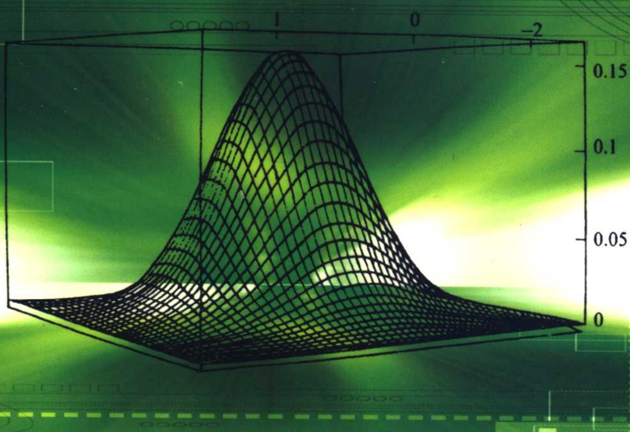
大学数学试卷剖析系列

概率论与数理统计
试卷剖析

上海交通大学数学系　编



上海交通大学出版社

●大学数学试卷剖析系列

概率论与数理统计试卷剖析

上海交通大学数学系　编

上 海 交 通 大 学 出 版 社

内 容 简 介

本书由上海交通大学具有丰富教学经验的教授、专家编写。书中收入了十份试卷，每份试卷后有各章考核内容的分值表，从中不难发现该课程的重点；对每一试题都给予了分析、详解或点评，指明解题思路与方法以及学生在解题课程中常犯的错误。本书对帮助学生提高应试能力与教师组织试卷将有所裨益。

本书可作为高等院校《概率论与数理统计》课程师生的教学辅导用书，也可供考研者参考。

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计试卷剖析/上海交通大学数学系编. 上海：上海交通大学出版社，2005
ISBN 7-313-04120-9

Ⅰ. 概... Ⅱ. 上... Ⅲ. ① 概率论-高等学校-解题 ② 数理统计-高等学校-解题 Ⅳ. O21-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 091776 号

概率论与数理统计试卷剖析
上海交通大学数学系 编
上海交通大学出版社出版发行
(上海市番禺路 877 号 邮政编码 200030)
电话：64071208 出版人：张天蔚
常熟市文化印刷有限公司印刷 全国新华书店经销
开本：880mm×1230mm 1/32 印张：7.75 字数：217 千字
2005 年 8 月第 1 版 2005 年 8 月第 1 次印刷
印数：1～5 050
ISBN 7-313-04120-9/O·182 定价：13.00 元

前　言

跨越3个世纪的百年高校——上海交通大学是我国“211工程”和“985工程”重点投资建设的重点大学。上海交通大学数学系是全国工科数学教学基地之一，其数学教学一贯坚持“起点高、基础厚、要求严、重实践、求创新”的传统，使理、工、农、生、医、管理等各科学生都具有扎实的数学基础。

历年来，上海交大的学生在国内外高校的数学竞赛中，屡屡获奖，在历届全国硕士研究生和工程硕士研究生的入学考试中，上海交大考生的数学平均成绩，总是名列榜首。这些成绩的取得，是因为上海交大有一个行之有效的教学及考核体系，有一套先进成熟的优秀教材和辅导材料，有一支充满活力的教学梯队，特别是有一个教学核心。几十年来，他们始终坚持在教学第一线，不断地总结教学经验，搜集教学资料。今天的成绩，是长期积累的成果，是历史的沉淀和升华。

学好一门基础理论课程与顺利地通过这门课程的考试，两者的要求是不同的。前者要求掌握课程的总体概貌，不但要掌握这门课程的基本概念、基本内容以及基本方法，还要了解它们的来龙去脉，知道所学的内容从何处来、用在何处、如何应用；后者是检验所学内容的掌握情况，注重课程内各概念和内容之间的联系，强调基本概念和基本方法，适当顾及应用问题。这两者之间没有包含关系，所以顺利地通过考试也是一门学问。本书的编写，就是希望在这方面对读者有所帮助。

常说学生怕考试，其实教师也怕考试，教师怕的是出的考卷不优秀。一份优秀的数学试卷，至少要具备以下几点：

(1) 基本涵盖课程的所有内容，突出课程的重点；

(2) 涉及基本内容之间的联系，要有检验基本概念掌握情况的客观题，有了解基本方法掌握情况的基本计算题和应用题，还要有考查学生综合能力的综合题；

(3) 既要符合课程的基本要求，又要体现学生的真实情况，不仅要使努力学习的学生能顺利地通过考试，还要突出优秀的学生，淘汰较差的学生；

(4) 学生的考试成绩符合总体均值为 75 分左右的正态分布。

概率论与数理统计是大学数学中一门主要的基础理论课程，不仅各高等院校非数学专业的本科生因后继课程所需而必修，而且是硕士研究生、MBA 研究生、工程硕士研究生的入学考试的主要课程之一。上海交大经过多年的教学实践，在概率统计课程的教学和考核等方面都积累了许多经验。收入本书的十份试卷，是进入新世纪后上海交大本科非数学专业概率论与数理统计试卷。每份试卷后有各章考核内容的分值表，从中读者不难发现该课程考试的重点和对学生的要求。作者在书中对每一试题给予分析、详解或点评。分析部分主要说明试题类型或解题的基本思路和方法；点评部分包含解题过程中的常见错误、试题的其他解法、题目涉及的相关知识、本题的得分率等。编者希望本书对学生顺利地通过考试和教师较好地组织试卷有所帮助。

本书可以作为高等院校概率论与数理统计课程学生的教学辅导用书，也可以作为教师的教学参考用书。书中试卷五至试卷八的剖析由武爱文执笔，其余试卷剖析由冯卫国执笔，最后由冯卫国统稿完成。出版社同志指导了本书的结构及编排工作，教务员奚珊珊对试卷的收集提供了帮助。本书的编写和出版得到了上海交大数学系和上海交大出版社的大力支持，编者在此一并表示感谢。最后还要感谢教研室同仁对历年命题所付出的艰辛劳动。

由于时间紧迫，又囿于编者的水平，书中如有错误或不妥之处，诚恳希望读者提出宝贵意见。

编　者

2005 年 5 月

于上海交通大学

目　　录

试　卷　(一)

一、是非题(每题 1 分,共 7 分)

1. 设 $P(A)=0$,则随机事件 A 和任何随机事件 B 一定相互独立.　(　　)

2. 连续随机变量 X 的密度函数 $f(x)$ 与其分布函数 $F(x)$ 未必相互唯一确定.　(　　)

3. 若 X 和 Y 都是标准正态随机变量,则 $X+Y\sim N(0,\ 2)$.　(　　)

4. 设有分布律 $P\left(X=(-1)^{n+1}\dfrac{2^n}{n}\right)=\dfrac{1}{2^n}\ (n=1,\ 2,\ \cdots)$,则 X 的数学期望存在.　(　　)

5. 设随机变量序列 $X_1,\ X_2,\ \cdots,\ X_n,\ \cdots$ 相互独立,且均服从参数为 λ 的指数分布,则 $\overline{X}=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_i$ 依概率收敛于 λ.　(　　)

6. 区间估计的置信度 $1-\alpha$ 的提高会降低区间估计的精确度.　(　　)

7. 在假设检验中,显著性水平 α 是指

$$P(\text{拒绝 } H_0 \mid H_0 \text{ 为假})=1-\alpha.$$
(　　)

二、选择题(每题 3 分,共 15 分)

1. 设连续随机变量 X 的密度函数满足 $f(x)=f(-x)$,$F(x)$ 是 X 的分布函数,则 $P(|X|>2\,005)$ 等于　(　　)

(A) $2-F(2\,005)$;　　(B) $2F(2\,005)-1$;

(C) $1-2F(2\,005)$;　　(D) $2[1-F(2\,005)]$.

2. 设二维随机变量 $(X,\ Y)$ 服从 G 上的均匀分布,G 的区域由曲线 $y=x^2$ 和 $y=x$ 所围,则 $(X,\ Y)$ 的联合概率密度函数为　(　　)

(A) $f(x, y)=\begin{cases}6, & (x, y)\in G,\\ 0, & 其他;\end{cases}$

(B) $f(x, y)=\begin{cases}\frac{1}{6}, & (x, y)\in G,\\ 0, & 其他;\end{cases}$

(C) $f(x, y)=\begin{cases}2, & (x, y)\in G,\\ 0, & 其他;\end{cases}$

(D) $f(x, y)=\begin{cases}\frac{1}{2}, & (x, y)\in G,\\ 0, & 其他.\end{cases}$

3. 设二维随机变量 $(X, Y)\sim N(0, 0.5; 0, 0.5; 0)$，$Z=X-Y$，则方差 $D(|Z|)$等于　　(　　)

(A) 0；　　(B) 1；

(C) $1+\frac{2}{\pi}$；　　(D) $1-\frac{2}{\pi}$.

4. 设总体 $X\sim B(1, p)$，$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体的样本，$\overline{X}$ 为样本均值，则 $P\left(\overline{X}=\frac{k}{n}\right)$等于　　(　　)

(A) p；　　(B) $p^k(1-p)^{n-k}$；

(C) $C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$；　　(D) $C_n^k(1-p)^k p^{n-k}$.

5. 设总体 $X\sim N(\mu, \sigma^2)$，μ 为未知参数，样本 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 的方差为 S^2，对假设检验 $H_0: \sigma\geqslant 2$，$H_1: \sigma<2$，水平为 α 的拒绝域是　　(　　)

(A) $\chi^2\leqslant\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$；　　(B) $\chi^2\leqslant\chi^2_{1-\alpha}(n-1)$；

(C) $\chi^2\leqslant\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)$；　　(D) $\chi^2\leqslant\chi^2_{1-\alpha}(n)$.

三、填空题（每题 3 分，共 15 分）

1. 已知 $P(A)=0.7$，$P(B)=0.4$，$P(\overline{AB})=0.8$，则 $P(A\mid A\cup\overline{B})=$ ________.

2. 设随机变量 X 和 Y 相互独立，且都服从$[0, 1]$上的均匀分布，

则 $Z=|X-Y|$ 的分布函数 $F_Z(z)=$ ________.

3. 设 $E(X)=1$，$E(Y)=2$，$D(X)=1$，$D(Y)=4$，$\rho_{XY}=0.6$，$Z=(2X-Y+1)^2$，则其数学期望 $E(Z)=$ ________.

4. 设随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，由切比雪夫不等式可知，概率 $P(|X-\mu|\geqslant 2\sigma)$ 的取值区间为________与________之间.

5. 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 $X\sim\chi^2(n)$ 分布的样本，$\overline{X}$ 是样本均值，$E(\overline{X})=$ ________，$D(\overline{X})=$ ________.

四、计算题（前三题每题 9 分，后三题每题 10 分，共 57 分）

1. 一盒乒乓球有 6 个新球，4 个旧球. 不放回抽取，每次任取 1 个，共取两次.

(1) 求第二次才取到新球的概率；

(2) 发现其中之一是新球，求另一个也是新球的概率.

2. 某酒吧柜台前有吧凳 7 张，现有 2 个客人进来随机入座（之前无人就座）.

(1) 求这 2 人就座相隔凳子数的分布律和数学期望；

(2) 若服务员预言这 2 人之间至少相隔 2 张凳子，求服务员预言为真的概率.

3. 设随机变量 X 在 $(0,\alpha)$ 上随机地取值，服从均匀分布，当观察到 $X=x$ $(0<x<\alpha)$ 时，Y 在区间 (x,α) 内任一子区间上取值的概率与子区间的长度成正比. 求：

(1) (X,Y) 的联合密度函数 $f(x,y)$；

(2) Y 的密度函数 $f_Y(y)$.

4. 某学校东区食堂为提高服务质量，决定对就餐率 p 进行调查. 某天中午随机地对用过餐的同学进行了抽样调查. 设调查了 n 个同学，其中在东区食堂用过餐的学生数为 X. 若要求以大于 95% 的概率保证调查所得的就餐频率与 p 之间的误差上下在 10% 以内，问：n 应取多大（用中心极限定理）？

5. 设总体 $X\sim f(x)=\dfrac{1}{2\theta}\mathrm{e}^{-\frac{|x|}{\theta}}$，$\theta>0$，$-\infty<x<+\infty$（$\theta$ 未知），

且$(X_1, X_2, \cdots, X_n)$为来自X的一个样本.求：

(1) θ的矩估计量；

(2) θ的极大似然估计量.

6. 自动包装机加工袋装食盐，每袋盐的净重$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ (μ, σ^2未知)，按规定每袋盐的标准重量为500 g，标准差不能超过10 g.某天为检查机器的工作情况，随机地抽取6袋，测得样本均值$\bar{x} = 495.3$ g，样本均方差$s = 13.74$ g.

问：通过检验期望μ和方差σ^2来判断包装机该天的工作是否正常($\alpha=0.05$)?

附：正态分布、t分布、χ^2分布数值表：

$\Phi(1.285) = 0.9$, $\Phi(1.645) = 0.95$, $\Phi(1.96) = 0.975$, $\Phi(2.33) = 0.99$

$t_{0.025}(5) = 2.571$, $t_{0.025}(6) = 2.447$, $t_{0.05}(5) = 2.015$, $t_{0.05}(6) = 1.943$

$\chi^2_{0.05}(5) = 11.071$, $\chi^2_{0.05}(6) = 12.592$, $\chi^2_{0.025}(5) = 12.833$, $\chi^2_{0.025}(6) = 14.449$

五、证明题（6分）

设A, B, C是不能同时发生但两两相互独立的随机事件，且$P(A) = P(B) = P(C) = \rho$.证明：$\rho$可取的最大值为$\frac{1}{2}$.

试卷(一)考核内容分值表

概率论 69					数理统计 31		
随机事件	一维变量	二维变量	数字特征	极限定理	抽样分布	参数估计	假设检验
19	10	17	13	10	6	11	14

关于试卷(一)的说明

试卷(一)每题点评中提到的得分率,即考生在该题上的平均得分与该题满分之比,其取值范围在0与1之间.

由于不同的考生群体水平是有差异的,他们在同一题上的平均得分也不同.因此,同一题目相对于不同的考生群体的得分率是不同的.为能准确反映重点大学本科生在每一题上的得分率,特意抽取了上海交通大学六个学院的192份试卷,以此为样本进行了详细统计.

得分率是反映试题难易程度的指标.对于数学考试而言,得分率在0.3以下的为难题,在0.3～0.8之间的视为中等难度的试题,在0.8以上的视为易题.

试卷(一)详解

一、是非题

1. 设 $P(A)=0$，则随机事件 A 和任何随机事件 B 一定相互独立. (　　)

解　是.

证明如下：

由 $AB\subset A$ 可得 $0\leqslant P(AB)\leqslant P(A)$，而 $P(A)=0$，故 $P(AB)=0$，于是有 $P(AB)=P(A)P(B)$，即 A 和 B 相互独立.

(本题得分率为 0.44)

点评　判断两个事件 A,B 是否独立，只需验证一个等式 $P(AB)=P(A)P(B)$ 是否成立.

2. 连续随机变量 X 的密度函数 $f(x)$ 与其分布函数 $F(x)$ 未必相互唯一确定. (　　)

解　是.

因为对任意 x，有

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(t)\mathrm{d}t.$$

上式表明 $F(x)$ 是连续函数，改变密度函数 $f(x)$ 在个别点上的函数值，不会改变分布函数 $F(x)$ 的取值，即密度函数不是唯一的，所以 $f(x)$ 与 $F(x)$ 未必相互唯一确定. (本题得分率为 0.75)

点评　本题主要测试学生对连续型随机变量及其密度函数的定义的理解.

3. 若 X 和 Y 都是标准正态随机变量，则 $X+Y\sim N(0,\ 2)$.

(　　)

解 非.

只有当 X 和 Y 独立时,结论才成立. (本题得分率为 0.73)

点评 一般地,由联合分布可以确定边缘分布,反之不真.尽管已知 $X \sim N(0,1)$, $Y \sim N(0,1)$,但 (X,Y) 的联合密度 $f(x,y)$ 并未确定,从而 $Z = X + Y$ 的密度函数

$$f_Z(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, z-x)\mathrm{d}x$$

也无法确定.

4. 设有分布律 $P\left(X = (-1)^{n+1}\dfrac{2^n}{n}\right) = \dfrac{1}{2^n}\ (n = 1, 2, \cdots)$,则 X 的数学期望存在. ( )

解 非.

根据离散型随机变量的数学期望的定义,级数

$$\sum_{k=1}^{\infty} x_k p_k = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1}\frac{2^k}{k} \times \frac{1}{2^k} = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1}\frac{1}{k}$$

不绝对收敛,所以 X 的数学期望不存在. (本题得分率为 0.51)

点评 本题得分率仅 0.51,这说明有一半的考生只注意了数学期望的如何计算,而忽视了数学期望存在的一个重要条件——无穷级数或广义积分必须绝对收敛.

5. 设随机变量序列 $X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots$ 相互独立,且均服从参数为 λ 的指数分布,则 $\overline{X} = \dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} X_i$ 依概率收敛于 λ. ( )

解 非.

由题设 $X_i \sim E(\lambda)$ 可得 $E(X_i) = \dfrac{1}{\lambda}\ (i = 1, 2, \cdots)$. 据切比雪夫大数定律,对任意的 $\varepsilon > 0$,有

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} E(X_i)\right| < \varepsilon\right) = \lim_{n\to\infty}\left(\left|\overline{X} - \frac{1}{\lambda}\right| < \varepsilon\right) = 1.$$

上式表明 $\overline{X}$ 依概率收敛于 $\frac{1}{\lambda}$.　　　　(本题得分率为 0.55)

点评　考生对大数定律不甚了解的不在少数,这从本题得分率仅为 0.55 可看出.

6. 区间估计的置信度 $1-\alpha$ 的提高会降低区间估计的精确度.　　(　　)

解　是.　　　　(本题得分率为 0.63)

点评　参数的区间估计的优良标准是:

① 可靠性(置信度):$1-\alpha$ 越大越可靠;

② 精确性(精确度):$E(T_2-T_1)$ 越小越精确.

其中 α, T_1, T_2 满足 $P(T_1\leqslant\theta\leqslant T_2)=1-\alpha$, θ 为待估参数.

这两条标准是一对矛盾,可靠性的提高往往会降低精确性,通常是在保证可靠性的前提下,寻找平均长度最短的区间估计.

7. 在假设检验中,显著性水平 α 是指

$$P(\text{拒绝 } H_0 \mid H_0 \text{ 为假})=1-\alpha.$$　　(　　)

解　非.

事实上

$$\begin{aligned}P(\text{拒绝 } H_0 \mid H_0 \text{ 为假}) &= 1-P(\text{接受 } H_0 \mid H_0 \text{ 为假})\\ &= 1-\beta\neq 1-\alpha,\end{aligned}$$

其中 α 是犯弃真错误的概率,β 是犯取伪错误的概率.

(本题得分率为 0.67)

点评　一般地,把犯第一类弃真错误的概率控制在不超过给定的 α 的检验法称为检验水平为 α 的检验,并称 α 为显著性水平.

二、选择题

1. 设连续随机变量 X 的密度函数满足 $f(x)=f(-x)$, $F(x)$ 是 X 的分布函数,则 $P(|X|>2\,005)$ 等于　　(　　)

(A) $2-F(2\,005)$;　　(B) $2F(2\,005)-1$;

(C) $1-2F(2\,005)$;　　(D) $2[1-F(2\,005)]$.

解 选 D.

方法 1(排除法) 分布函数 $F(x)$ 介于 0 与 1 之间，故 $2-F(2\,005)\geqslant 1$，选项 A 显然错；由于密度函数 $f(x)$ 是偶函数，故 $F(2\,005)\geqslant F(0)=0.5$，从而 $1-2F(2\,005)<0$，选项 C 也错；正确答案只能在选项 B，D 中选. 对于对称分布，有 $P(|X|<a)=2F(a)-1$，故 B 也不能选.

方法 2（直接计算）

$$\begin{aligned}P(|X|>2\,005)&=1-P(|X|\leqslant 2\,005)\\&=1-P(-2\,005\leqslant X\leqslant 2\,005)\\&=1-[F(2\,005)-F(-2\,005)]\\&\xlongequal{\text{对称性}}1-[F(2\,005)-1+F(2\,005)]\\&=2[1-F(2\,005)],\end{aligned}$$

所以应选 D. （本题得分率为 0.84）

点评 本题是计算服从对称分布的随机变量落在对称区间上的概率.

2. 设二维随机变量(X, Y)服从 G 上的均匀分布，G 的区域由曲线 $y=x^2$ 和 $y=x$ 所围，则(X, Y)的联合概率密度函数为 （ ）

(A) $f(x, y)=\begin{cases}6 & ((x, y)\in G),\\ 0 & (\text{其他});\end{cases}$

(B) $f(x, y)=\begin{cases}\dfrac{1}{6} & ((x, y)\in G),\\ 0 & (\text{其他});\end{cases}$

(C) $f(x, y)=\begin{cases}2 & ((x, y)\in G),\\ 0 & (\text{其他});\end{cases}$

(D) $f(x, y)=\begin{cases}\dfrac{1}{2} & ((x, y)\in G),\\ 0 & (\text{其他}).\end{cases}$

解 选 A.

关键是求出 G 的面积 S. 由二重积分的几何意义可得

$$S=\iint\limits_G \mathrm{d}x\mathrm{d}y=\int_0^1\mathrm{d}x\int_{x^2}^x\mathrm{d}y=\int_0^1(x-x^2)\mathrm{d}x=\frac{1}{6},$$

再根据二维均匀分布的定义可知选项 A 中概率密度函数正确.

（本题得分率为 0.88）

点评 本题的得分率高达 0.88,不得分的考生都错选了 B,说明 G 的面积都会求,二维均匀分布的定义未全面掌握.

3. 设二维随机变量 $(X, Y)\sim N(0, 0.5; 0, 0.5; 0)$, $Z=X-Y$, 则方差 $D(|Z|)$等于（ ）

(A) 0; (B) 1; (C) $1+\frac{2}{\pi}$; (D) $1-\frac{2}{\pi}$.

解 选 D.

由 $\rho=0$ 可知 X 和 Y 相互独立,则 $E(Z)=E(X)-E(Y)=0-0=0$, $D(Z)=D(X)+D(Y)=0.5+0.5=1$,于是 $Z\sim N(0, 1)$.

因 $$E(|Z|)=\int_{-\infty}^{+\infty}|z|\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{z^2}{2}}\mathrm{d}z=\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{+\infty}z\mathrm{e}^{-\frac{z^2}{2}}\mathrm{d}z=\sqrt{\frac{2}{\pi}},$$

$$E(|Z|^2)=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{z^2}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{z^2}{2}}\mathrm{d}z$$

$$=-\frac{z}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{z^2}{2}}\Big|_{-\infty}^{+\infty}+\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{z^2}{2}}\mathrm{d}z=1,$$

$$D(|Z|)=E(|Z|^2)-[E(|Z|)]^2=1-\frac{2}{\pi},$$

故应选 D.

（本题得分率为 0.5）

点评 本题的关键之处是先求出 Z 的分布,这样就可以用一元积分来计算,否则的话将遇到如下计算量很大的二元积分:

$$D(|Z|)=E(|Z|^2)-[E(|Z|)]^2$$

$$=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}(x-y)^2 f(x, y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

$$-\left[\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}|x-y|f(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\right]^2,$$

其中 $f(x, y)=\frac{1}{\pi^2}\mathrm{e}^{-(x^2+y^2)}(-\infty<x<+\infty, -\infty<y<+\infty)$.

本题的得分率较低,答错者中一半选 B,一半选 C.

4. 设总体 $X \sim B(1, p)$, $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体的样本,$\overline{X}$ 为样本均值,则 $P\left(\overline{X}=\frac{k}{n}\right)$等于 ( )

(A) p; (B) $p^k(1-p)^{n-k}$;

(C) $C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$; (D) $C_n^k(1-p)^k p^{n-k}$.

解 选 C.

由于 $X_i \sim B(1, p)$,且各 $X_i(i=1, 2, \cdots, n)$ 相互独立,所以 $\sum\limits_{i=1}^{n} X_i \sim B(n, p)$,于是

$$P\left(\overline{X}=\frac{k}{n}\right)=P\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i=\frac{k}{n}\right)=P\left(\sum_{i=1}^{n}X_i=k\right)$$
$$=C_n^k p^k(1-p)^{n-k},$$

故应选 C. (本题得分率为 0.85)

点评 在独立的条件下,二项分布具有可加性.利用这一性质,很容易得到所求概率.答错者大多选了 B,原因是未记住二项分布的分布律.

5. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$,μ 为未知参数,样本 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 的方差为 S^2,对假设检验 $H_0: \sigma \geqslant 2$, $H_1: \sigma<2$,水平为 α 的拒绝域是 ( )

(A) $\chi^2 \leqslant \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$; (B) $\chi^2 \leqslant \chi^2_{1-\alpha}(n-1)$;

(C) $\chi^2 \leqslant \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n)$; (D) $\chi^2 \leqslant \chi^2_{1-\alpha}(n)$.

解 选 B.

因为 μ 未知,所以检验用的统计量及其服从的分布是