

研究生教学用书

# 自适应控制

第2版

吴士昌 吴忠强 著

机械工业出版社  
CHINA MACHINE PRESS



研究生教学用书

# 自适应控制

第2版

吴士昌 吴忠强 著

机械工业出版社

本书主要介绍线性模型参考自适应和自校正控制基本理论，以及各种实用的设计方法。内容包括：从一般形式线性微分方程入手，给出参数自适应的基本概念及自适应发展概况；用三种统一格式，概括了1974年以来用李雅普诺夫稳定理论，设计出的各种主要增广误差信号形式模型参考自适应方法；用波波夫超稳定理论设计出不用增广误差信号的结构简单实用的方法；从对象模型参数已知入手，参数未知时，用辨识参数代替已知参数得到了自校正预报、自校正调节器和控制器等各种实用的自校正方法；然后给出模型参考和自校正的统一格式，用统一格式方程分析系统的稳定性和收敛性，并简单地讨论了鲁棒性问题；最后给出应用实例，证明自适应的优越性。本书提供的各种实用设计方法通俗易懂，且具有常规反馈控制所没有的克服对象模型参数的不确定性和扰动性能，尤其适合于参数未知和慢时变的对象，也可供从事自动控制工作的工程师在实际中选用。

本书是高等理工类院校“控制理论与控制工程”专业研究生教材和高年级本科生选修课教材，也可作为相近专业参考教材。

### 图书在版编目（CIP）数据

自适应控制/吴士昌，吴忠强著. —2 版. —北京：  
机械工业出版社，2005.2  
(研究生教学用书)  
ISBN 7-111-02313-7

I . 自… II . ①吴… ②吴… III . 自适应控制 - 研  
究生 - 教材 IV . TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 000520 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)  
责任编辑：于苏华 版式设计：冉晓华 责任校对：魏俊云  
封面设计：鞠杨 责任印制：洪汉军  
北京京丰印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行  
2005 年 2 月第 2 版·第 1 次印刷  
1000mm×1400mm B5·12 印张·463 千字  
定价：30.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换  
本社购书热线电话 (010) 68993821、88379646

68326294、68320718

封面无防伪标均为盗版

## 第2版前言

本书在1990年版的基础上，作了适当的增删，将1990年以来的研究成果，符合本书体系的融进了书中。

为了便于学生的理解和掌握，对于模型参考自适应控制系统（MRACS）是从被控对象输出各阶导数可测入手，虽然不适用，但结构简单，物理概念清晰；然后介绍对象输出各阶导数不可测的各种设计方法，并推广之。对于自校正控制（STC），都是从参数已知开始讨论和分析，参数未知时用辨识参数代替已知参数，就构成了自校正调节器、自校正控制器、极点配置自校正调节器和控制器等。本书以介绍线性单变量连续系统为主，离散系统为辅。下面分别介绍各章的特点和体系。

第一章综述：从线性连续微分方程入手，指出线性系统是参数（微分方程系数）和状态（输入、输出及各阶导数）乘积之和。系统的稳定性、收敛性、希望性能等，取决于状态和参数。这个思想贯彻了本书的始终。此外，介绍了自适应控制原理和所用的数学模型。最后，综述了自适应系统的发展趋势和应用概况。

第二章用Lyapunov稳定理论设计MRACS：将1974年以来用Lyapunov稳定理论的各种主要采用增广误差信号的设计方法，用对象输出各阶导数可测和不可测及间接设计方法，三个统一格式全面概括了这个发展阶段，指出这些方法可调参数太多，结构复杂不适用的缺点，并作了适当的改进。引出下一章不用增广误差信号的设计方法。

第三章用Popov超稳定理论设计MRACS：这是我们多年来研究的主要成果。不仅去掉了对象输出各阶导数可测的假定条件，针对第二章的缺点，用Popov超稳定理论设计出各种结构简单、可调参数很少、实用的MRACS。为了解决各阶导数不可测和参数不能直接调整问题，我们引进了前馈和反馈补偿网络，用滤波导数代替对象不可测导数进行状态反馈。用调节前馈和反馈补偿网络参数，达到等效调节对象参数的目的。

书中先给出了四种基本设计方法：微分反馈网络，零状态等价，新结构设计方案，从参考模型取状态方案。指出微分反馈网络不适用的原因；零状态等价只适用于低价系统；后两种适用于任意相对阶数。指出了它们的优点及改进方法。根据工程实际需要进一步推广到其他领域：从无干扰到有干扰；从同阶跟随同阶到高阶跟随低阶及跟随参考序列；从定常参考模型到非定常参考模型；从单变量到多变量；从连续到离散；从无滞后到有滞后；从最小相位到非最小相位系统。

等。沿着这个体系进行了研究，取得了一些成果，也发现了一些新的有待进一步研究的问题，启发学生去完善和构造新的系统。第二、三章设计思想可以交换使用。

第四章自校正控制：从模型参数已知最优预报开始过渡到参数未知的自校正预报，从模型参数已知的最小方差控制过渡到参数未知的自校正调节器，各节都是按此思路叙述。为了解决自校正调节器不适合于非最小相位系统等问题，引出了自校正控制器和极点配置自校正调节器和控制器……。掌握了这些自校正基本思想和方法后，将其推广到 LQG 自校正、时变自适应、PID 自校正、多变量自校正等领域。

最后给出了 MRAC 和自校正的统一格式。两者不仅存在着参数自适应的共性，与线性系统参数已知情况下，极点配置和既配置极点又配置零点的精确模型匹配设计法比较，参数自适应控制相当于是用调参数既配置极点也配置零点的动态零极点配置设计方法。

第五章自适应控制的品质分析。前面各章已全面分析了自适应控制参数不确定性和对象达到期望性能的方法。这章除用统一格式从理论上分析自适应控制的稳定性和收敛性外，还对自适应控制所用的对象模型与实际对象模型在结构上的不确定性（与实际对象阶数不同，与实际对象相对阶数不同时等）进行初步分析，即所谓自适应鲁棒性问题。

第六章自适应控制应用，介绍两种控制方式的应用实例，来说明自适应控制的优越性。

本书总结了吴士昌教授 20 多年来在自适应控制领域，主要是模型参考自适应领域的符合本书体系的研究成果，并融进了教学中的体会和理解，用通俗易懂的语言由简单到复杂，由浅入深地介绍给读者。

全书各章自成体系，并用统一格式将 MRAC 和 STC 统一起来，然后分析它的稳定性、收敛性和鲁棒性，构成了总的体系。

全书由吴忠强教授（博士）主持编写，融进了他的想法和研究成果。由吴士昌教授校阅修改，还得到王绍仙、王子洋、王凤琴、易之光、李兵、赵翠俭、冀尔康、李伟等诸多研究生的协助，谨向他们致谢！由于我们水平有限，错误和不妥之处在所难免，请批评指正。

燕山大学：吴士昌、吴忠强  
2004 年 6 月

# 第1版前言

本教材是高等工业学校“工业电气自动化”专业教学指导委员会组织编写的。由 14 所院校推荐的 14 位专家评审，东南大学史维教授担任主审，根据专家评审意见，由教学指导委员会推荐出版。

全书共分六章。第一章综述自适应控制理论的发展和应用，力图给学生一概括性和系统性的知识，以便查阅资料之用。

第二、三章介绍模型参考自适应控制理论和方法。根据新大纲精神，去掉了李雅普诺夫稳定理论（放在线性系统课程中），只介绍波波夫超稳定理论和正实定理。第二章用统一格式综合介绍了应用李雅普诺夫稳定理论设计 MRAC 系统的方法，全面概括了从 Monopoli 以来的几种主要设计方法，给学生一系列的概念及掌握怎样从纷乱复杂的个性中找出共性，说明自适应规律也是从特殊到一般的发展过程。在系统归纳总结时会发现一些欠缺和不足，启示学生去进一步完善。第三章介绍应用波波夫超稳定理论设计 MRAC 系统，内容编排与第二章相反，系统地提供一系列各具特点的结构简单、便于实际应用的设计方法，并指出其特点和不足。这就开拓了学生的视野和思路，又可启示学生去构造新的、更完善的系统。第二、三章设计思想可以互换使用，第三章的设计方法主要是我校几年来师生共同研究内容的小结。第四章系统介绍自校正预报、调节和控制系统的各种设计方法。第五章介绍自适应系统品质分析：稳定性、收敛性、鲁棒性分析，以便于学生进一步理解、研究和开拓。在全面介绍了第二、三、四章后给出了自校正和模型参考自适应控制的统一格式，系统地概括了以前的一些主要成果，为学生进一步深化、统一和品质分析奠定基础。

第六章给出了上述两种控制方式的应用实例，证明其优于常规反馈控制系统，具有克服各种扰动的功能，说明自适应控制的生命力，启示人们在实践中去采用。

本书以 1985 年电气自动化委员会控制理论及应用年会专题讲座讲义为基础，结合近年来的教学实践，并根据 1987 年 8 月制订的研究生“自适应控制”课程教学大纲的要求，参考专家们评审的意见而编成的，最后又得到史维教授的细心校阅，在此一并致谢！

全书由吴士昌主笔，吴士昌、臧瀛芝编著，第五章由于洪年、张捍东编写，

张捍东等画图。在编写过程中先后得到于洪年、张捍东、初振友、方敏、申铁龙、臧怀刚、张茂青、刘爱丽、徐国凯及在校研究生等协助，谨向他们致谢！由于我们的水平所限，错误和不妥之处在所难免，请读者批评指正。

吴士昌、臧瀛芝  
1989年7月

# 目 录

## 第 2 版前言

## 第 1 版前言

第一章 综述 .....	1
第一节 引言 .....	1
第二节 自适应控制的基本概念和定义 .....	2
第三节 自适应控制原理和数学模型 .....	3
第四节 自适应控制系统发展概况 .....	8
第二章 用李雅普诺夫稳定理论设计 MRAC 系统 .....	27
第一节 利用对象输出微分设计 MRAC 系统 .....	27
第二节 利用对象输入输出测量值设计 MRAC 系统 .....	38
第三节 间接法设计 MRAC 系统的一种改进方案 .....	55
习题与思考题 .....	60
第三章 用波波夫超稳定理论设计 MRAC 系统 .....	62
第一节 正实函数和动态系统的正实条件 .....	62
第二节 超稳定理论 .....	71
第三节 利用对象输入输出微分设计 MRAC 系统 .....	76
第四节 用微分反馈网络设计 MRAC 系统 .....	81
第五节 用滤波导数和零状态等价关系设计 MRAC 系统 .....	87
第六节 适合于任意阶数的滤波导数 MRAC 系统设计方法 .....	95
第七节 高阶系统跟随低阶模型的 MRAC 系统设计方法 .....	102
第八节 从模型取状态 MRAC 系统设计方法 .....	112
第九节 克服干扰（扰动）的 MRAC 系统设计方法 .....	119
第十节 非定常参数参考模型的 MRAC 系统设计方法 .....	129
第十一节 多变量混合 MRAC 系统设计方法 .....	136
第十二节 二阶离散 MRAC 系统设计例题 .....	141
第十三节 具有纯滞后的离散 MRAC 系统 .....	147
第十四节 离散从模型取状态 MRAC 系统 .....	160

第十五节 使用低阶参考模型的从模型取状态离散 MRAC 系统 .....	167
第十六节 非最小相位系统的 MRAC 方案 .....	172
习题与思考题 .....	176
<b>第四章 自校正控制 .....</b>	<b>177</b>
第一节 引言 .....	177
第二节 自校正预报 .....	177
第三节 最小方差控制 .....	188
第四节 自校正调节器 .....	193
第五节 自校正控制器 .....	205
第六节 极点配置自校正调节器 .....	213
第七节 极点配置自校正控制器 .....	224
第八节 LQG 自校正调节器 .....	234
第九节 时变系统的自适应算法 .....	241
第十节 多变量自校正控制 .....	244
第十一节 自适应控制算法的统一格式 .....	255
第十二节 PID 自校正控制器 .....	265
习题与思考题 .....	269
<b>第五章 自适应控制品质分析 .....</b>	<b>270</b>
第一节 引言 .....	270
第二节 自适应控制系统稳定性分析 .....	272
第三节 自适应控制系统收敛性分析 .....	288
第四节 自适应控制系统的鲁棒性 .....	308
习题与思考题 .....	317
<b>第六章 自适应控制的应用 .....</b>	<b>318</b>
第一节 工业自适应控制器 .....	318
第二节 MRAC 系统在晶闸管直流电力拖动上的应用 .....	322
第三节 MRAC 系统在四辊可逆冷轧机液压伺服系统上的应用 .....	328
第四节 单晶生长过程自校正控制 .....	331
第五节 多变量自校正调节器在圆筒锅炉控制中的应用 .....	335
第六节 机器人的自适应控制 .....	341

<b>附录</b>	.....	<b>350</b>	
<b>附录 A</b>	定理 3-1 和定理 3-2 的证明	.....	<b>350</b>
<b>附录 B</b>	定理 3-11 (正实定理) 的证明	.....	<b>353</b>
<b>附录 C</b>	定理 3-15 和定理 3-16 (波波夫超稳定定理) 的证明	.....	<b>357</b>
<b>参考文献</b>	.....	<b>365</b>	

# 第一章 综述

## 第一节 引言

控制理论是研究如何控制各种被控对象（或称系统）使动态过程性能达到期望性能的学科。要控制被控对象，首先必须找出描述被控对象运动规律的动态数学模型，然后用控制理论分析和设计控制律，用这个控制律去控制被控对象达到人们期望的性能。

本书内容以线性连续系统为主，线性离散系统为辅。下面以线性连续系统为例，诱导出自适应控制。

线性连续系统由以下一般形式微分方程描述

$$\begin{aligned} & a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) \\ & = b_m \frac{d^m u(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} u(t)}{dt^{m-1}} + \cdots + b_1 \frac{du(t)}{dt} + b_0 u(t) \end{aligned}$$

式中， $a_i (i = 0, 1, \dots, n)$ 、 $b_i (i = 0, 1, \dots, m)$  统称为参数；输入  $u(t)$  和输出  $y(t)$  及其各阶导数统称为状态。显然上述模型是参数和状态乘积之和，系统的性能——稳定性、收敛性及期望性能等取决于系统的参数和状态，其实上述这种意义上状态的变化规律也取决于参数。下面说明参数和状态与稳定性和收敛性的关系。期望性能待后面各章讨论。

先讨论参数是已知定常的情况，这是古典控制理论。现代控制理论状态空间分析法、精确模型匹配设计法、最优控制理论的分析条件，而参数  $a_i$ 、 $b_i$  决定了这些系统的性能。

例如：古典控制理论将上述微分方程通过拉氏变换，变换到复频域进行分析，得到了系统的传递函数。当传递函数分子、分母多项式的特征根在左半平面上时，系统是稳定的，否则是不稳定的。而特征根的值取决于参数  $a_i$ 、 $b_i$ 。

而现代控制理论状态空间分析法是在时域进行分析。将微分方程化为状态方程，求解状态方程的时域解——状态  $x(t)$  ( $n$  维)。当时间  $t \rightarrow \infty$  时，状态  $x(t)$  是收敛的，则系统是稳定的，否则系统是不稳定的。状态方程的解状态  $x(t)$  表达式取决于状态方程中的矩阵，而状态方程矩阵中各元素由微分方程的参数构成，可见状态  $x(t)$  的性能仍取决于  $a_i$ 、 $b_i$ 。

讨论参数  $a_i, b_i$  是未知定常或慢时变情况, 上述分析方法就不再适用了。必须采用其他的控制方法, 如自适应控制、鲁棒控制等, 本书只介绍自适应控制。

目前的自适应方法主要是参数自适应, 就是用调整上述微分方程的参数  $a_i, b_i$  的方法, 使控制系统的性能达到期望的性能, 显然系统的性能仍然取决于参数。但在调整时, 系统不再是线性的了。

可以用各种方法调整参数, 当时间  $t \rightarrow \infty$  时, 调整  $a_i, b_i$  的方法不收敛, 则系统一定是不稳定的(混沌除外)。当  $a_i, b_i$  收敛于某一常数值  $a_i^*, b_i^*$  时, 则系统不一定是稳定的, 因为收敛到的常数  $a_i^*, b_i^*$  决定了系统的最终性能。这如同上面分析定常模型的方法一样, 在复频域看它的特征根, 在复平面左半闭平面是稳定的, 否则是不稳定的。时域中的状态  $x(t)$ , 当  $t \rightarrow \infty$  时,  $x(t)$  收敛是稳定的, 否则是不稳定的。可见自适应系统的性能也同样取决于参数。

对于离散线性系统来说也是如此, 只不过描述离散系统的差分方程中的状态是各离散时刻的采样值而已, 分析方法相似, 在此不细述。

## 第二节 自适应控制的基本概念和定义

众所周知, 当被控对象参数是已知定常或变化较小以至可忽略时, 一般采用常规反馈控制、模型匹配控制或最优控制等方法, 便可以得到较为满意的控制效果。但是, 当被控对象参数未知, 或者由于环境条件影响, 参数发生较大变化时, 上述控制方式就不适用了。因为对象参数的变化会使本来处于某种最优指标状态工作的系统, 不再是最优的甚至变成不稳定的系统。为了解决上述问题, 使系统维持在最优或接近最优状态下工作, 最有效的方法之一是采用自适应控制方式。

自适应控制系统可通过结构图 1-1 来加以说明<sup>[1,2]</sup>。

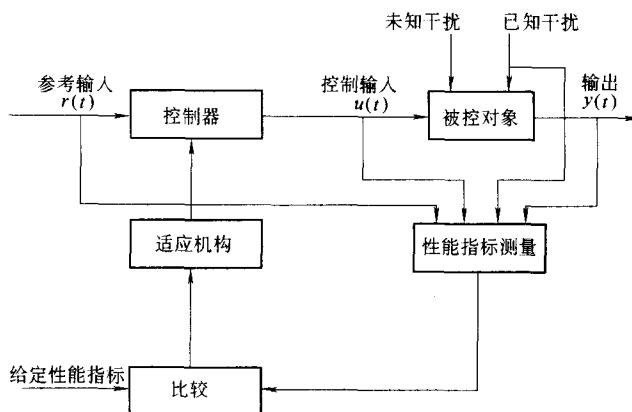


图 1-1 自适应控制系统框图

上述系统在运行过程中，根据参考输入  $r(t)$ 、控制输入  $u(t)$ 、对象输出  $y(t)$  和已知外部干扰来量测对象性能指标，从而认识和掌握系统当前的性能指标，然后与给定性能指标进行比较，做出决策，通过适应机构来改变系统参数，或者产生一个辅助的控制输入量，累加到系统上，以保证系统跟踪给定的性能指标，使系统处于最优或接近最优的工作状态。按照这种思想建立起来的系统叫做自适应控制系统。

判别一个系统是否是自适应的标志是看它是否包含性能指标控制环<sup>[10]</sup>。

为了清楚起见，再给一个含义广泛的定义：自适应控制系统是一个具有一定适应能力的系统，它能够认识环境条件的变化（如负荷变化，风、雨等气候条件的变化，化学反应催化剂的变化等）并自动校正控制动作，使系统达到最优或接近最优的控制效果。

自适应控制有许多定义，不同学者根据自己的观点给出了各种定义<sup>[2,4,8]</sup>，在此不再赘述。

自 50 年代末期由麻省理工学院 Wittaker 等人<sup>[3]</sup>提出第一个自适应控制系统以来，先后出现了许多形式完全不同的自适应系统<sup>[1,4,5,8]</sup>，大致可以分为：增益自适应控制，模型参考自适应控制（MRAC），自校正控制（STC），直接优化目标函数自适应控制，模糊自适应控制，多模型自适应控制，自适应逆控制等。

本书主要介绍其中的两类：模型参考自适应控制和自校正控制<sup>[1,4,5]</sup>。

### 第三节 自适应控制原理和数学模型

#### 一、模型参考自适应控制原理与数学模型

MRAC 系统的工作原理可通过结构图 1-2 来说明。先根据被控对象要求达到的性能指标，设计一个与对象同价的定常参考模型，将其与被控对象并联，在同一个参考输入  $r(t)$  的作用下，比较两者的输出得到的偏差，通常称之为广义误差，用  $e(t)$  表示。再通过设计出来的适应机构，去调节被控对象的参数，或者产生一个辅助控制输入量，累加到被控对象输入上，最终达到  $e(t) \rightarrow 0$ 。这样，被控对象便跟随上参考模型，模型的性能指标就是对象的性能指标。

这是一种用调节被控对象参数追踪参考模型变化规律的办法，达到对象要达到的性能指标。

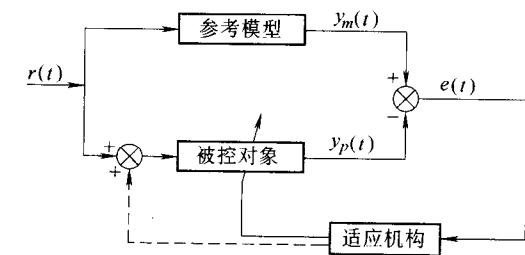


图 1-2 MRAC 系统

所用的数学模型可用两种方式来描述，即状态方程和输入、输出方程。现在分别介绍如下。

### (一) 用状态方程描述的 MRAC 系统

参考模型用如下线性状态方程表示

$$\dot{x}_m = A_m x_m + B_m r \quad x_m(0) = x_{m0}$$

式中， $x_m$  为模型的  $n$  维状态矢量； $r$  为  $m$  维分段连续输入函数矢量； $A_m$  和  $B_m$  分别为  $n \times n$  维和  $n \times m$  维的已知常数矩阵。参考模型是稳定的，能控能观的。

参数调整形式 MRAC 系统的被控对象状态方程为

$$\dot{x}_p = A_p(e, t)x_p + B_p(e, t)r$$

$$x_p(0) = x_{p0} \quad A_p(0) = A_{p0} \quad B_p(0) = B_{p0}$$

式中， $x_p$  为被控对象  $n$  维状态矢量； $A_p(e, t)$  和  $B_p(e, t)$  分别为  $n \times n$  维和  $n \times m$  维未知定常或慢时变矩阵，它们通过自适应机构依赖于误差  $e$ ，而  $e = x_m - x_p$ 。

信号综合形式 MRAC 系统的被控对象状态方程为

$$\dot{x}_p = A_p x_p + B_p r + r_a(e, t)$$

$$x_p(0) = x_{p0} \quad r_a(0) = r_{a0}$$

式中， $A_p$  和  $B_p$  相对自适应过程来说可以看成是常数矩阵；而信号  $r_a(e, t)$  是由广义误差  $e$  通过自适应机构形成的。

状态方程形式 MRAC 系统框图如图 1-3 所示。

对于参数自适应情况，设计的目标是确定一个特定的自适应律，用广义误差  $e$  按照这一特定的自适应律来调节参数矩阵  $A_p(e, t)$  和  $B_p(e, t)$ 。在系统稳

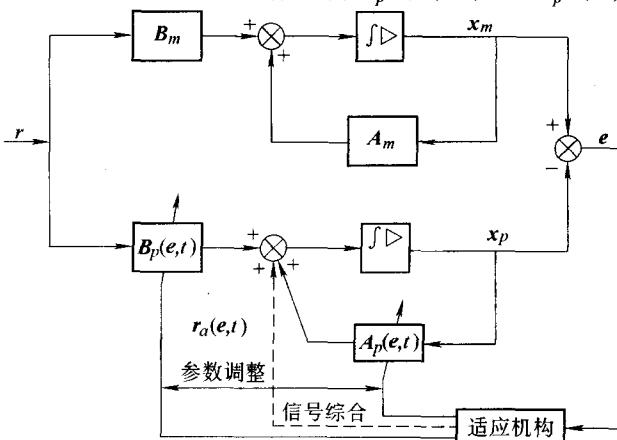


图 1-3 用状态方程描述的 MRAC 系统

定的情况下，这种调节作用能使广义误差  $e$  趋向于零。为了使调节效果不致随着广义误差  $e$  趋向于零值而消失，自适应律中应包含具有记忆性质的积分作用。这就是说，对于可调参数来说，它不仅依赖于广义误差现在时刻  $e(t)$ ，同时也依赖于它的过去时刻  $e(\tau)$ ， $\tau \leq t$ 。因此，对参数自适应情况，适应律可以用下式确定：

$$\begin{aligned} A_p(e, t) &= F(e, \tau, t) + A_p(0) \quad 0 \leq \tau \leq t \\ B_p(e, t) &= G(e, \tau, t) + B_p(0) \quad 0 \leq \tau \leq t \end{aligned}$$

式中， $F$  和  $G$  表示在区间  $0 \leq \tau \leq t$  上， $A_p(e, t)$ 、 $B_p(e, t)$  与  $e$  之间的函数关系，一般常用比例加积分形式，表示为

$$\begin{aligned} F(e, \tau, t) &= \int_0^t F_1(e, \tau, t) d\tau + F_2(e, t) \\ G(e, \tau, t) &= \int_0^t G_1(e, \tau, t) d\tau + G_2(e, t) \end{aligned}$$

对信号综合形式自适应系统，信号综合自适应律可表示为

$$r_a(e, t) = r(e, \tau, t) + r_a(0)$$

式中， $r_a$  的含义与  $F$  和  $G$  相同，仍可表示为

$$r(e, \tau, t) = \int_0^t r_1(e, \tau, t) d\tau + r_2(e, t)$$

从上述方程可见，自适应律具有比例积分的作用，它既有瞬时调节作用，又有记忆调节作用。

## (二) 用输入输出方程描述 MRAC 系统

采用输入输出方程描述的 MRAC 系统，一般采用微分算子形式表示，设单输入单输出参考模型方程为

$$A_m(p)y_m(t) = B_m(p)r(t)$$

式中， $p \triangleq \frac{d}{dt}$ ； $A_m(p) = \sum_{i=0}^n a_i p^i$ ； $B_m(p) = \sum_{i=0}^m b_i p^i$ ， $m \leq n$ ； $r$  是标量输入； $y_m$  是标量输出； $a_i$ 、 $b_i$  是已知定常系数。

并联被控对象输入输出方程为

$$A_p(t, p)y_p(t) = B_p(t, p)r(t)$$

式中， $A_p(t, p) = \sum_{i=0}^n \alpha_i(e, t)p^i$ ； $B_p(t, p) = \sum_{i=0}^m \beta_i(e, t)p^i$ ； $y_p$  是对象的标量输出； $\alpha_i(e, t)$ 、 $\beta_i(e, t)$  是对象可调参数。这些可调参数由广义误差  $e$  通过自适应机构调整，而

$$e(t) = y_m(t) - y_p(t)$$

用输入输出方程描述的 MRAC 系统结构如图 1-4 所示。图 1-4 也示出了信号

综合形式的 MRAC 系统，其对象方程如下：

$$A_p(p)y_p(t) = B_p(p)[r + \mu(e, t)]$$

式中， $A_p(p) = \sum_{i=0}^n \alpha_i p^i$ ;  $B_p(p) = \sum_{i=0}^m \beta_i p^i$ ,  $\alpha_i, \beta_i$  是常数。

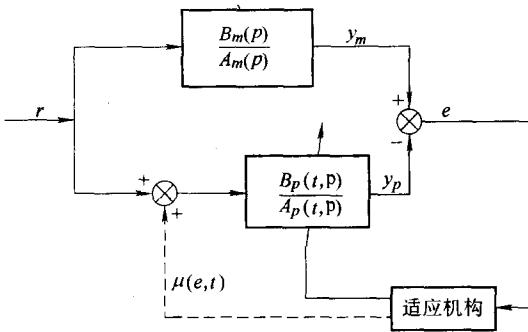


图 1-4 用输入输出方程描述的 MRAC 系统

上述对象的适应律与用状态方程描述时相似，形式如下：

$$\alpha_i(e, t) = f_i(e, \tau, t) + \alpha_i(0)$$

$$\beta_i(e, t) = g_i(e, \tau, t) + \beta_i(0)$$

$$\mu(e, t) = \mu(e, \tau, t) + \mu(0) \quad 0 \leq \tau \leq t$$

式中， $f_i(e, \tau, t)$ 、 $g_i(e, \tau, t)$ 、 $\mu(e, \tau, t)$  为适应律，具有比例积分形式如下：

$$f_i(e, \tau, t) = \int_0^t f_{i1}(e, \tau, t) d\tau + f_{i2}(e, t)$$

$$g_i(e, \tau, t) = \int_0^t g_{i1}(e, \tau, t) d\tau + g_{i2}(e, t)$$

$$\mu(e, \tau, t) = \int_0^t \mu_1(e, \tau, t) d\tau + \mu_2(e, t)$$

对多变量系统，将多项式换成相应维数的多项式阵，标量输入输出换成相应的矢量输入输出即可。

为了设计 MRAC 系统，需作下面几点基本假定（理想情况）：

- (1) 对象状态是不能直接测量的（本书将假定状态可测这条改了）。
- (2) 对象传递函数分子多项式和分母多项式系数是未知定常或慢时变的。
- (3)  $B_p(p)$  和  $A_p(p)$  的阶数  $m$  和  $n$  是已知的，且  $m \leq n - 1$ 。
- (4)  $B_p(p)$  是  $m$  阶渐近稳定多项式。
- (5) 增益  $\beta > 0$  的符号是已知的。

假定 1 是为了符合实际要求；假定 2 表明在自适应调整过程中认为参数不

变，只依赖于自适应机构；假定3是设计参考模型所必需的；假定4是只研究最小相位系统；假定5是在确定参数自适应律时的定理需要。

### (三) 串联的等价关系

上面讨论了并联MRAC系统，对于串并联和串联的MRAC系统的基本分析方法，与并联的MRAC系统相同，而且它们之间存在着内在的联系，只要经过简单的变换就可以得到彼此等效的结构。例如图1-5所示的MRAC系统的结构，可以化为并联形式。

根据图1-5可以列出下列方程式：

$$\begin{aligned} u_p &= K_r r + K_m x_m - K_p x_p = K_r r + K_m (x_m - x_p) + (K_m - K_p) x_p \\ &= K_r r + K_m e + (K_m - K_p) x_p \end{aligned}$$

根据上式可以画出与图1-5等效的并联形式，见图1-6。

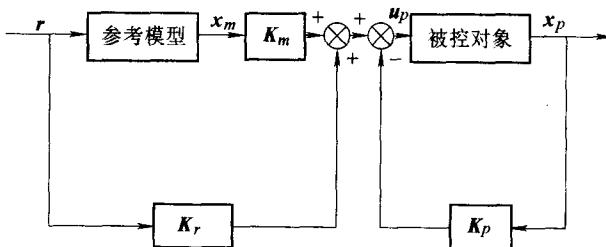


图 1-5 串联 MRAC 系统

## 二、自校正调节器原理和数学模型

自校正调节器(STR)的工作原理可通过图1-7来说明。

自校正调节器是应用在线递推数学模型辨识方法和最小方差控制性能相结合来校正偏差的。

根据检测出的被控对象输入输出数据，离线辨识出对象的结构(阶数)和参数。以这个模型结构为基础，以辨识出的参数为初始值，用在线递推模型辨识方法不断辨识出模型的参数(即不断地检测输入输出数据，不断地计算出新的参数)。也就是用一个结构不变、参数变化的模型去追踪被控对象的变化规律，使模型的变化规律尽可能与对象的变化规律

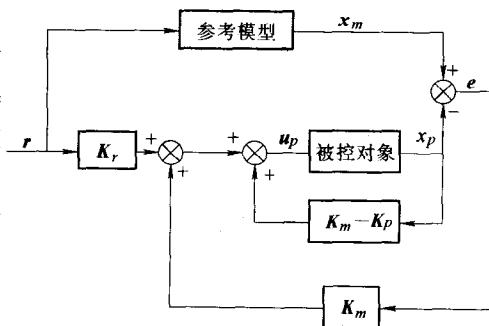


图 1-6 等效并联 MRAC 系统