

高等学校数学教材配套辅导用书

概率统计教材辅导

(浙大三版·概率论与数理统计)

主 编 北京大学数学科学学院 章 昕
编 写 双 博 士 数 学 课 题 组
支 持 双博士网校 www.bbdd.cc
总策划 胡东华

 科学技术文献出版社

概率统计教材辅导

浙大三版·概率论与数理统计

主 编 北京大学数学科学学院 章昕
编 写 双 博 士 数 学 课 题 组
支 持 双博士网校 www.bbdd.cc
总策划 胡东华

科学技术文献出版社

Scientific and Technical Documents Publishing House

北 京

声明:本书封面及封底均采用双博士品牌专用图标(见右图);该图标已由国家商标局注册登记。未经本策划人同意,禁止其他单位或个人使用。



出 版 者 科学技术文献出版社
地 址 北京市复兴路 15 号(中央电视台西侧)/100038
邮 购 部 电 话 (010)82608021
门 市 部 电 话 (010)62534447/62543201
发 行 部 电 话 (010)82608013/82608022
发 行 部 传 真 (010)82608039
网 址 www.bbdd.cc
E-mail: sbs@bbdd.cc
策 划 编 辑 胡东华
责 任 编 辑 何卫峰 徐盼欣
责 任 校 对 何卫峰 徐盼欣
发 行 者 科学技术文献出版社发行 全国各地新华书店经销
印 刷 者 北京高岭印刷有限公司
版 (印) 次 2005 年 8 月第 3 版 第 1 次印刷
开 本 850×1168 32 开
字 数 485 千字
印 张 13.25
印 数 1~5000
定 价 14.80 元

©版权所有 违法必究

盗版举报电话:010-82608021(著作权者)

也可发短信至 10601089101858

本书无数码防伪标识为盗版

凡购买本社图书,如有字迹不清、缺页、倒页、脱页,由本社发行部负责调换。

前言

双博士品牌高校数学辅导系列丛书历年位居全国同类书销量排行榜榜首,有居高不下的人气指数!本书作为浙大三版的配套用书,讲解细致独到,丰富了教材应试技巧及方法点拨,集课堂辅导与应试攻略于一体,是一本经济实惠版学生用书。

本书在去年版本的基础上又做了精心修订,增添了部分小节,使之章节完全和教材吻合,结构更具系统化、科学性。

本书凸显以下特色:

知识网络图:以图表形式贯穿本章知识网络,提纲挈领,统领全章,使知识体系更加系统化。

知识卡片:汇集本章重要公式、定理,简洁扼要,易于记忆。

考试内容 & 理解记忆法:串讲概念、性质和定理,归纳记忆方法。

典型例题解析:精选各种经典题型,覆盖本章所有知识点,遵循数学最新教学大纲及数学考研大纲,并力求有所创新,并归纳出“技巧总结”,且对解题的关键步骤加有旁注,讲解细致犹如名师在侧。

历届考研真题评析:解析历年考研试题,总结历年考生的备考经验。大多数人都做过大量的真题和典型例题——当然,做到后来就不必再中规中矩,只认题型想解法即可。

本章自测题:本书的各章自测题就是在同学们对各章内容有了全面了解之后,给同学们一个检测、巩固的机会,对各种题型有个深刻的了解,从而下笔如有神。同时,也使同学们对各个知识点有更为深刻的理解,达到以此类推,互为贯通的效果。

双博士奉献:

1. 购双博士品牌丛书达36元者,可免费获一本赠书,购书领奖方法详见本书夹页。

2. 购书可获幸运奖,具体方法为:刮开本书数码防伪标识,如果您所购本书的ID数字最末4位幸运数字为6688,将该防伪标识及购书小票一并邮至:北京市海淀区(北京大学西南门外)苏州街18号长远天地大厦B1座十二层双博士图书邮购部(1206)(邮编100080),可获200元现金回赠。来信请注明您的太平洋卡或农行卡号及姓名。本幸运奖自实施以来,已产生2000元大奖数名。详情请登录www.bbdd.cc。

3. 本书封底贴有数码防伪标识(由10位ID和6位PW组成),凭此ID和PW可登录双博士网校(www.bbdd.cc),免费获得30积分,享受相对应的黄金会员权限。

考生在使用双博士系列丛书过程中遇到问题可登录双博士网校 www.bbdt.cc/bbs/ 我爱双博士下面留言提问,有问必答;也可发短信至10601089101858。另外双博士网校在全国举办考研专业课辅导(西医、经济类)远程教育网络班及面授班。欲知详情请登录 www.bbdt.cc。

4. 全国有三分之一的大学生和考研考生正在使用双博士图书,本品牌图书已成为全国最大的大学教辅图书品牌及知名考研图书品牌。以上举措为双博士对全国大学生和考研学生的真情奉献!

附:

来自北京大学研究生会的感谢信

双博士:

您好!

首先感谢您对北京大学“十佳教师”评选活动的热情支持和无私帮助!师恩难忘,北京大学“十佳教师”评选活动是北京大学研究生会的品牌活动之一,是北京大学所有在校研究生和本科生对恩师情谊的最朴素表达。

双博士作为大学教学辅导及考研领域全国最大的图书品牌之一,不忘北大莘莘学子和传道授业的老师,其行为将永久的被北大师生感怀和铭记。

作为考研漫漫征途上的过来人,双博士曾陪伴我们度过无数个考研岁月的日日夜夜,曾带给我们无数个明示和启发,当然也带给我们今天的成功。

特致此信,向双博士表达我们内心长久以来的感激之情,并祝愿双博士事业蒸蒸日上。

北京大学研究生会

二零零二年十二月

目 录

第一章 概率论的基本概念

本章知识网络图	(1)
知识卡片	(2)
§ 1.1 随机试验	(3)
§ 1.2 样本空间、随机事件	(4)
§ 1.3 频率与概率	(12)
§ 1.4 等可能概型(古典概型)	(14)
§ 1.5 条件概率	(20)
§ 1.6 独立性	(26)
同步自测题	(33)
同步自测题参考答案	(34)

第二章 随机变量及其分布

本章知识网络图	(39)
知识卡片	(39)
§ 2.1 随机变量	(41)
§ 2.2 离散型随机变量及其分布律	(42)
§ 2.3 随机变量的分布函数	(50)
§ 2.4 连续型随机变量及其概率密度	(57)
§ 2.5 随机变量的函数的分布	(65)
同步自测题	(76)
同步自测题参考答案	(77)

第三章 多维随机变量及其分布

本章知识网络图	(83)
知识卡片	(83)
§ 3.1 二维随机变量	(85)
§ 3.2 边缘分布	(93)
§ 3.3 条件分布	(104)
§ 3.4 相互独立的随机变量	(114)

§ 3.5 两个随机变量的函数的分布	(121)
同步自测题	(131)
同步自测题参考答案	(132)

第四章 随机变量的数字特征

本章知识网络图	(137)
知识卡片	(137)
§ 4.1 数学期望	(139)
§ 4.2 方差	(145)
§ 4.3 协方差及相关系数	(155)
§ 4.4 矩、协方差矩阵	(162)
同步自测题	(171)
同步自测题参考答案	(172)

第五章 大数定律及中心极限定理

本章知识网络图	(176)
知识卡片	(176)
§ 5.1 大数定理	(177)
§ 5.2 中心极限定理	(180)
同步自测题	(190)
同步自测题参考答案	(190)

第六章 样本及抽样分布

本章知识网络图	(193)
知识卡片	(194)
§ 6.1 随机样本	(196)
§ 6.2 抽样分布	(203)
同步自测题	(220)
同步自测题参考答案	(221)

第七章 参数估计

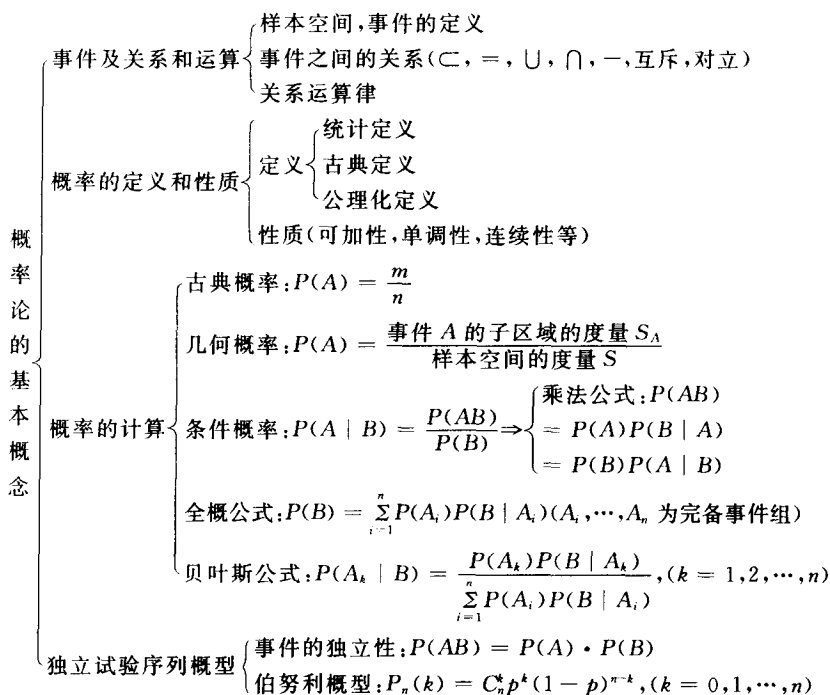
本章知识网络图	(228)
知识卡片	(229)
§ 7.1 点估计	(230)
§ 7.2 基于截尾样本的最大似然估计	(239)
§ 7.3 估计量的评选标准	(240)
§ 7.4 区间估计	(243)
§ 7.5 正态总体的均值与方差的区间估计	(247)

§ 7.6	(0-1)分布参数的区间估计	(251)
§ 7.7	单侧置信区间	(253)
	同步自测题	(263)
	同步自测题参考答案	(265)
第八章 假设检验		
	本章知识网络图	(273)
§ 8.1	假设检验	(273)
§ 8.2	正态总体均值的假设检验	(277)
§ 8.3	正态总体方差的假设检验	(283)
§ 8.4	置信区间与假设检验之间的关系	(288)
§ 8.5	样本容量的选取	(291)
§ 8.6	分布拟合检验	(292)
§ 8.7	秩和检验	(296)
	同步自测题	(302)
	同步自测题参考答案	(305)
第九章 方差分析及回归分析		
	本章知识网络图	(314)
	知识卡片	(314)
§ 9.1	单因素试验的方差分析	(315)
§ 9.2	双因素等重点试验的方差分析	(320)
§ 9.3	一元线性回归	(327)
§ 9.4	多元线性回归	(338)
第十章 随机过程及其统计描述		
	本章知识网络图	(346)
§ 10.1	随机过程的概念	(346)
§ 10.2	随机过程的统计描述	(347)
§ 10.3	泊松过程和维纳过程	(349)
	同步自测题	(350)
	同步自测题参考答案	(350)
第十一章 马尔可夫链		
	本章知识网络图	(352)
§ 11.1	马尔可夫过程及其概率分布	(352)
§ 11.2	多步转移概率的确定	(353)
§ 11.3	遍历性	(355)

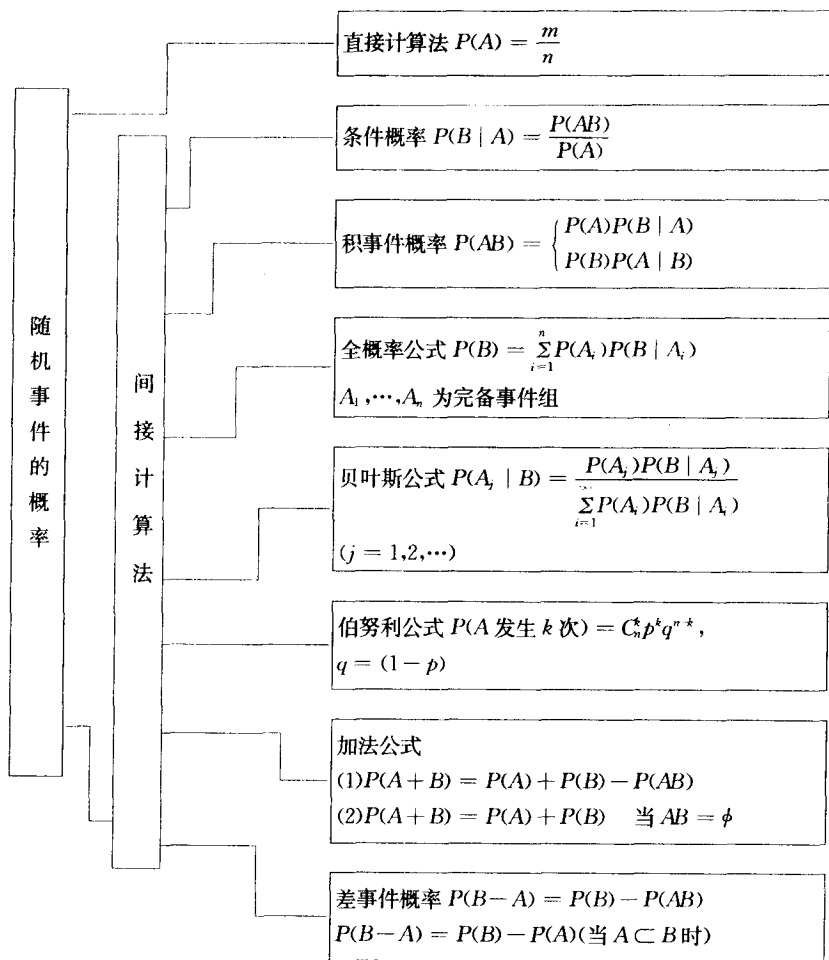
同步自测题	(356)
同步自测题参考答案	(357)
第十二章 平稳随机过程	
本章知识网络图	(359)
§ 12.1 平稳随机过程的概念	(359)
§ 12.2 各态历经性	(361)
§ 12.3 相关函数的性质	(363)
§ 12.4 平稳随机过程的功率谱密度	(364)
同步自测题	(365)
同步自测题参考答案	(366)
附录 A 浙江大学《概率论与数理统计》第三版课后习题答案	(369)
附录 B 2005 年硕士研究生入学考试数学(一)真题及解析	(388)
附录 C 数学一适用专业、常考知识点、考试要求及考点分布	(402)
附录 D 数学三适用专业、常考知识点、考试要求及考点分布	(407)
附录 E 数学四适用专业、常考知识点、考试要求及考点分布	(412)

第一章 概率论的基本概念

本章知识网络图



附:概率的计算方法简图



知识卡片

有限可加性 $P(A_1 \cup A_2 \cdots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_n)$
 $(A_1, A_2, \dots, A_n \text{ 两两不相容})$

逆事件 $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

加法公式 $i) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

$$ii) P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n) = \sum_{i=1}^n P(A_i) - \sum_{1 \leq i < j \leq n} P(A_i A_j) + \sum_{1 \leq i < j < k \leq n} P(A_i A_j A_k) + \cdots + (-1)^{n-1} P(A_1 A_2 \cdots A_n)$$

§ 1.1 随机试验

[考试内容及理解记忆法]

表 1.1 I 随机试验

名称	定 义	举例
随机试验	在概率论中,我们将具有以下三个特点的试验称为随机试验 1. 可以在相同的条件下重复进行 2. 每次试验的可能结果不止一个,并且能事先明确所有可能结果 3. 进行一次试验之前不能确定哪个结果会出现	试验 E: 将一枚硬币抛掷三次,观察正面 H,反面 T 出现的情况. 分析: 试验 E 有两种可能结果,出现 H 或出现 T,但抛掷前不能确定出现 H 还是 T,这个试验可以在相同的条件下重复进行.

[典型题型分析]

例 如何通过已知事件表达其他事件?

解 设 A, B, C 为已知事件,则

(1) “ A 发生而 B 与 C 都不发生”可表示为 $A\bar{B}\bar{C}$ 或 $A - B - C$ 或 $A - (B \cup C)$.

(2) “ A 与 B 都发生而 C 不发生”可表示为 $AB\bar{C}$ 或 $AB - C$ 或 $AB - ABC$.

(3) “ A, B, C 三事件都发生”可表示为 ABC .

(4) “ A, B, C 三事件都不发生”可表示为 $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ 或 $\overline{A \cup B \cup C}$.

(5) “ A, B, C 三事件至少有一个发生”可表为 $A \cup B \cup C$ 或 $A\bar{B}\bar{C} \cup \bar{A}B\bar{C} \cup \bar{A}\bar{B}C \cup AB\bar{C} \cup A\bar{B}C \cup \bar{A}BC \cup ABC$.

(6) “ A, B, C 中至少有两个发生”可表为 $AB \cup BC \cup AC$ 或 $AB\bar{C} \cup A\bar{B}C \cup \bar{A}BC$.

$\overline{A}BC \cup ABC.$

(7)“A、B、C中不多于一个发生”表为 $\overline{A}\overline{B}\overline{C} \cup \overline{A}\overline{B}C \cup \overline{A}B\overline{C} \cup \overline{A}BC$ 或 $\overline{A}\overline{B}\overline{C} \cup \overline{A}\overline{B}C \cup \overline{A}B\overline{C}.$

(8)“A、B、C中不多于两个发生”表为 $\overline{A}\overline{B}\overline{C}$ 或 $\overline{A}\overline{B}\overline{C} \cup \overline{A}\overline{B}C \cup \overline{A}B\overline{C} \cup \overline{A}BC$
 $\cup \overline{A}BC \cup \overline{A}\overline{B}C \cup \overline{A}B\overline{C}.$

(9)“A、B、C中恰好有一个发生”表为： $A\overline{B}\overline{C} \cup \overline{A}B\overline{C} \cup \overline{A}\overline{B}C.$

(10)“A、B、C中恰好有两个发生”可表为： $AB\overline{C} \cup A\overline{B}C \cup \overline{A}BC$ 或 $AB \cup BC \cup AC - ABC.$

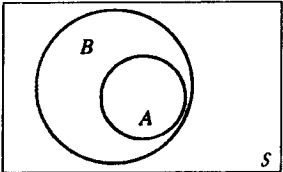
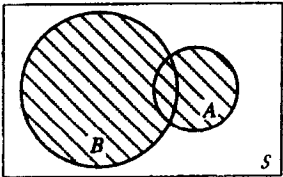
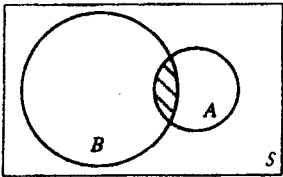
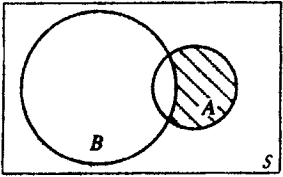
§ 1.2 样本空间、随机事件

[考试内容及理解记忆法]

表 1.2 I 事件及几个基本概念的定义

名称	定 义	举 例
样本空间 S:	随机试验 E 的所有可能结果组成的集合称为 E 的样本空间	掷一颗均匀的骰子, 观察出现的点数是一个随机试验. 试验的结果“点数是 3”是一个随机事件. 而事件 $w_1 =$ “点数是 1”, $w_2 =$ “点数是 2”, $\cdots, w_6 =$ “点数是 6”是 6 个基本事件, 事件 $B =$ “点数为奇数”是一个复合事件.“点数为 1 到 6 中的某一个”为必然事件; “点数为 7”是不可能事件
样本点:	样本空间的元素, 即 E 的每个结果	
随机事件:	试验 E 的样本空间 S 的子集为 E 的随机事件, 简称事件	
事件发生:	在每次试验中, 当且仅当这一子集中的一个样本点出现时, 称这一事件发生	
基本事件:	由一个样本点组成的单点集	
必然事件:	样本空间 S 包含所有的样本点, 它是 S 自身的子集, 在每次试验中它总是发生的, 称为必然事件	
不可能事件:	试验中不可能发生的事件	

表 1.2 2 事件的关系和运算

名称	意义	文氏图	备注
事件的包含	如果事件 A 发生, 则事件 B 一定发生, 称事件 B 包含事件 A . 用 $B \supset A$ 或 $A \subset B$ 表示		注: $\phi \subset A, B$ $\subset S$ 总是成立的
事件的相等	如果 $A \subset B$ 且 $B \subset A$, 则称事件 A 与 B 相等. 用 $A = B$ 表示		
事件的和	“事件 A 与 B 中至少有一个发生”是一个事件, 称为事件 A 与 B 的和, 记为 $A+B$ 或 $A \cup B$		注: 事件 $A+B$ 发生是指仅 A 发生或者仅 B 发生或者 A 与 B 同时发生
事件的积	“事件 A, B 同时发生”是一个事件, 称为 A 与 B 的积. 记为 AB 或 $A \cap B$		注: 事件 AB 发生是指 A 发生且 B 也发生
事件的差	“事件 A 发生而 B 不发生”是一个事件. 称为 A 与 B 的差, 记作 $A-B$		注: $A-B$ 与 $B-A$ 是两个不同的事件

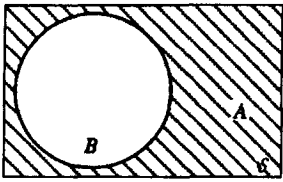
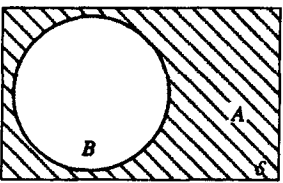
名称	意义	文氏图	备注
事件的互不相容(互斥)	如果事件 A 与 B 不能同时发生,即 $AB = \phi$,称 A 与 B 互不相容(或互斥)		注: A 与 B 互不相容只表示这两个事件不能同时发生,但却允许它们同时都不发生
事件的对立	事件 A 与 B 不能同时发生,但必须有一个发生,即 A, B 满足 $AB = \phi$ 且 $A + B = S$,称 A 与 B 是对立的(或互逆的)事件,记为 $\bar{A} = B$ 或 $\bar{B} = A$		注:当 A 与 B 对立时, A 与 B 既不能同时发生,但也不能同时不发生,即 A 发生时, B 一定不发生,而 A 不发生时, B 一定发生
完备事件组	如果事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 两两互不相容,且 $A_1 + A_2 + \dots + A_n = \Omega$,则称 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 构成一个完备事件组		

表 1.2-3 同种记号在概率论与集合论中的对照

记号	概率论	集合论
S	样本空间, 必然事件	全集
ϕ	不可能事件	空集
ω	基本事件	元素
A	事件	子集
$A \subseteq B$	事件 A 发生, 则 B 一定发生	A 是 B 的子集
$A = B$	事件 A 和事件 B 是同一个事件	A 与 B 相等
$A \cup B, A+B$	事件 A 与 B 中至少有一个发生	A 与 B 的并集(和集)
$A \cap B, AB$	事件 A 与 B 同时发生	A 与 B 的交集
$A - B$	事件 A 发生, 而 B 不发生	A 与 B 的差集
$AB = \phi$	事件 A 与 B 不相容	A 与 B 的交集为空
$\bar{A}$	A 的对立事件	A 的补集

表 1.2-4 关系运算的推广

分配律: $A(B+C) = AB+AC$	交换律: $A+B = B+A, AB = BA$
摩根律(对偶律): $\overline{A+B} = \bar{A}\bar{B}, \overline{\bar{A}\bar{B}} = A+B$	结合律: $(A+B)+C = A+(B+C), (AB)C = A(BC)$
补元律: $AA = \phi, A+A = \Omega$	还原律: $\bar{\bar{A}} = A$
吸收律: 若 $A \subset B$, 则 $AB = A$, 且 $A+B = B$	分解律: 若 $A \subset B$, 则 $B = A + \bar{A}B$
蕴含律: 若 $AB = \phi$, 则 $A \subset B, B \subset \bar{A}$	排中律: $A \cup \bar{A} = \Omega$
矛盾律: $A \cap \bar{A} = \phi$	差积转换律: $A-B = A \cap \bar{B} = A - (A \cap B)$

[重点、难点分析]

1. 概率论的研究对象

在人们日常生活和科学活动中除了“一加一等于二”, “物体上抛后总要落到

地面”和“生物到一定年限一定要死亡”等所谓确定性现象以后,还有大量的随机现象如“掷骰子可能出现1~6点”“明天天气可能天晴,也可能下雨”和“硬币可能正面落地,也可能负面落地”等等,这类现象,在一定条件下,可能出现这种结果也可能出现那种结果,但经过长期实践及深入研究,发现这类现象在大量重复试验或观察中所呈现的固有规律性,即统计规律性,概率论与数理统计是研究和揭示随机现象统计规律性的一门数学学科,对随机现象应具有1°可重复性,2°试验前结果不确定性,3°全部结果是已知的,这三个特点.

概率论的关键就是求出 $P(A)$;即“事件 A ”和“概率 P ”.“ A ”主要是指复杂事件如何用简单事件表示,事件之间关系,运算及性质等等.而“ P ”主要指“如何定义概率,它应满足哪些性质,复杂事件概率转化等.在研究随机试验的统计规律中,我们又引入数学期望,均值等概念,在学习概率论内容时,我们一定要树立一个“不确定的思想”即随机变量的取值是不确定的,但它落在某区间的概率是可计算的,不同随机变量可以通过它们的数学特征进行区分比较.

2. 随机试验

随机试验除满足基本概念,还须满足三个条件,即“可重复性”,“试验前结果未确定性”“全部结果是已知的”.样本空间 S 的元素不能漏掉,应该是一个完备事件组.

有些试验数据的随机性是由随机现象本身所决定的,另外一些试验的随机性来自于误差.

3. 随机事件的关系和运算

确定概率 $P(A)$ 中的“ A ”是关键,在关系和运算中,理解事件发生的几种含义.

理解: $\bigcup_{k=1}^n A_k$:和事件 $\bigcap_{k=1}^n A_k$:积事件 $A-B$:差事件 $A \cap B = \phi$:
互斥事件

在随机事件的关系中,尤其要注意区分互斥事件和逆事件,互斥事件是指 $A \cap B = \phi$,而逆事件指 $A \cup B = S$ 且 $A \cap B = \phi$, $A, \bar{A}$ 互为对立事件,基本事件是两两互不相容的, A 和 B 是互斥事件但不一定是对立事件,但两事件是对立事件就一定是互斥的.

4. 文氏图

我们把事件的交、并、余用几何图形予以表示称为“文氏图”.

在随机事件的运算中,我们常采用平面几何图形来简化直观表示,有助于我们正确解题

[典型错误剖析]

例1 某家庭有两个孩子,已知其中1个为女孩子,求两个孩子均为女孩的概率