况,并以此来评估测量结果的误差。所以在计算测量结果的算术偏差时,每次测量的偏差均取绝对值。实际上,出现这种情况的可能性(概率)是很小的,因而对测量结果的误差估算有所夸大。而标准偏差与高斯误差分布函数有着十分直接和简明的关系,用它表示测量结果有着明确的统计概率意义,也比较符合实际情况。不过,如前所述,为简化计算,突出误差分析的基本概念,便于初学者进行误差估算的基本训练,因此要求学生在实验中,先熟练掌握算术偏差的计算,用算术偏差分析、表达测量结果。当然,也应当逐步学会标准偏差的计算和运用,特别是在将来的实际工作中,通常是用标准偏差进行误差分析的。

前面曾多次强调“偏差”与“误差”的本质区别,不过一些书本的作者主张,当测量的次数足够多时,在实用上不必对两者加以区分,例如将“标准偏差”、“相对偏差”分别也叫作“标准误差”、“相对误差”等等,请读者阅读有关资料及解答问题时予以注意。

3. 单次测量结果的表示

(1)单次测量结果的表示。

前面提到,在物理实验中,对物理量的测量一般应该进行多次测量。但是在实际工作中可能因条件所限,有些测量只能进行一次。譬如在一些破坏性实验中的测量或者实验要求在动态中进行的测量,就无法进行重复测量。另外,有些实验的精确度要求不高,或者在间接测量中的某一物理量的误差对最后结果影响甚小,亦会对该物理量只进行一次测量。

在进行单次测量时,可简单地用仪器的基本误差限 $\Delta_{\text{仪}}$ 来表示测量偏差,即:

$$x = \bar{x} \pm \Delta_{\text{仪}}, E = \frac{\Delta_{\text{仪}}}{x} \times 100\%$$

用标准偏差或算术偏差表达单次测量结果时皆用此法。

(2) $\Delta_{\text{仪}}$ 的估算方法。

仪器的基本误差限通常可在仪器出厂检定书或技术标准中查到。在学生实验中,如实验室没有给出上述资料,可用以下简便方法估算 $\Delta_{\text{仪}}$:对刻度式仪表,取其最小分度值的一半;对数字式仪表,取其末位数的1个单位;对游标卡尺,则取其最小分度值。例如,最小分度值是1 mm的直尺的 $\Delta_{\text{仪}} = 0.5 \text{ mm}$;某数字显示的计时仪,若其时间的读数是1.304 s,则其 $\Delta_{\text{仪}} = 0.001 \text{ s}$;0.02 mm的游标卡尺的 $\Delta_{\text{仪}} = 0.02 \text{ mm}$,如此等等。此外,电表的仪器基本误差限,可根据我国国标的规定进行估算,估算公式为: $\Delta_{\text{仪}} = A_m \times k\%$,式中 A_m 为电表的