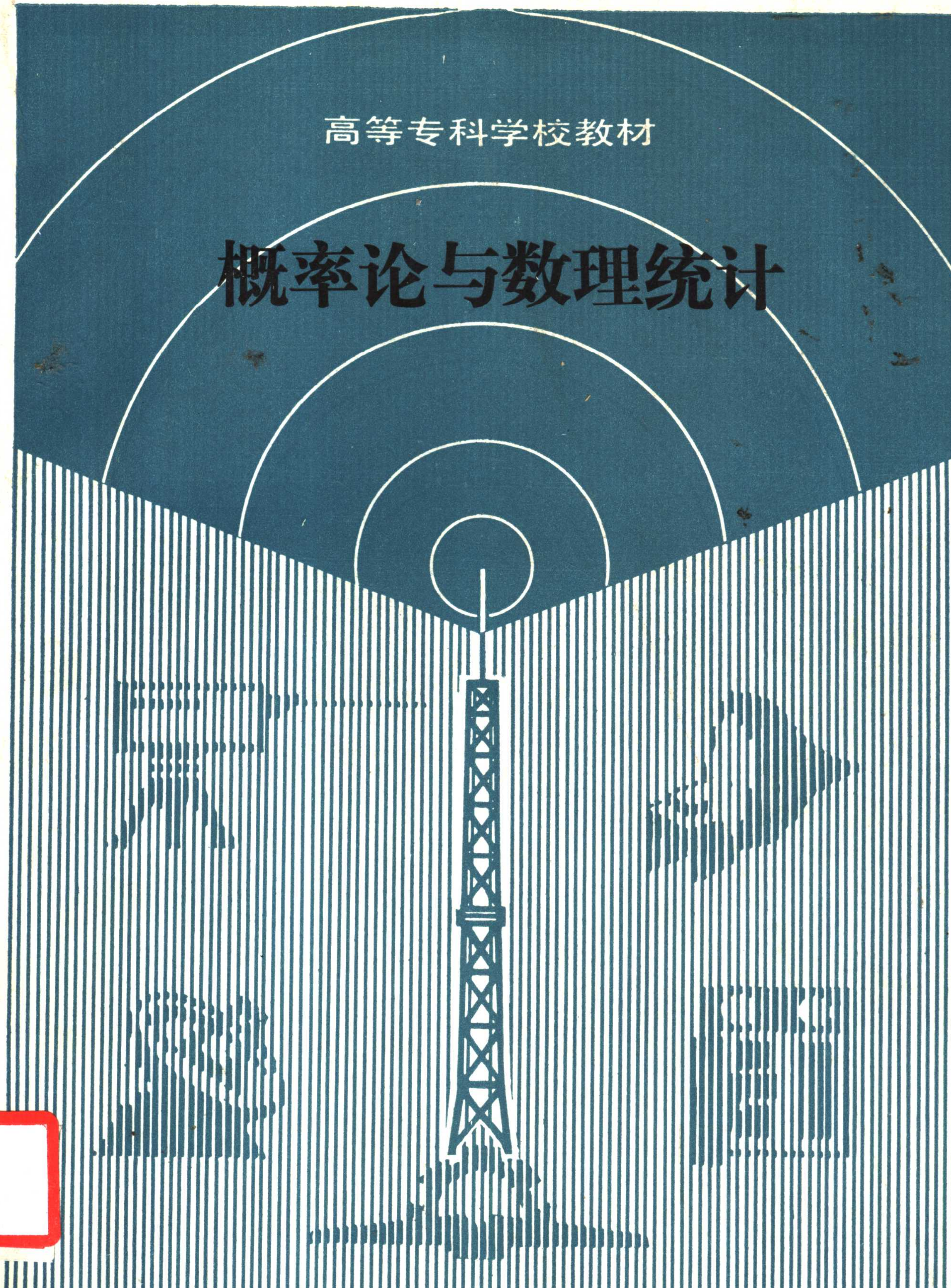
高等专科学校教材

概率论与数理统计



高等专科学校教材

概率论与数理统计

金炳陶编著

湖南科学技术出版社

高等专科学校教材
概率论与数理统计
金炳陶 编著
责任编辑：古 华
*
湖南科学技术出版社出版发行
（长沙市展览馆路8号）
湖南省新华书店经销 湖南省新华印刷二厂印刷
*
1988年2月第1版第1次印刷
开本：787×1092毫米 1/16 印张：15.75 字数：389,000
印数：1——5,100
ISBN 7—5357—0296—1
O·42 定价：3.45元

出 版 说 明

根据国务院关于高等学校教材工作分工的规定，我部承担了全国高等学校、中等专业学校工科电子类专业教材的编审、出版的组织工作。由于各有关院校及参与编审工作的广大教师共同努力，有关出版社的紧密配合，从1978年至1985年，已编审、出版了两轮教材，正在陆续供给高等学校和中等专业学校教学使用。

为了使工科电子类专业教材能更好地适应“三个面向”的需要，贯彻“努力提高教材质量，逐步实现教材多样化，增加不同品种、不同层次、不同学术观点、不同风格、不同改革试验的教材”的精神，我部所属的七个高等学校教材编审委员会和两个中等专业学校教材编审委员会，在总结前两轮教材工作的基础上，结合教育形势的发展和教学改革的需要，制订了1986～1990年的“七五”(第三轮）教材编审出版规划。列入规划的教材、实验教材、教学参考书等近400种选题。这批教材的评选推荐和编写工作由各编委会直接组织进行。

这批教材的书稿，是从通过教学实践、师生反映较好的讲义中经院校推荐，由编审委员会（小组）评选择优产生出来的。广大编审者、各编审委员会和有关出版社为保证教材的出版和提高教材的质量，作出了不懈的努力。

限于水平和经验，这批教材的编审、出版工作还会有缺点和不足之处，希望使用教材的单位，广大教师和同学积极提出批评建议，共同为不断提高工科电子类专业教材的质量而努力。

电子工业部教材办公室

前　　言

本教材是根据电子工业部制定的工科电子类专业教材1986—1990年编审出版规划，由全国大专计算机专业教材编审委员会专业基础课教材编审小组组织征稿、评选、推存出版的。

本教材由南京建筑工程学院金炳陶编写，华东工学院张福源副教授主审。

概率论与数理统计是高等工业专科学校重要基础课程之一，它通过教学使学生初步掌握处理随机现象的基本思想和常用方法，为后继课程的学习提供数学工具。本教材是依据电子工业部教育局审定的大专计算机专业《概率论与数理统计教学大纲》编写的。教材的第一部分介绍概率论基础知识，重点是随机变量及其分布；第二部分介绍数理统计基本概念，重点是统计推断的若干方法及其应用。笔者从工科教学的特点出发，力求内容简明扼要、重点突出，注意理论和实践相结合，运用直观模型讲清基本概念、基础理论和常用方法，并着眼于培养分析问题和解决问题的能力，以便于自学。

本教材大体上按60学时安排，如经适当取舍还能适应多种学时教学的需要，后附有使用本书的若干建议方案（见附录一），可供参考，对于工科其它专业、理科非数学专业，原则上也能适用。习题选自各个实际应用领域，其中少量习题是作为正文的补充而编入的，书末附有全部习题的答案或提示，教材中某些用“*”号标出的内容（包括相应的例题、习题），可供教师选用或尚有余力的学生课外阅读。

在编写过程中，承蒙马业农、赵晓彬、吕炳寿等同志大力支持，唐述钊教授在百忙中阅读了全部书稿并给予了悉心指导。同时得到了章渭基教授、肖先赐教授、李中震副教授、杜午初副教授的热忱关怀。参加编审工作的王安民、李麟两位老师也为本书提出了不少宝贵意见。南京734厂职工大学为本书的编写、修改提供了许多帮助。在此一并表示诚挚的感谢。由于编者水平有限，书中难免还存在一些缺点和错误，恳望读者批评指正。

编　者

目 录

绪　论

为了使读者对概率论与数理统计的研究对象有一个概要的了解，同时为学习本书提供必要的准备，首先引入如下基本概念。

一、必然现象与随机现象

人们在现实世界中遇到的现象的结果往往是多种多样的。有的在给定条件下能否发生，是完全可以预言的。例如，纯水在标准大气压下加热到100℃就沸腾；一台操作系统混乱的电子计算机无法按预定程序完成运算任务等。所有这些现象，统称为必然现象。它们表达了条件与结果之间的确定性联系。高等数学、线性代数等课程是描述必然现象的数学工具。

事实上，还存在着在给定条件下其结果发生与否是不可预言的一类现象。例如，向桌上投掷一枚硬币，是正面（指刻有币值的一面）朝上还是反面朝上，事先是不知道的；在雨季到来之前不可能确切地说出某水文观测点的洪峰比去年同期高出多少厘米等。所有这些现象，统称为随机现象。它们表达了条件与结果之间的非确定性联系。

二、随机试验

为探索随机现象的规律性，常常需要进行一系列试验(试验的含义十分广泛)。它包括名目繁多的科学实验，也包括对随机现象的种种观测。例如，观察一颗骰子（标明了数码1、2、3、4、5、6的正六面体)在一次投掷中朝上一面的点数；测量某零件的长度；记录某计算中心一周内开机的时间等都是给定条件下的试验。

上述各个试验的共同特点是：试验在相同条件下可以重复地进行；每次试验的可能结果不止一个，而且所有可能结果是明确的；但每次试验之前不能确定正在进行的这一次试验究竟哪一个结果会发生。我们把这类具有特定含义的试验称为随机试验。因而掷骰子、测量零件长度、记录开机时间等都是随机试验。今后提到的试验都是指随机试验。

三、随机现象的统计规律性

人们在实践中了解到，随机现象在一、二次或少数次试验中，时而发生这样的结果，时而发生那样的结果，表现出一种不确定性。试验结果的不确定性是随机现象的第一个特征。但随机现象在大量重复试验中是有其规律性的。例如，将一枚质料均匀、形状对称的硬币投掷一次，可以正面朝上，也可以反面朝上，其结果事先无法肯定。但是在大量投掷中，正(反)面朝上的次数几乎是投掷总次数的一半，表现出明显的规律性。

物理学上这样的例子也很多。例如，波义耳-马略特定律就是其中的一个。这个定律告诉我们，构成气体的每个分子在运动过程中是杂乱无章的，然而大量分子运动总体的压强、体积与温度之间是有规律性的。通常把随机现象的这种规律性称为随机现象的统计规律性。随机现象有统计规律性是它的另一个特征。

通过上述分析可知，大量偶然性中隐藏着必然性的规律。同时，被断定为必然性的事物却是由纯粹的偶然性构成的。这就是说，在表面上看来是偶然性起作用的地方，而实质上这

种偶然性始终受内部隐藏着的必然性规律所支配。概率论与数理统计的任务就在于发现这些规律，研究这些规律。

总之，概率论与数理统计是研究大量随机现象统计规律性的数学学科。由于随机现象的普遍存在，所以它在理论和实践两方面都有广泛的应用。

第一章 随机事件及其概率

事件和概率是本课程两个最基本的概念。本章首先借助集合论的方法讨论事件的关系与运算，然后给出概率的若干定义，并讨论它的性质以及计算概率的各种法则，为以后各章提供模型和工具。

§1.1 随机事件与样本空间

一、随机事件

对随机现象规律性的考察总是离不开大量重复试验的。我们把试验的每一种可能结果称为随机事件。通常用大写字母A、B、C、…或A_1、A_2、A_3、…表示。

例1 在投掷一颗匀称骰子的试验中，考察朝上一面的点数，可能的结果可以是：

$A_1=\{$朝上的一面为1点$\}$，

$A_2=\{$朝上的一面为2点$\}$，

……

……

$A_6=\{$朝上的一面为6点$\}$。

或

$C=\{$朝上的一面为奇数点$\}$，

$D=\{$朝上的一面为偶数点$\}$，

$E=\{$朝上一面的点数为3或5$\}$，

$F=\{$朝上一面的点数为2或4或6$\}$，

$G=\{$朝上一面的点数大于1且小于5$\}$。

显然上面列举的种种可能结果都是随机事件。它们的共同特点是在给定条件下，可能发生，也可能不发生。

注意到上述一系列随机事件中的A_1、A_2、…A_6是试验的直接结果，这样的每个随机事件称为基本事件。

然而，随机事件C、D、E、…不是试验的直接结果，它们都是由若干基本事件组合而成的。例如，随机事件C由基本事件A_1、A_3、A_5组合而成，记为$C=\{A_1, A_3, A_5\}$。随机事件C的发生是且必定是与基本事件A_1、A_3、A_5中的某一个同时发生。像C这样的随机事件称为复合事件。

下面考察上述试验中的两种特殊结果。

（1）“朝上一面的点数小于7”由所有基本事件组合而成。这样的结果称为必然事件。用希腊字母Ω表示。即：

$$\Omega=\{\text{朝上一面的点数小于7}\}$$
$$=\{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}。$$

可见必然事件包括所有基本事件，在试验中一定会发生。

（2）“朝上一面的点数等于7”，在题设条件下是不会发生的。这样的结果称为不可能事件，用记号ϕ表示。即：

$$\phi=\{\text{朝上一面的点数等于7}\}。$$

可见不可能事件不包括任何基本事件，在试验中一定不会发生。

必然事件、不可能事件同属确定性范畴，都不是随机事件。为便于讨论，通常把它们作为随机事件的极端情形予以统一处理。同时，把随机事件简称为事件。

例2 从盛有4个红球、1个白球的口袋中任取两球。考察被取的两球中所含红、白球的可能情形。为此把红球编号为①、②、③、④，把白球编号为⑤。于是

$A_1=\{①，②\}$，　　$A_2=\{①，③\}$，

$A_3=\{①，④\}$，　　$A_4=\{①，⑤\}$，

$A_5=\{②，③\}$，　　$A_6=\{②，④\}$，

$A_7=\{②，⑤\}$，　　$A_8=\{③，④\}$，

$A_9=\{③，⑤\}$，　　$A_{10}=\{④，⑤\}$

都是基本事件。而

$B=\{$两个都是红球$\}=\{A_1，A_2，A_3，A_5，A_6，A_8\}$，

$C=\{$恰有一个白球$\}=\{A_4，A_7，A_9，A_{10}\}$，

都是由若干基本事件组合而成的复合事件。而

$D=\{$至少有一个红球$\}$

$E=\{$两个都是白球$\}$

分别是这个试验中的必然事件与不可能事件。即有$D=\Omega$，$E=\phi$。

二、样本空间

一个试验中基本事件的全体，称为样本空间。

由于试验的直接结果是且必定是所有基本事件中的某一个，因而样本空间如果作为事件来考虑的话，就是必然事件，所以样本空间仍用Ω表示。

对于给定条件下的试验，由于所有结果是明确的，因而基本事件及其相应的样本空间也是明确的。

样本空间的构成可以比较简单。例如，投掷骰子(例1) 的样本空间$\Omega=\{A_1，A_2，A_3，A_4，A_5，A_6\}$。取球试验(例2)的样本空间$\Omega=\{A_1，A_2，\cdots，A_{10}\}$。它们只包括有限个基本事件，这样的样本空间，称为有限样本空间。

样本空间的构成也可以相当复杂。例如，某电话交换台在单位时间内接到呼叫的次数是一个非负整数，由于在具体试验中很难指定一个数作为它的上界，所以宁可认为接到呼叫的可能次数是无限制的。于是试验中的基本事件为

$A_i=\{$单位时间内接到i次呼叫$\}$，$i=0、1、2、\cdots$。

与之相应的样本空间为

$\Omega=\{A_0，A_1，A_2，\cdots\}$。

此处Ω包括无限多个基本事件。由于这些基本事件的个数是可列多个，所以这样的样本空间称为可列样本空间。

有限样本空间、可列样本空间统称为离散样本空间。

又如，实测海水涨潮时建立在海拔零米处的某观测点的最高水位。其基本事件为

$A_\alpha=\{\alpha\,|0\leqslant\alpha<\infty$ (α为观测点的最高水位)$\}$。

与之相应的样本空间为

$\Omega=\{A_\alpha|\ 0\leqslant\alpha<\infty\}$。

这里Ω包括的基本事件也是无限多个。由于α是不可列的，所以这样的样本空间称为不可列样本空间。

样本空间中的基本事件也称为样本点。这样，任一事件可以看成是样本点的集合，即样本空间的子集。在上述意义下，基本事件可以作为样本点的单点集。必然事件包括试验的所有基本事件，因而包括试验所产生的一切事件。概率论上的样本空间，即必然事件，相当于集合论上的全集。不可能事件不包括任何基本事件，因而不包括试验所产生的任一事件，相当于空集。建立样本空间及其事件与全集及其子集的这种对应，是为了运用集合论的方法来处理事件间的关系和运算。

三、事件间的关系与运算

一个试验，可产生这样或那样的事件，它们各有特点，彼此之间又有一定的联系。下面讨论它们的关系和运算。并运用维恩（Venn）图予以直观说明。

1.包含关系

如果事件A发生导致事件B发生，则称B包含A或称A包含在B中。记为$B\supset A$或$A\subset B$。

B包含A意即属于A的基本事件一定也属于B。其直观形象如图1.1所示。

对于任一事件A，有

$$\phi\subset A\subset\Omega。$$

其中$\phi\subset A$是作为规定的。

2.等价关系

如果$A\supset B$与$B\supset A$同时成立，则称A、B是等价的。记为$A=B$。

A、B等价意即它们有相同的基本事件，在试验中同时发生。

3.事件的和（并）

事件A与B至少有一个发生（A或B）所构成的事件，称为A、B的和（并）。记为$A+B$或$A\cup B$。

和$A+B$是由A、B中所有的基本事件构成的。其直观形象是图1.2中有阴影的部分。对任一事件A，都有$A+A=A$。

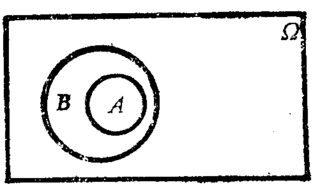


图1.1

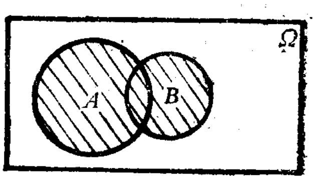


图1.2

事件和（并）的概念可以推广到有限个或可列多个事件的情形。

n个事件A_1、A_2、…、A_n至少有一个发生所构成的事件，称为A_1、A_2、…、A_n的和（并）。记为$\sum\limits_{i=1}^{n}A_i$或$\bigcup\limits_{i=1}^{n}A_i$。

可列多个事件A_1、A_2、…至少有一个发生所构成的事件，称为A_1、A_2、…的和（并）。记为$\sum\limits_{i=1}^{\infty}A_i$或$\bigcup\limits_{i=1}^{\infty}A_i$。

4.事件的积（交）

事件A与B同时发生（A且B）所构成的事件，称为A、B的积（交）。记为AB或$A\cap B$。

积AB是由A、B中公共的基本事件所构成的。其直观形象是图 1.3 中有阴影的部分。对任一事件A，都有$AA=A$。

事件积（交）的概念可以推广到有限个或可列多个事件的情形。

n个事件A_1、A_2、…、A_n同时发生所构成的事件，称为A_1、A_2、…、A_n的积（交）。记为$\prod\limits_{i=1}^{n}A_i$或$\bigcap\limits_{i=1}^{n}A_i$。

可列多个事件A_1、A_2、…同时发生所构成的事件，称为A_1、A_2、…的积（交）。记为$\prod\limits_{i=1}^{\infty}A_i$或$\bigcap\limits_{i=1}^{\infty}A_i$。

容易证明，事件的求和、求积运算满足交换律、结合律、求积对求和的分配律、求和对求积的分配律。即有

$$A+B=B+A,\quad AB=BA。\tag{1.1.1}$$

$$A+(B+C)=(A+B)+C,\quad A(BC)=(AB)C。\tag{1.1.2}$$

$$A(B+C)=AB+AC。\tag{1.1.3}$$

$$A+BC=(A+B)(A+C)。\tag{1.1.4}$$

事件的和（并）、积（交）运算还满足：

$$AB\subset A\subset A+B,\quad AB\subset B\subset A+B。\tag{1.1.5}$$

上述法则可形象地说成：事件求交，越交越“小”；事件求并，越并越“大”。

如果$A\supset B$，那么

$$AB=B,\quad A+B=A。\tag{1.1.6}$$

上述法则可形象地说成：有包含关系的两事件，求交取“小”的；求并取“大”的。

特别地，对任一事件A，有

$$A\Omega=A,\qquad A+\Omega=\Omega。\tag{1.1.7}$$

$$A\Phi=\Phi,\qquad A+\Phi=A。\tag{1.1.8}$$

灵活地应用这些结论，对于完成某些运算是十分方便的。

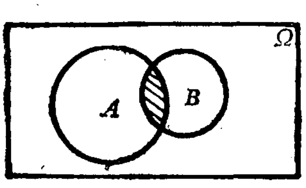


图1.3

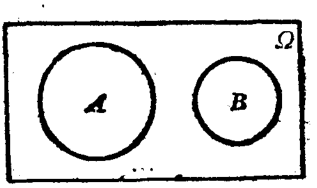


图1.4

5.互斥事件

如果事件A、B不能同时发生，即$AB=\phi$，则称A、B是互斥事件。两事件不互斥称为相容。

互斥事件没有公共的基本事件。其直观形象如图1.4所示。在例1中 D、E 是互斥事件，C、D也是互斥事件，而F、G是相容事件。

如果n个事件A_1、A_2、…、A_n中任意两事件不能同时发生，即：

$$A_iA_j=\phi,\ i\neq j,\ i、j=1、2、\cdots、n。$$

则称A_1、A_2、…、A_n是两两互斥的。

如果可列多个事件A_1、A_2、…满足：

$$A_iA_j=\phi,\ i\neq j,\ i、j=1、2、\cdots。$$

则称A_1、A_2、…是两两互斥的。

6.对立事件

如果事件A、B既不能同时发生，又必定有一发生，即$AB=\phi$，$A+B=\Omega$。则称 A、B是对立事件或互逆事件。

对立事件的两事件既没有公共的基本事件，但它们所有的基本事件恰好又充满样本空间Ω。其直观形象如图1.5所示。

通常记A的对立事件为$\overline{A}$，$\overline{A}$表示A不发生，即有$\overline{A}=B$。于是 $A\overline{A}=\Phi$，$A+\overline{A}=\Omega$。

两事件对立，一定互斥。反之则不一定成立。在例1中 C、D是对立事件，但D、E互斥而不对立。

7.事件的差

事件A发生而事件B不发生所构成的事件，称为A、B的差。记为$A-B$。

由于事件差是不满足交换律的，所以在运算中常常把它转化为积来处理，即$A-B=A\overline{B}$。

差$A-B$是由属于A而不属于B的那些基本事件构成的.其直观形象是图1.6中有阴影的部分。

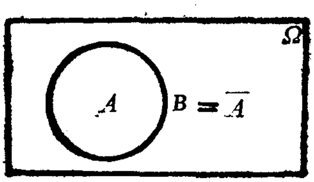


图1.5

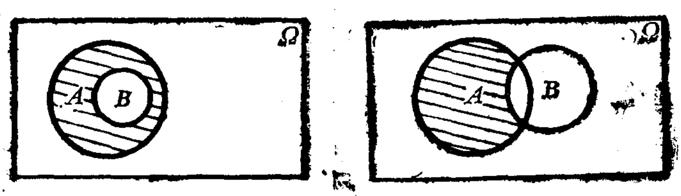


图1.6

在以后的讨论中，有时需要把一个已知事件“分解”为若干互斥事件的和。下面举例说明“分解”的方法。

例3 试证 $A=AB+A\overline{B}$。

证 $A=A\Omega=A(B+\overline{B})=AB+A\overline{B}$。

又 $(AB)(A\overline{B})=A(B\overline{B})=A\phi=\phi$。

可见，任一事件均可“分解”为两个互斥事件的和。

例4 试证 $A+B=A\overline{B}+\overline{A}B+AB$。

证
$$\begin{aligned}A+B&=A\Omega+B\Omega\\&=A(B+\overline{B})+B(A+\overline{A})\\&=A\overline{B}+\overline{A}B+AB.\end{aligned}$$

又 $(A\overline{B})(\overline{A}B)=(A\overline{B})(AB)=(\overline{A}B)(AB)=\Phi$。

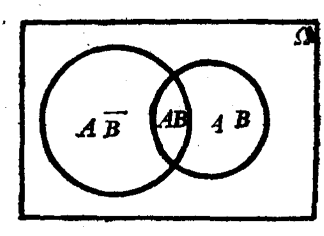


图1.7

这样，便把事件$A+B$“分解”为两两互斥三事件的和。“分解”的直观形象如图1.7所示。

把一个事件“分解”成若干两两互斥事件和的过程，通常称为事件的互斥分解。

类似地，易证$A+B=A+\overline{A}B$或$A+B=A\overline{B}+B$。可见，同一事件的互斥分解式并不唯一。

例5 设一口袋中盛有六张纸签，分别写上字母a、b、c、d、e、f。从中任取一张。于是，样本空间为：

$$\Omega=\{a,b,c,d,e,f\}。$$

记事件 $A=\{a,\ c,\ d\}$， $B=\{b,\ d,\ e\}$。易证

$$\overline{A+B}=\overline{A}\ \overline{B}=\{f\},\quad \overline{AB}=\overline{A}+\overline{B}=\{a,\ b,\ c,\ e,\ f\}。$$

例5所揭示的规律对于任意两事件都适用。这一规律叫做狄摩根(De Morgan)法则（交并对偶原理）。它在事件运算中有着重要作用。

狄摩根法则对于三个或更多个事件也是适用的。即：

$$\overline{A+B+C}=\overline{A}\ \overline{B}\ \overline{C},\quad \overline{ABC}=\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}。$$

$$\overline{\bigcup_{i=1}^{n}A_i}=\bigcap_{i=1}^{n}\overline{A_i},\quad \overline{\bigcap_{i=1}^{n}A_i}=\bigcup_{i=1}^{n}\overline{A_i}。$$

8.互斥完备事件组

如果事件A_1、A_2、……A_n有且只有其中的一个发生，即

$$A_iA_j=\phi,i\neq j,\ i、j=1,\ 2,\ \cdots,\ n\text{（互斥性）},$$

$$A_1+A_2+\cdots+A_n=\Omega\text{（完备性）}.$$

则称A_1、A_2、…、A_n为互斥完备事件组或称A_1、A_2、…、A_n构成样本空间Ω的一个分划。

一个试验下的所有基本事件恰好构成样本空间Ω的分划。

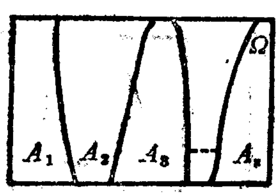


图1.8

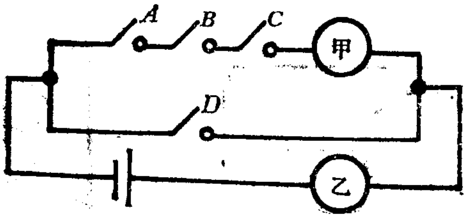


图1.9

构成互斥完备事件组的n个事件在直观图示（如图1.8）中，表现为任意两事件无公共部分，而这n个事件的全体恰好充满样本空间Ω。

例6 已知一电路系统由A、B、C、D四个开关及甲、乙两只指示灯组成。联结方式如图1.9所示。字母A、B、C、D分别表示相应开关闭合的事件。并设：

$$E=\{\text{指示灯甲亮}\},\quad F=\{\text{指示灯乙亮}\}.$$

试用事件A、B、C、D表示E、$\overline{E}$、F、$\overline{F}$。

解 由于指示灯甲在开关A、B、C的串联通路上，所以只有当开关A、B、C同时闭合时指示灯甲亮，即有$E=ABC$。而当A、B、C至少有一不闭合时，则指示灯甲不亮。于是$\overline{E}=\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$。

指示灯乙在A、B、C、D的混联通路上，由于A、B、C与D是并联联结的，所以

$$F=ABC+D,\quad \overline{F}=(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})\overline{D}。$$

$\overline{E}$、$\overline{F}$的表达式亦可从E、F出发运用狄摩根法则得到。

§1.2 事件的概率

我们知道：事件在一次试验中是否发生，是有偶然性的。但在大量重复试验中，发生的可能性大小是客观存在的，是事件本身固有的属性。例如，通常所说的掷一枚硬币，“正面朝上”与“反面朝上”的可能性都接近于二分之一，这是每一枚匀称硬币的确定属性。不同的事件，发生的可能性大小是有差别的，有的大些，有的小些。例如，电话交换台在14点到15点之间“接到呼叫”的可能性要远大于“没有接到呼叫”的可能性。

既然事件发生的可能性大小是客观存在的，那么应该可以进行度量。既然不同事件发生的可能性大小是有差别的，那么应该可以设法加以区分。这就启发人们用一个数来度量与区分事件在试验中发生的可能性大小。概率论上把度量事件发生可能性大小的数，叫做事件的概率。用记号$P(A)$表示事件A的概率。

对于给定的事件A，客观上都有它的概率$P(A)$。但如何获得$P(A)$的数值，往往是与试验条件有关的。人们从不同的角度出发，给出了概率的若干定义及其计算方法。下面将逐一介绍。

一、概率的古典定义

先讨论最常见的一类随机试验，它将通过对一次试验中可能结果的分析，直接计算其概率。

以掷一枚匀称的硬币为例，我们关心的是在一次试验中出现“正面朝上”或“反面朝上”的两个基本事件。考虑到硬币本身的匀称性，客观上没有理由说“正面朝上”的可能性要比“反面朝上”更大些或更小些，自然就认为“正面朝上”与“反面朝上”出现的可能性是一样的，这就是说它们是具有等可能性的。又如，在十个编了号的同类产品中，随机地取出其中的一个，由于抽取方式是任意的，所以认为构成这一试验的十个基本事件也是具有等可能性的。

可见，这类试验确实广泛存在，它们的共同特点是：

(1) 试验的所有基本事件只有有限个；

(2) 试验中每个基本事件发生的可能性是相等的。

具有上述特征的随机试验模型，由于最早被人们用于概率计算，故被称为古典概型。

为方便起见，特别把满足了古典概型两个条件的一组事件，称为等概基本事件组。

下面，首先引入概率的古典定义，然后举例说明它在概率计算中多方面的应用及其典型的计算方法。

定义1 对于给定的古典概型，若等概基本事件组中基本事件总数为n，事件A包括其中的m个。则事件A的概率为：

$$P(A)=\frac{m}{n}。\tag{1.2.1}$$

这就是说，在古典概型下，任一事件A的概率是

$$P(A)=\frac{\text{事件}A\text{包括的基本事件数}}{\text{基本事件总数}}。$$

凡属古典概型的问题，都可据此计算其概率。并把这样的概率称为古典概率。

例1 已知100件产品中有40件属甲级品，60件属乙级品。从中抽取三次，每次任取一件。