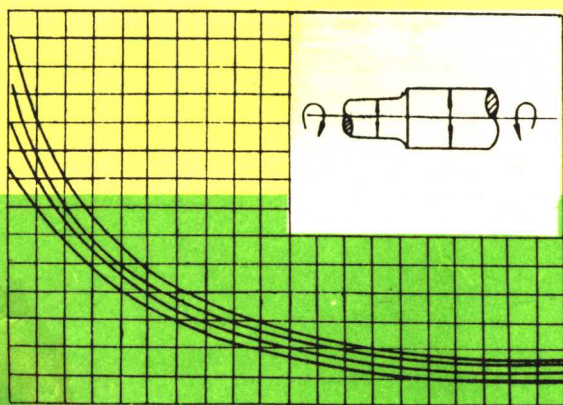


材料力学 学习指导

华东地区材料力学与强度协会 编著
《材料力学学习指导》编委会



中国矿业大学出版社

内 容 提 要

本书共分十六章:拉伸与压缩、剪切、扭转、平面图形几何性质、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力分析与强度理论、组合变形、能量法、超静定问题、压杆稳定、动荷应力、交变应力、电测应力分析以及试卷集及答案。

本书是一本学习材料力学的辅导性参考书:旨在通过对基本理论系统地有重点的总结、对典型例题的解答和分析指导,提高读者分析和解题能力。本书是本科院校、专科学校、职业大学等各类工科学校材料力学课程的教学用书,适用于多、中、少学时类型的材料力学教学,有利于学生掌握基本理论,提高解题能力和应试水平。

责任编辑 安乃隽

版式设计 钟 诚

材料力学学习指导

华东地区材料力学与强度协会 编著
《材料力学学习指导》编委会

中国矿业大学出版社出版发行

新华书店经销 中国矿业大学出版社印刷厂印刷

开本 850×1168 毫米 1/32 印张 9.75 字数 276 千字

1996 年 6 月第一版 1996 年 6 月第一次印刷

印数 1—13000 册

ISBN 7-81040-528-4

O · 36

定价: 7.80 元

参编院校及编委名单

同济大学	周润玉 林盛兰
浙江水利水电专科学校	高健
浙江工业大学	周士森
嘉兴高等专科学校	俞美璋 汪胡烈
华东交通大学	胡宗陵
福建农业大学	周宝焜
南方冶金学院	温志明
苏州城建环保学院	吴学德
淮海大学	徐道远,符晓陵
中国矿业大学	黄平
江苏理工大学	苏军 胡白香
苏州丝绸工学院	于昌荣
无锡江南大学	陆贤英
常州工业技术学院	牟建跃
安徽机电学院	袁曾怀 李华
山东建工学院	陈文鹭
山东工业大学	蔺海荣
合肥工业大学	殷尔禧 白嘉楠
	杨伯源 李和平
东南大学	胡增强(特邀)

前 言

材料力学是高等工科院校的一门重要的技术基础课,然而学生普遍反映该门课程基本理论和公式繁多,计算复杂,难以融会贯通与掌握。编写本书的指导思想是帮助学生系统地有重点地复习材料力学的基本理论和基本公式,做到明确基本概念,掌握基本理论。同时通过对典型例题的解答及分析,提高分析问题和解决问题的能力。

本书是以机械、土建类专业材料力学教学基本要求规定的内容为线索,编写了拉伸与压缩、剪切、扭转、平面图形的几何性质、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力分析与强度理论、组合变形、能量法、超静定问题、压杆稳定、动荷应力、交变应力和电测应力分析等 16 章。每章的内容由理论要点和典型例题分析两部分组成。每个例题的讨论中,对解题中容易出现的错误和难点进行学习指导。另外,为帮助学生进行自我考核,我们从各工科院校近几年的试题中选编了 12 套试题,供读者练习。这些试题具有一定的典型性及综合性,旨在通过这些试题提高学生的应试能力。

协会的 18 所院校参加了本书的编写工作(见参编院校及编委名单)。参加编写第一、二、十一章的有周润玉、林盛兰、高健、周士森、俞美璋、汪胡烈,统稿人为周润玉。参加编写第五、六、七、八、十四、十六章的有吴崇德、于昌荣、苏军、胡白香、黄平、徐道远、符晓陵、陆贤英、牟建跃,统稿人为吴崇德。参加编写第三、四、九章的有胡宗陵、周宝焜、温志明,统稿人为胡宗陵。参加编写第十、十二、十三、十五、十六章的有殷尔禧、白嘉楠、杨伯源、李和平、陈文鹭、蔺海荣、袁曾怀、李华凯,统稿人为殷尔禧。应编委会之特邀,胡增

强教授撰写了“材料力学课程学习小结”一文,作为本书特色内容,置于第十六章之后。最后全部书稿由徐道远、杨伯源统稿、定稿。

我们希望本书的出版,对材料力学的教学工作能起到有益的作用,并希望该书能成为教师与学生喜欢的一本简明参考书。由于编写时间较紧,书中错漏不当之处,希望使用本书的广大教师和学生批评指正,以使再版时修正提高。

华东地区材料力学与强度协会

《材料力学学习指导》编委会

1995年11月20日

目 录

前言

第一章	拉伸与压缩·····	(1)
	理论要点·····	(1)
	典型例题分析·····	(9)
第二章	剪切·····	(26)
	理论要点·····	(26)
	典型例题分析·····	(28)
第三章	扭转·····	(37)
	理论要点·····	(37)
	典型例题分析·····	(45)
第四章	平面图形的几何性质·····	(58)
	理论要点·····	(58)
	典型例题分析·····	(62)
第五章	弯曲内力·····	(69)
	理论要点·····	(69)
	典型例题分析·····	(75)
第六章	弯曲应力·····	(86)
	理论要点·····	(86)
	典型例题分析·····	(93)
第七章	弯曲变形·····	(105)
	理论要点·····	(105)
	典型例题分析·····	(108)
第八章	应力分析与强度理论·····	(121)
	理论要点·····	(121)
	典型例题分析·····	(130)

第九章	组合变形	(150)
	理论要点.....	(150)
	典型例题分析.....	(159)
第十章	能量法	(173)
	理论要点.....	(173)
	典型例题分析.....	(182)
第十一章	静不定问题	(197)
	理论要点.....	(197)
	典型例题分析.....	(202)
第十二章	压杆稳定	(214)
	理论要点.....	(214)
	典型例题分析.....	(220)
第十三章	动荷应力	(232)
	理论要点.....	(232)
	典型例题分析.....	(235)
第十四章	交变应力	(245)
	理论要点.....	(245)
	典型例题分析.....	(250)
第十五章	电测应力分析	(256)
	理论要点.....	(256)
	典型例题分析.....	(263)
第十六章	试卷集及答案	(265)
	材料力学课程学习小结	(295)

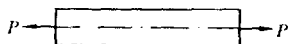
第一章 拉伸与压缩

【理论要点】

轴向拉伸与压缩是杆件的基本变形之一。拉压问题所涉及到的的一些基本概念和基本方法虽然比较简单,但在材料力学中却具有一定的普遍性。

一、轴向拉伸(压缩)的力学模型(图 1-1)

受力特点 作用于杆端上的外力合力作用线与杆件轴线重合。



变形特点 杆件产生沿轴线方向的伸长或缩短。

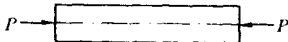


图 1-1

二、内力

定义 在外力作用下,杆件内部各部分之间的相互作用力。根据连续性假设,内力是连续分布于截面上的分布力系。分布内力系的合力(或合力偶)简称为内力。

轴力 轴向拉压时,杆件横截面上分布内力系的合力的作用线与杆件轴线重合,称为轴力。用记号 N 表示,单位为牛顿(N)。

轴力正负号的规定:拉力为正,压力为负。

轴力图 表示轴力沿杆件轴线变化规律的图线。

轴力图作法 建立 $N-x$ 直角坐标系, x 轴平行于杆轴线,表示横截面位置, N 轴垂直于 x ,表示对应截面上轴力的大小。拉力为正,压力为负。按一定比例画出轴力沿轴线变化的图线,即为轴力图。

三、截面法

用以显示和求解内力的基本方法称为截面法。其步骤为:

1. 截开 在欲求内力的截面处假想将杆件截分为两部分,留下一部分(一般为外力较少的一部分)作为研究对象。如图 1-2a。

2. 代替 用内力代替弃去部分对留下部分的作用。如图 1-2b。

3. 平衡 留下部分的平衡条件,确定未知的内力。

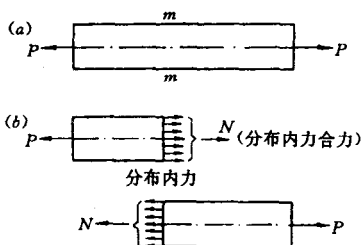


图 1-2

四、应力

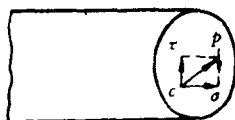


图 1-3

定义 截面上一点处内力的分布集度。如图 1-3。c 点的全应力为

$$p = \frac{dP}{dA}$$

正应力 垂直于截面的应力分量,用记号 σ 表示。

剪应力 切于截面的应力分量,用记号 τ 表示。

单位 牛/米²(N/m²)或帕(Pa)。

1. 拉(压)杆横截面上的正应力

拉压杆件横截面上只有正应力 σ ,且为均匀分布,其计算公式为

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad (1-1)$$

式中 N 为该横截面的轴力, A 为横截面面积。

正负号规定 拉应力为正,压应力为负。

公式(1-1)的适用条件:

(1) 杆端外力的合力作用线与杆轴线重合,即只适于轴向拉(压)杆件;

(2) 只适用于离杆件受力区域稍远处的横截面;

(3) 杆件上有孔洞或凹槽时,该处将产生局部应力集中现象,横截面上应力分布很不均匀;

(4) 截面连续变化的直杆,杆件两侧棱边的夹角 $\alpha \leq 20^\circ$ 时,可应用式(1-1)计算,所得结果的误差约为 3%。

2. 拉(压)杆斜截面上的应力(如图 1-4)

拉压杆件任意斜截面(α 面)上的应力为均匀分布,其计算公式为

$$\text{全应力 } p_\alpha = \sigma \cos \alpha$$

$$\text{正应力 } \sigma_\alpha = \sigma \cos^2 \alpha \quad (1-2)$$

$$\text{剪应力 } \tau_\alpha = \frac{1}{2} \sigma \sin 2\alpha \quad (1-3)$$

式中 σ 为横截面上的应力。

正负号规定:

α 由横截面外法线转至斜

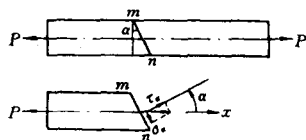


图 1-4

截面的外法线,逆时针转向为正,反之为负。

σ_α 拉应力为正,压应力为负。

τ_α 对脱离体内一点产生顺时针力矩的 τ_α 为正,反之为负。

两点结论:

(1) 当 $\alpha = 0^\circ$ 时,即横截面上, σ_α 达到最大值,即 $(\sigma_\alpha)_{\max} = \sigma$ 。当 $\alpha = 90^\circ$ 时,即纵截面上, $\sigma_\alpha = 90^\circ = 0$ 。

(2) 当 $\alpha = 45^\circ$ 时,即与杆轴成 45° 的斜截面上, τ_α 达到最大值,即 $(\tau_\alpha)_{\max} = \frac{\sigma}{2}$ 。

五、材料的力学性能

1. 低碳钢在拉伸时的力学性能

应力—应变曲线如图 1-5 所示。

卸载定律:在卸载过程中,应力和应变按直线规律变化。如图 1-5 中 dd' 直线。

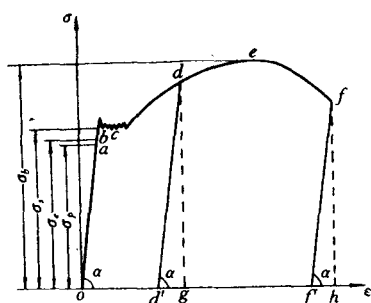


图 1-5

冷作硬化: 材料拉伸到强化阶段后, 卸除荷载, 再次加载时, 材料的比例极限提高, 而塑性降低的现象, 称为冷作硬化。如图 1-5 中 $d'ef$ 曲线。

图 1-5 中, of' 为未经冷作硬化, 拉伸至断裂后的塑性应变。 $d'f'$

为经冷作硬化, 再拉伸至断裂后的塑性应变。

四个阶段四个特征点, 见表 1-1。

表 1-1

阶 段	图 1-5 中 线段	特征点	说 明
弹性阶段	oab	比例极限 σ_p 弹性极限 σ_e	σ_p 为应力与应变成正比的最大应力 σ_e 为不产生残余变形的最大应力
屈服阶段	bc	屈服极限 σ_s	σ_s 为应力变化不大而变形显著增加时的最低应力
强化阶段	ce	抗拉强度 σ_b	σ_b 为材料在断裂前所能承受的最大名义应力
局部变形阶段	ef		产生颈缩现象到试件断裂

主要性能指标, 见表 1-2。

表 1-2

性 能	性 能 指 标	说 明
弹性性能	弹性模量 E	当 $\sigma \leq \sigma_p$ 时 $E = \frac{\sigma}{\epsilon}$
强度性能	屈服极限 σ_s	材料出现显著的塑性变形
	抗拉强度 σ_b	材料的最大承载能力
塑性性能	延伸率 $\delta = \frac{l_1 - l}{l} \times 100\%$	材料拉断时的塑性变形程度
	截面收缩率 $\psi = \frac{A - A_1}{A} \times 100\%$	材料的塑性变形程度

2. 低碳钢在压缩时的力学性能

应力—应变曲线如图 1-6 中实线所示。

低碳钢压缩时的比例极限 σ_p 、屈服极限 σ_s 、弹性模量 E 与拉伸时基本相同,但测不出抗压强度 σ_b 。

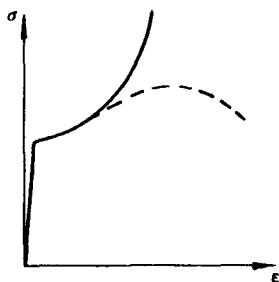


图 1-6

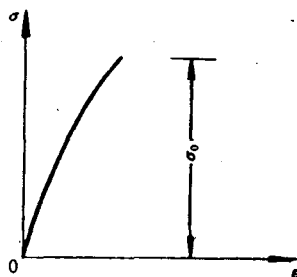


图 1-7

3. 铸铁拉伸时的力学性能

应力—应变曲线如图 1-7。

应力与应变无明显的线性关系,拉断前的应变很小,试验时只能测得抗拉强度 σ_b 。弹性模量 E 以总应变为 0.1% 时的割线斜率来度量。

4. 铸铁压缩时的力学性能

应力—应变曲线如图 1-8。

铸铁压缩时的抗压强度比拉伸时大 4—5 倍,破坏时破裂面与轴线成 $45^{\circ}\sim 35^{\circ}$ 。宜于做抗压构件。

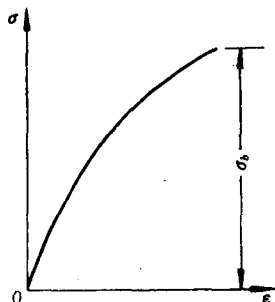


图 1-8

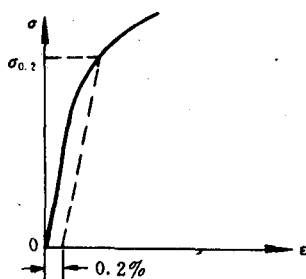


图 1-9

5. 塑性材料和脆性材料

延伸率 $\delta > 5\%$ 的材料称为塑性材料。

延伸率 $\delta < 5\%$ 的材料称为脆性材料。

6. 屈服强度 $\sigma_{0.2}$

对于没有明显屈服阶段的塑性材料,通常用材料产生 0.2% 的残余应变时所对应的应力作为屈服强度,并以 $\sigma_{0.2}$ 表示(图 1-9)。

六、强度计算

许用应力 材料正常工作容许采用的最高应力,由极限应力除以安全系数求得。

$$\text{塑性材料 } [\sigma] = \frac{\sigma_s}{n_s} ; \quad \text{脆性材料 } [\sigma] = \frac{\sigma_b}{n_b}$$

其中 n_s 、 n_b 称为安全系数,且大于 1。

强度条件:构件工作时的最大工作应力不得超过材料的许用应力。

对轴向拉伸(压缩)杆件

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma] \quad (1-4)$$

按式(1-4)可进行强度校核、截面设计、确定许可载荷等三类强度计算。

七、变形计算

1. 变形

杆件受到轴向拉力时,轴向伸长,横向缩短;受到轴向压力时,轴向缩短,横向伸长如图 1-10。

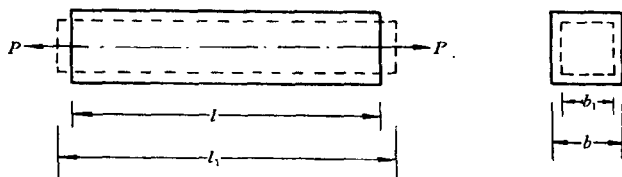


图 1-10

轴向变形

$$\Delta l = l_1 - l$$

轴向线应变

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

横向变形

$$\Delta b = b_1 - b$$

横向线应变

$$\epsilon' = \frac{\Delta b}{b}$$

正负号规定

伸长为正,缩短为负。

2. 虎克定律

当应力不超过材料的比例极限时,应力与应变成正比。即

$$\sigma = E\epsilon \quad (1-5)$$

或用轴力及杆件变形量表示为

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA} \quad (1-6)$$

式中 EA 称为杆件的抗拉压刚度, 是表征杆件抵抗拉压弹性变形能力的量。

公式(1-6)的适用条件:

- (1) 材料在线弹性范围内工作, 即 $\sigma \leq \sigma_p$;
- (2) 在计算 Δl 时, l 长度内其 N 、 E 、 A 均应为常量。如杆件上各段不同, 则应分段计算求其代数和得总变形。即

$$\Delta l = \sum_{i=1}^n \frac{N_i l_i}{E_i A_i}$$

3. 泊松比

当应力不超过材料的比例极限时, 横向应变与轴向应变之比的绝对值。即

$$\nu = \left| \frac{\epsilon'}{\epsilon} \right| \quad (1-7)$$

八、变形能

定义 杆件在外力作用下因变形而储存的能量, 称为变形能。
线弹性范围内, 杆件轴向拉伸或压缩时的变形能为

$$U = \frac{1}{2} P \Delta l = \frac{N^2 l}{2EA} \quad (1-8)$$

变形比能 杆件单位体积内储存的变形能。

轴向拉压时的弹性变形比能为

$$u = \frac{1}{2} \sigma \epsilon \quad (1-9)$$

比能单位 J/m^3

九、拉压静不定问题

定义 仅用静力平衡方程不能确定全部支反力和杆件内力的问题, 称为静不定问题, 或超静定问题。

解静不定问题的步骤 解静不定问题需综合考虑静力平衡、变形协调和物理关系三方面条件。

- (1) 画出杆件或节点的受力图, 列出平衡方程, 确定超静定次

数;

(2) 根据结构的约束条件作出变形位移图, 建立变形协调方程;

(3) 将力与变形间的物理关系(虎克定律)代入变形协调方程, 得补充方程;

(4) 联立静力平衡方程及补充方程, 求出全部约束反力及内力。

静不定结构的特点:

(1) 各杆的内力按其刚度分配;

(2) 制造不准确、温度改变、支座沉陷等都可能使杆件产生初应力。

【典型例题分析】

【例 1-1】变截面钢杆如图 1-11a 所示。已知: $E=210\text{GPa}$, $P_1=20\text{kN}$, $P_2=30\text{kN}$, $P_3=45\text{kN}$, $l_1=l_3=300\text{mm}$, $l_2=400\text{mm}$, $d_1=15\text{mm}$, $d_2=30\text{mm}$ 。试求: 1. 作杆的轴力图; 2. 杆内的最大正应力; 3. 杆内的最大剪应力; 4. 杆 AD 的总变形 Δl_{AD} ; 5. B 截面的轴向位移; 6. 最大线应变 $\epsilon_{\max}$ 。

解 1. 作杆的轴力图

先分别计算 AB、BC、CD 各段杆的轴力。假想用 1-1 截面将杆截开, 取右边部分作为考察对象, 假定截面上的轴力 N_1 为拉力, 如图 1-11b 所示。由静力平衡方程 $\sum X=0$, 有

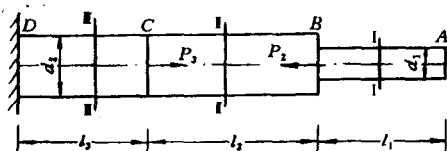
$$P_1 - N_1 = 0$$

得 AB 段轴力 $N_1 = P_1 = 20\text{ kN}$

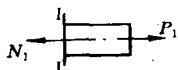
同理, 假想用 II-II 和 III-III 截面将杆截开, 均取右边部分作为考察对象, 假定截面上轴力 N_2 和 N_3 均为拉力如图 1-11b 所示。由静力平衡方程可分别求得 BC 和 CD 段轴力为

$$N_2 = P_1 - P_2 = 20 - 30 = -10\text{ kN}$$

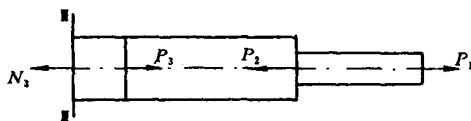
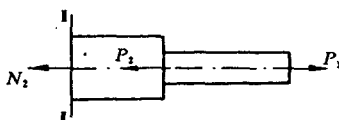
$$N_3 = P_1 - P_2 + P_3 = 20 - 30 + 45 = 35\text{ kN}$$



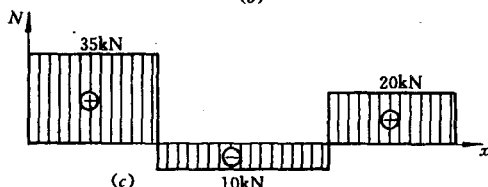
(a)



分析讨论



(b)



(c)

图 1-11

其中负号表示轴力为压力。继而可作杆的轴力图如图 1-11c 所示。由轴力图可见，CD 段轴力最大 $N_{\max} = 35 \text{ kN}$ 。

(1) 用截面法求轴力时，总是假设截面上的内力为正，这样由静力平衡条件解得的内力的正负号，就是该截面上内力的实际的正负号。

(2) 在集中外力作用的截面上轴力图有突变，突变大小等于集中力的大小，突变方向看该集中力对后段杆的作用是正(拉伸)或者负(压缩)，正者向上突变，负者向下突变。

2. 计算杆内的最大正应力 $\sigma_{\max}$

$$AB \text{ 段: } \sigma_{AB} = \frac{N_1}{A_1} = \frac{20 \times 10^3}{\frac{\pi}{4} (15 \times 10^{-3})^2} = 113.2 \text{ MPa}$$

$$CD \text{ 段: } \sigma_{CD} = \frac{N_3}{A_3} = \frac{35 \times 10^3}{\frac{\pi}{4} (30 \times 10^{-3})^2} = 49.5 \text{ MPa}$$

所以杆内的最大正应力发生在 AB 段，即

$$\sigma_{\max} = \sigma_{AB} = 113.2 \text{ MPa}$$

3. 计算杆内的最大剪应力 $\tau_{\max}$

杆内的最大剪应力发生在 AB 段，且在与杆轴线成 45° 的斜截面上，即

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \sigma_{\max} = \frac{1}{2} 113.2 = 56.6 \text{ MPa}$$