

高等学校通信教材

Signals and Linear Systems

信号与线性系统 (修订本)

刘永健 编

人民邮电出版社
POSTS & TELECOMMUNICATIONS PRESS

高等学校通信教材

信号与线性系统

(修订本)

刘永健 编

人民邮电出版社

内 容 简 介

本书系高等学校通信专业教材。全书共六章,第一章到第四章讨论信号与系统的基本概念,连续时间信号与系统的时域分析和变换域分析;第五章讨论离散时间系统的时域分析和变换域分析;第六章讨论状态变量分析(包括连续系统与离散系统,时域分析与变换域分析)。

各章均附有与内容密切配合的例题和习题,书末附有部分习题答案,便于自学。

本书可作为通信技术、无线电技术和自控技术类各专业本科学生教材,也可供有关科技人员参考。

高等学校通信教材 信号与线性系统

(修订本)

◆ 编 刘永健
责任编辑 滑 玉

◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市崇文区夕照寺街14号
邮编 100061 电子函件 315@ptpress.com.cn
网址 <http://www.ptpress.com.cn>
读者热线 010-67129260
北京汉魂图文设计有限公司制作
北京市朝阳展望印刷厂印刷
新华书店总店北京发行所经销

◆ 开本: 850×1168 1/32

印张: 16.5

字数: 437千字

印数: 11 501-13 500册

1994年10月第1版

2003年12月北京第6次印刷

ISBN 7-115-05275-1/TN·723

定价: 23.00元

本书如有印装质量问题,请与本社联系 电话:(010)67129223

第一版前言

《信号与线性系统》课是通信技术类各专业本科生必修的专业基础课之一。它的任务是研究信号与线性系统理论的基本概念和基本分析方法,为学习有关专业课奠定基础。

本书是在原《信号与线性系统》讲义的基础上,根据邮电部属高等院校 1982 年修订的《信号与线性系统》教学大纲,结合教学实践,重新改编而成。

鉴于目前《信号与线性系统》教材国内已出版多种,为了有所侧重,具有特色,重新改编时注意了本课程在通信专业中承上启下的地位,以及内容的深广度和专业的针对性。改编时的指导思想是:(1)贯彻工科基础课教材立足于“打好基础,精选内容,逐步更新,利于教学”的原则,从本科生的实际出发,讲清基本概念和基本理论,不贪多求深,有别于研究生用教材。(2)处理好与数学课的分工、衔接和配合,运用学生已学过的数学知识,阐明信号与线性系统的各种基本分析方法及其物理意义,而不是简单的数学重复。(3)处理好与先修课(如电路分析基础)和后续课(如通信系统、数字信号处理等)的关系,起到有利于对先修课的巩固加深和为后续课打好基础的作用。改编时进一步加强了原教材注意教学法的特点,做到重点突出、难点分散、由浅入深、循序渐进,对基本概念的文字表达力求准确易懂,配有与基本内容密切配合的较丰富的例题和习题以及深化性的习题,有助于学生对基本内容的掌握和便于自学。

参加原讲义编写的有刘永健、周瑞楠、吴新余。重新改编时由刘永健主编,郑薇薇和吴新余审阅。改编稿经邮电高校《通信技术基础》教材编审委员会评选通过,推荐出版,并委托武汉邮电研究

院蔡六瑜负责审阅。蔡六瑜同志认真细致的审阅，提出了许多宝贵意见，对本书的改编帮助很大，南京邮电学院基础课部负责同志和电工教研室有关同志对本书的改编也给予了许多支持和帮助，编者在此表示衷心的感谢。

限于水平，书中错误与不妥之处在所难免，诚恳地希望读者批评指正。

编 者

1984 年 10 月

第二版前言

本书的第一版于1985年出版,1987年获邮电部高等院校优秀教材一等奖。这次根据邮电部高等院校专业基础课教学指导委员会1989年制订的“信号与系统课程教学基本要求”,以及八年来使用本书的院校提出的宝贵意见进行了修订。

修订本保留了原版本的体系和原版本从本科生的实际出发、针对专业需要精选内容、打好基础、利于教学的特色,在内容上则参照“基本要求”作了较多的改写和充实。删简了一些繁琐的、实际应用很少的分析方法,对部分基本概念和基本分析方法重新改写,力求阐述得更清楚、准确、完整。考虑到一些专业的需要和加强离散时间系统的分析,适当增加了“信号的相关分析”、“离散时间傅里叶变换(DTFT)与离散傅里叶变换(DFT)”等内容,教师可根据教学时数和实际需要选用。对与基本内容配合的例题、习题进行了重新选定,习题数量和类型都有所增加,并于书末增添了部分习题答案。

教研室的同事们对修订稿提出了不少宝贵的意见,并给了很多的帮助,对此,编者深表谢意。修订稿经邮电部高等院校专业基础课教学指导委员会评审通过,推荐作为教材出版。

本书虽力图在原版本的基础上,根据几年来读者提出的意见和建议作出更好的改进,但限于编者水平,缺点和错误仍在所难免。希望读者批评指正。意见请寄南京邮电学院电路与系统教研室。

编 者

1994年2月

目 录

第一章 信号与系统的基本概念	1
§ 1-1 信号及其分类	2
§ 1-2 系统及其分类	13
§ 1-3 系统的模型	18
§ 1-4 系统的模拟	22
§ 1-5 线性时不变系统分析方法概述	27
习题	32
第二章 卷积分析法	38
§ 2-1 冲激函数和冲激响应	39
§ 2-2 任意波形信号的分解和卷积积分	51
§ 2-3 卷积的图解和卷积积分限的确定	58
§ 2-4 卷积的运算性质和含有冲激函数的卷积	69
§ 2-5 冲激响应的一般计算方法	79
§ 2-6 卷积的数值计算	85
习题	89
第三章 信号的频谱分析与傅里叶变换分析法	98
§ 3-1 周期信号的傅里叶级数	99
§ 3-2 信号的表示法与正交函数	106
§ 3-3 周期信号的频谱与功率谱	117
§ 3-4 傅里叶变换	126
§ 3-5 典型信号的傅里叶变换	132

§ 3-6	傅里叶变换的性质	137
§ 3-7	含有冲激函数的傅里叶变换	152
§ 3-8	能量谱密度与功率谱密度	170
§ 3-9	傅里叶变换分析法	177
§ 3-10	无失真传输系统与理想低通滤波器	189
§ 3-11	抽样定理	197
§ 3-12	信号的相关分析	203
习题		210
第四章	拉普拉斯变换分析法	222
§ 4-1	从傅里叶变换到拉普拉斯变换	222
§ 4-2	典型信号的拉普拉斯变换	226
§ 4-3	拉普拉斯变换的性质	229
§ 4-4	拉普拉斯反变换	243
§ 4-5	拉普拉斯变换与傅里叶变换的关系	256
§ 4-6	拉普拉斯变换分析法	261
§ 4-7	系统函数	273
§ 4-8	系统函数的零、极点对系统特性的影响	282
§ 4-9	系统稳定性的判别	299
习题		309
第五章	离散时间系统与 Z 变换分析法	319
§ 5-1	离散时间信号	320
§ 5-2	离散时间系统的数学模型——差分方程	324
§ 5-3	离散时间系统的模拟	331
§ 5-4	离散时间系统的时域分析法 (零输入响应)	334
§ 5-5	离散时间系统的时域分析法 (零状态响应)	340
§ 5-6	Z 变换	353
§ 5-7	Z 反变换	359

§ 5-8	Z 变换的性质, Z 变换与拉普拉斯变换的关系	363
§ 5-9	离散时间系统的 Z 变换分析法	375
§ 5-10	离散系统函数, 离散系统稳定性的判别	383
§ 5-11	离散系统的频率响应特性	388
§ 5-12	数字滤波器的概念	392
§ 5-13	离散时间傅里叶变换 (DTFT) 与离散傅里叶变换 (DFT)	398
习题		408
第六章	状态变量分析法	417
§ 6-1	状态和状态变量	418
§ 6-2	状态方程的建立	420
§ 6-3	连续时间系统状态方程的复频域解	441
§ 6-4	连续时间系统状态方程的时域解	449
§ 6-5	离散时间系统状态方程的解	456
§ 6-6	矩阵指数函数 e^{At} 的计算	461
§ 6-7	按状态方程作系统的模拟	468
习题		471
附录 A	傅里叶变换频域积分特性的证明	477
附录 B	由 $f(t)$ 的 n 阶导数的频谱求 $f(t)$ 频谱的公式	477
附录 C	波特图	480
主要参考书目		491
部分习题答案		493

第一章 信号与系统的基本概念

随着近代科学技术的发展,信号的形式不断增多,对信号传输与处理的要求不断更新,系统的规模和功能日益庞大和复杂,促进了信号与系统理论研究的发展。

通常在系统理论的研究中,包括系统分析与系统综合两个方面。系统分析是指在给定系统的条件下,求取输入(激励)所产生的输出(响应);系统综合则是指在给定输入下,为了获得预期的输出去寻求系统的构成。本课程仅限于讨论系统分析,系统综合将在后续课程中讨论,学好分析是学习综合的基础。

系统分析理论是在电路分析理论上逐步发展起来的,但二者的着眼点不同。电路分析是根据电路结构和元件性质求解支路电流和电压;而系统分析则是根据系统特性由系统的输入求解输出。

本课程只讨论线性时不变系统,因为:第一,大多数系统是线性时不变系统;第二,许多非线性系统和线性时变系统经过适当处理后,可以近似地化为线性时不变系统来分析。本课程着重讨论电网络系统,这不仅是因为专业的需要,也因为这类系统的一套分析理论和方法同样适用于其它系统,因而具有普遍意义。另外,虽然系统分析研究的是系统的输入和输出关系,一般不涉及系统内部的具体结构,但为了使分析过程和分析结果有明显的物理意义,因而用具体的电网络并应用电路分析的方法作例子,所以本课程与电路分析课程的关系是十分密切的。

本章将对本课程要用到的一些基本概念如信号、系统、系统的模型、系统的模拟以及线性时不变系统的各种分析方法作扼要地叙述,以便先建立一个总轮廓,然后在以后各章中分别讨论。

§ 1-1 信号及其分类

什么是信号 (Signal)? 广义地说, 信号是随时间变化的某种物理量。在通信技术中, 一般将语言、文字、图像或数据等统称为消息 (Message)。在消息之中包含有一定数量的信息 (Information), 通信的目的就是从一方向另一方传送消息, 给对方以信息。但是, 消息的传送一般都不是直接的, 必须借助于一定形式的信号 (光信号、电信号等) 才能远距离快速传输和进行各种处理。因而, 信号是消息的表现形式, 它是通信传输的客观对象; 而消息则是信号的具体内容, 它蕴藏在信号之中。本课程将只讨论目前应用广泛的电信号。电信号通常是随时间变化的电压或电流, 在某些情况下, 也可以是电荷或磁通。由于信号是随时间而变化的, 在数学上它可以用时间 t 的函数来表示, 因此, 习惯上常常交替地使用“信号”与“函数”这两个名词。系统的主要任务是对信号进行传输与处理, 信号与系统之间有着十分密切的联系, 分析系统的功能和特性必然要涉及到对信号的分析, 因此信号分析是本课程的一个重要内容。

信号的特性可以从两个方面描述, 即时间特性和频率特性。信号是时间 t 的函数, 它具有一定的波形, 因而表现出一定的时间特性, 如出现时间的先后、持续时间的长短、重复周期的大小以及随时间变化的快慢等。另外, 任意信号总可以分解为许多不同频率的正弦分量, 即具有一定的频率成份, 因而表现出一定的频率特性, 如各频率分量的相对大小, 主要频率分量占有的范围等。信号的形式所以不同, 就在于它们各自有不同的时间特性和频率特性。信号的时间特性和频率特性有着密切的关系, 不同的时间特性将导致不同的频率特性, 将在第三章讨论这种关系。

一、信号分类

信号分为两大类：确定信号 (Determinate signal) 和随机信号 (Random signal)。确定信号是时间 t 的确定函数，在电路分析课程中所遇到过的正弦信号和各种形状的周期信号就是确定信号。随机信号则不是时间 t 的确定函数，例如雷达发射机发射一系列脉冲到达目标又反射回来，接收机收到的回波信号就有很大的随机性。因为它与目标性质、大气条件、外界干扰等种种因素有关，不能用确定的函数式表示而只能用统计规律来描述。实际传输的信号几乎都具有未可预知的不确定性，因此都是随机信号。如果传输的信号都是时间的确定函数，那么对接收者，就不可能由它得知任何新的信息，这样就失去了传递消息的本意。但是，在一定条件下，随机信号也会表现出某种确定性，例如在一个较长的时间内随时间变化的规律比较确定，可以近似地看成确定信号，使分析简化，便于工程上的实际应用。理论上，应该首先研究确定信号，在此基础上再根据随机信号的统计规律进一步研究随机信号的特性。本课程只讨论确定信号的分析，随机信号则留待后续课程中研究。

确定信号可分为连续时间信号和离散时间信号，简称连续信号 (Continuous signal) 和离散信号 (Discrete signal)。连续信号在任何时刻除若干个不连续点外都有定义，如图 1-1 所示，通常用 $f(t)$ 表示。离散信号仅在一些离散时刻有定义，如图 1-2 所示，通常用 $f(t_k)$ 或 $f(kT)$ [简写为 $f(k)$] ($k=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$) 表示。如正弦信号是连续信号，而医院里定时记录病人的体温所得到的体温信号则是离散信号。

确定信号又可分为周期信号 (Periodic signal) 与非周期信号 (Aperiodic signal)。前者每隔一定时间 T (称为周期) 重复变化，而后的变化则是不重复的。

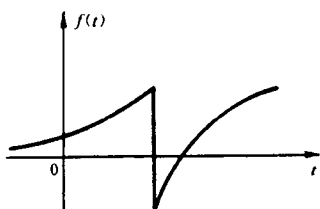


图 1-1 连续时间信号

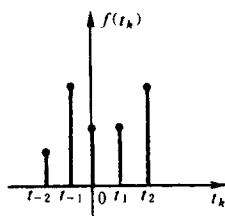


图 1-2 离散时间信号

信号又可分为能量信号(Energy signal)与功率信号(Power signal)。设信号电压或电流为 $f(t)$ ，则它在 1Ω 电阻上的瞬时功率 $p(t) = f^2(t)$ ，在时间间隔 $-T \leq t \leq T$ 内(这里 T 不是周期)消耗的能量为 $E = \int_{-T}^T f^2(t) dt$ 。当 $T \rightarrow \infty$ 时，总能量为

$$E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T f^2(t) dt \quad (1-1)$$

平均功率为 $P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f^2(t) dt$ (1-2)

应用以上两式计算信号在 1Ω 电阻上的总能量和平均功率时，可能有两种情况：一种是总能量为有限值而平均功率为零，即 $0 < E < \infty$ 和 $P \rightarrow 0$ ；另一种是总能量为无限大而平均功率为有限值，即 $E \rightarrow \infty$ 和 $0 < P < \infty$ 。前者称为能量信号，后者称为功率信号。一般，周期信号都是功率信号，非周期信号则可以是能量信号，也可以是功率信号。属于能量信号的非周期信号称为脉冲信号，它在有限时间范围内有一定的数值；而当 $|t| \rightarrow \infty$ 时，数值为零，如图 1-3 所示。属于功率信号的非周期信号是 $|t| \rightarrow \infty$ 时仍为有限值的一类信号，如图 1-4 所示。还有一些既是非功率信号又是非能量信号的非周期信号，当 $|t|$

• (1-1)式和 (1-2) 式是对实信号而言，如果是复信号，则应为：

$$E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt, \quad P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt$$

$\rightarrow \infty$ 时, 它为无限大, 例如图 1-5 所示的信号。

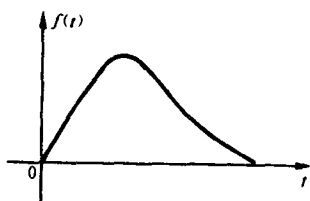


图 1-3 非周期能量信号(脉冲信号)

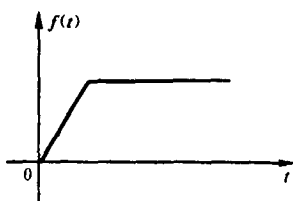


图 1-4 非周期功率信号

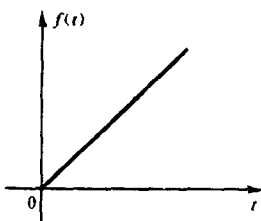


图 1-5 非功率非能量信号

二、常见基本信号

为了分析的方便, 常常把信号分解为许多基本信号。常见的基本信号有单位阶跃信号、单位冲激信号和复指数信号等。

1. 单位阶跃信号(Unit step signal)

单位阶跃信号记为 $U(t)^*$, 其定义是

$$U(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases} \quad (1-3)$$

• 单位阶跃函数的符号 GB3102. 11-82 推荐用 $\epsilon(t)$, 本书采用通用的 $U(t)$, 字母 U 表示“单位”之意。

其波形如图 1-6 所示。在 $t=0$ 处，函数值未定义*。

单位阶跃信号可以理解为在极短时间 τ 内由 0 变到 1 的信号 (如图 1-7) 当 $\tau \rightarrow 0$ 的极限。

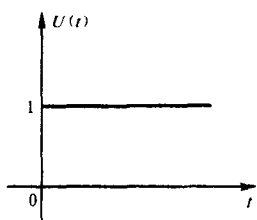


图 1-6 单位阶跃信号

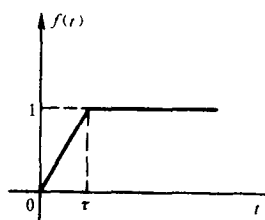


图 1-7 极短时间内由零变到 1 的信号

2. 单位冲激信号 (Unit impulse signal)

单位冲激信号记为 $\delta(t)$ ，其工程定义是

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \infty & t = 0 \end{cases} \text{ 和 } \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (1-4)$$

式中 $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$ 表示 $\delta(t)$ 所包围的面积 (强度) 为 1，这就是在 $\delta(t)$ 的名称前面冠以“单位”两字的意义。(1-4) 式只是 $\delta(t)$ 的工程定义而不是 $\delta(t)$ 的严格数学定义。 $\delta(t)$ 不是一个普通函数，为了对 $\delta(t)$ 有一个直观的认识，可以将 $\delta(t)$ 看成是某些普通函数，例如门函数 $g_{\Delta}(t)$ 的极限。

门函数 $g_{\Delta}(t)$ 的数学表示式为

$$g_{\Delta}(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta} & |t| < \frac{\Delta}{2} \\ 0 & |t| > \frac{\Delta}{2} \end{cases} \quad (1-5)$$

可以根据实际的物理意义，定义 $U(t)$ 在 $t=0$ 处的函数值为 0、为 1 或为 $\frac{1}{2}$ 。

它是宽度为 Δ ，幅度为 $\frac{1}{\Delta}$ 的矩形脉冲，如图 1-8 (a) 所示。显然，该脉冲的面积为 1。当宽度 Δ 趋于零时，幅度 $\frac{1}{\Delta}$ 便趋于无限大，但是不管 Δ 怎样变小并趋于零， $g_{\Delta}(t)$ 所包围的面积始终保持为 1。图 1-8 (b) 所示的就是 $\delta(t)$ 的图形，因为这个图形与 (1-4) 式的定义完全符合，因此单位冲激函数可以看成是门函数 $g_{\Delta}(t)$ 在 $\Delta \rightarrow 0$ 时的极限。

即
$$\delta(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} g_{\Delta}(t) \quad (1-6)$$

由于 $t \neq 0$ ， $\delta(t) = 0$ 和 $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$

故
$$\int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

或
$$\int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = U(t) \quad (1-7)$$

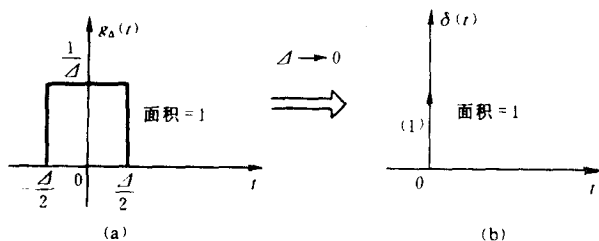


图 1-8 单位冲激函数作为门函数的极限

(1-7) 式表明单位阶跃信号是单位冲激信号的积分。(1-7) 式也表明 $\delta(t)$ 不是一个普通函数，因为一个普通函数从 $-\infty$ 到 t 的积分应该是积分上限 t 的连续函数，而 $U(t)$ 在 $t=0$ 这一点明显地不连续。关于 $\delta(t)$ 的性质，将在下一章进一步讨论。

3. 复指数信号 (Complex exponential signal)

复指数信号 e^{st} 是一个十分重要的基本信号，其中 $s = \sigma + j\omega$ 为复

数,称为复频率。复指数信号的波形随 s 的不同而不同。当 $s=0$ 时, $e^{st}=1$,为直流信号;当 $\omega=0$ 时, $e^{st}=e^{\sigma t}$ 就成为一个单调增长或衰减的实指数信号,如图 1-9 (a) 所示;当 $\sigma=0$ 时,

$$e^{st} = e^{j\omega t} = \cos\omega t + j\sin\omega t$$

其实部是一个等幅余弦信号,虚部是一个等幅正弦信号,图 1-9(b)画出了其实部的波形。在一般情况下 e^{st} 的实部是一个增幅或减幅余弦信号,虚部是一个增幅或减幅正弦信号,图 1-9(c)和(d)画出了两种不同 σ 的实部的波形。

由于复指数信号能概括多种情况,可以利用它来描述多种基本信号,如直流信号、指数信号、等幅、增幅或减幅正弦与余弦信号,因此,它是信号与系统分析中经常遇到的重要信号。

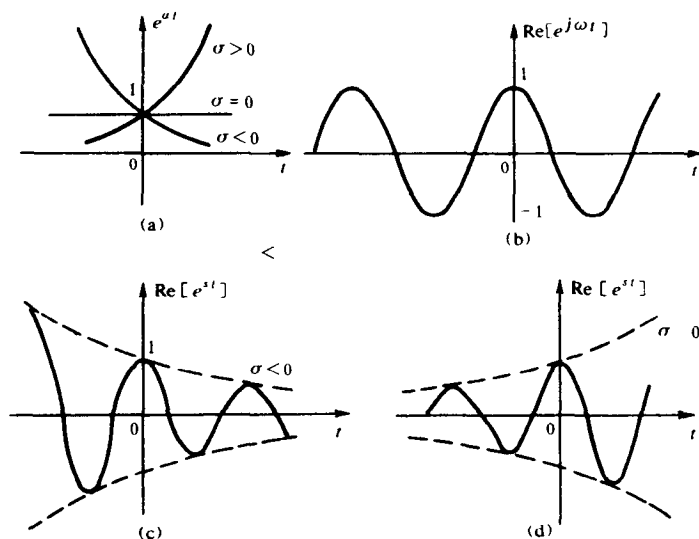


图 1-9 复指数信号 e^{st} 在不同 s 值时的波形

当然,常见的基本信号不仅限于以上几种,还有一些基本信号将