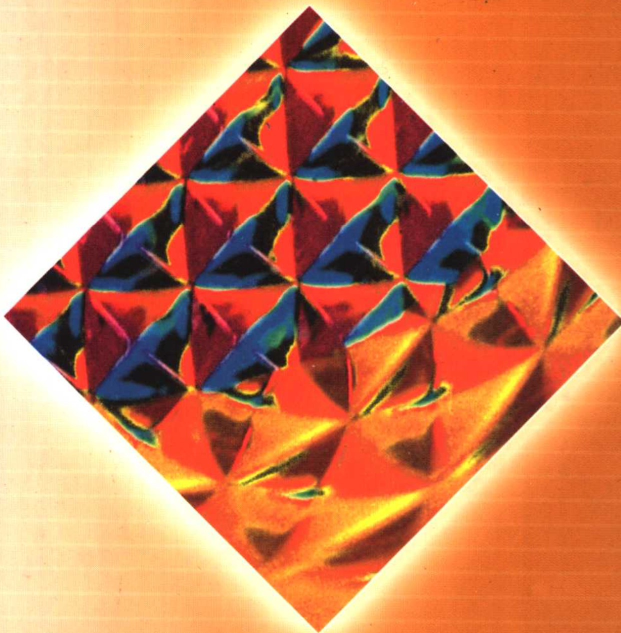


教育科学“十五”国家规划课题研究成果

《大学物理教程》习题分析与解答

夏兆阳　王雪梅　主编

高等教育出版社

内容简介

本书是全国教育科学“十五”国家规划课题“21世纪中国高等学校应用型人才培养体系的创新与实践”的研究成果，是与夏兆阳主编的《大学物理教程》相配套的习题分析与解答．全书按主教材的章节顺序编排，对教材中全部习题给出了分析、解题思路和答案，特别注重对解题思路的分析，可以帮助学生加强对所学知识的理解，巩固和提高学习效果．

本书适合于高等学校工科各专业，特别是使用夏兆阳主编的《大学物理教程》的各校师生参考．

图书在版编目(CIP)数据

《大学物理教程》习题分析与解答/夏兆阳，王雪梅主编．—北京：高等教育出版社，2004.7
ISBN 7-04-014436-0

Ⅰ.大… Ⅱ.①夏…②王… Ⅲ.物理学-高等学校-解题 Ⅳ.O4-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第015099号

策划编辑 刘 伟　责任编辑 王文颖　封面设计 于文燕
责任绘图 黄建英　版式设计 胡志萍　责任校对 尤 静
责任印制 孔 源

出版发行 高等教育出版社
社　　址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100011
总　　机 010-82028899

购书热线 010-64054588
免费咨询 800-810-0598
网　　址 http://www.hep.edu.cn
http://www.hep.com.cn

经　　销 新华书店北京发行所
排　　版 高等教育出版社照排中心
印　　刷 北京星月印刷厂

开　　本 787×960 1/16
印　　张 11
字　　数 200 000

版　　次 2004年7月第1版
印　　次 2004年7月第1次印刷
定　　价 14.30元

总　　序

为了更好地适应当前我国高等教育跨越式发展需要，满足我国高校从精英教育向大众化教育的重大转移阶段中社会对高校应用型人才培养的各项要求，探索和建立我国高等学校应用型人才培养体系，全国高等学校教学研究中心(以下简称“教研中心”)在承担全国教育科学“十五”国家规划课题“21世纪中国高等教育人才培养体系的创新与实践”研究工作的基础上，组织全国100余所以培养应用型人才为主的高等院校，进行其子项目课题“21世纪中国高等学校应用型人才培养体系的创新与实践”的研究与探索，在高等院校应用型人才培养的教学内容、课程体系研究等方面取得了标志性成果，并在高等教育出版社的支持和配合下，推出了一批适应应用型人才培养需要的立体化教材，冠以“教育科学‘十五’国家规划课题研究成果”.

2002年11月，教研中心在南京工程学院组织召开了“21世纪中国高等学校应用型人才培养体系的创新与实践”课题立项研讨会.会议确定由教研中心组织国家级课题立项，为参加立项研究的高等院校搭建高起点的研究平台，整体设计立项研究计划，明确目标.课题立项采用整体规划、分步实施、滚动立项的方式，分期分批启动立项研究计划.为了确保课题立项目标的实现，组建了“21世纪中国高等学校应用型人才培养体系的创新与实践”课题领导小组(亦为高校应用型人才立体化教材建设领导小组).会后，教研中心组织了首批课题立项申报，有63所高校申报了近450项课题.2003年1月，在黑龙江工程学院进行了项目评审，经过课题领导小组严格的把关，确定了首批9项子课题的牵头学校、主持学校和参加学校.2003年3月至4月，各子课题相继召开了工作会议，交流了各校教学改革的情况和面临的具体问题，确定了项目分工，并全面开始研究工作.计划先集中力量，用两年时间形成一批有关人才培养模式、培养目标、教学内容和课程体系等理论研究成果报告，并在研究报告的基础上，同步组织建设反映应用型人才培养特色的立体化系列教材.

与过去立项研究不同的是，“21世纪中国高等学校应用型人才培养体系的创新与实践”课题研究在审视、选择、消化与吸收多年来已有应用型人才培养探索与实践成果基础上，紧密结合经济全球化时代高校应用型人才培养工作的实际需要，努力实践，大胆创新，采取边研究、边探索、边实践的方式，推进高校应用型人才培养工作，突出重点目标，并不断取得标志性的阶段成果.

教材建设作为保证和提高教学质量的重要支柱和基础，作为体现教学内容

和教学方法的知识载体,在当前培养应用型人才中的作用是显而易见的.探索、建设适应新世纪我国高校应用型人才培养体系需要的教材体系已成为当前我国高校教学改革和教材建设工作面临的十分重要的任务.因此,在课题研究过程中,各课题组充分吸收已有的优秀教学改革成果,并和教学实际结合起来,认真讨论和研究教学内容和课程体系的改革,组织一批学术水平较高、教学经验较丰富、实践能力较强的教师,编写出一批以公共基础课和专业、技术基础课为主的有特色、适用性强的教材及相应的教学辅导书、电子教案,以满足高等学校应用型人才培养的需要.

我们相信,随着我国高等教育的发展和高校教学改革的不断深入,特别是随着教育部"高等学校教学质量和教学改革工程"的启动和实施,具有示范性和适应应用型人才培养的精品课程教材必将进一步促进我国高校教学质量的提高.

全国高等学校教学研究中心

2003 年 4 月

前　言

本书是全国教育科学“十五”国家规划课题“21世纪中国高等学校应用型人才培养体系的创新与实践”的研究成果，是与夏兆阳主编的《大学物理教程》相配套的习题分析与解答.

在选题上除了普通物理学所涉及的内容，即力学、热学、振动与波、波动光学、电磁学以及相对论、量子力学部分的习题外，本书还增加了20世纪新发展起来的包括对称与守恒、混沌、信息熵、耗散结构理论等物理学知识的相关习题，并与各部分内容的教学学时成比例地确定了相应的习题量.

书中所选习题力求内容丰富、题意新颖，覆盖的知识面广但难度适中，不追求习题的难、偏、怪.有些习题适当地加入了分析过程，以期对所研究的物理问题建立一个清晰的物理图像，帮助学生建立起解题思路，锻炼学生分析问题、解决问题的能力，从而加深对物理学的基本概念及规律的理解与掌握.

书中新增内容，旨在开阔学生眼界，拓宽解题思路，突破经典物理的“理想化”模型的束缚，认识客观世界比较真实的物理图景，有助于学生建立科学的物质观、时空观、宇宙观.

本书可供工科院校各专业及成人教育学院相关专业师生使用.

本书由夏兆阳、王雪梅主编，由夏兆阳、王雪梅、母小云、孙会娟、吴萍编写.其中第1、2、13章由母小云编写；第3、6章由夏兆阳编写；第4、12章由吴萍编写；第5、14、15章由孙会娟编写；第7、8、9、10、11章由王雪梅编写.全书由夏兆阳、王雪梅统稿.

本书由王美霞、倪苏敏、邱平、高兴茹、张东、张丹海等老师审阅，并提出了许多中肯的修改意见，在此编者致以衷心的感谢.

本书的编写得到了全国高等学校教学研究中心的密切指导，高等教育出版社为本书的出版提供了大力支持，在此一并表示诚挚的感谢.

因编者水平有限，书中难免有错误和不足之处，敬请读者批评指正.

编　者

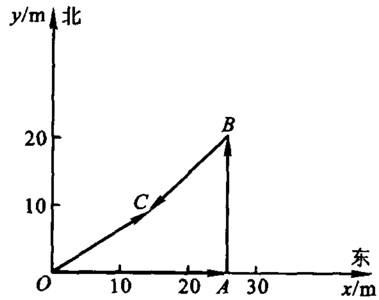
2003.11

目　　录

第1章　质点力学

1.1　一人自坐标原点出发,经过 20 s 向东走了 25 m,又用 15 s 向北走了 20 m,再经过 10 s 向西南方向走了 15 m,求:(1)全过程的位移和路程;(2)整个过程的平均速度和平均速率.

解:(1)以人为研究对象,建立如图所示的直角坐标系,由图可得全过程的位移为



题图 1.1

$$
\begin{aligned}
\Delta \boldsymbol{r}_{OC} &= \Delta \boldsymbol{r}_{OA} + \Delta \boldsymbol{r}_{AB} + \Delta \boldsymbol{r}_{BC} \\
&= (x_A - x_O)\boldsymbol{i} + (y_B - y_A)\boldsymbol{j} + (x_C - x_B)\boldsymbol{i} + (y_C - y_B)\boldsymbol{j} \\
&= 25\boldsymbol{i} + 20\boldsymbol{j} - 15\cos 45^\circ \boldsymbol{i} - 15\sin 45^\circ \boldsymbol{j} = 14.4\boldsymbol{i} + 9.4\boldsymbol{j}
\end{aligned}
$$

合位移的大小为

$$|\Delta \boldsymbol{r}_{OC}| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{(14.4)^2 + (9.4)^2}\ \mathrm{m} = 17.2\ \mathrm{m}$$

方向
$$\theta = \arctan \frac{9.4}{14.4} = 33.1^\circ \quad (\text{沿东偏北})$$

全过程的路程为

$$s = 25\ \mathrm{m} + 20\ \mathrm{m} + 15\ \mathrm{m} = 60\ \mathrm{m}$$

(2) 平均速度为

$$\overline{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}_{OC}}{\Delta t}$$

平均速度的大小为

$$\overline{v} = \frac{|\Delta \boldsymbol{r}_{OC}|}{\Delta t} = \frac{17.2}{45}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = 0.38\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

方向沿东偏北 33.1°,平均速率为

$$\bar{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{25+20+15}{45}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}=1.33\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

1.2 一物体做直线运动,运动方程为 $x=6t^2-2t^3$,式中各量的单位均采用 SI 单位,求:(1)第二秒内的平均速度;(2)第三秒末的速度;(3)第一秒末的加速度;(4)物体运动的类型.

解:$x=6t^2-2t^3$; $v=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=12t-6t^2$; $a=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=12-12t$

(1) 第二秒内的平均速度为

$$\begin{aligned}\bar{v}&=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}\\&=\frac{(6t^2-2t^3)|_{t=2}-(6t^2-2t^3)|_{t=1}}{2-1}=4\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}\end{aligned}$$

(2) 第三秒末的速度为

$$v_{t=3}=(12\ t-6t^2)|_{t=3}=-18\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

(3) 第一秒末的加速度为

$$a_{t=1}=(12-12t)|_{t=1}=0$$

(4) 从加速度公式可以看出 a 是 t 的函数,而且位移仅限制在 x 方向,y 及 z 方向无位移,所以这个运动是一般的变速直线运动.

1.3 已知质点的运动方程为 $x=2t,y=2-t^2$ (SI 单位),求:(1)质点的轨道方程;(2)$t=1$ s 和 $t=2$ s 时质点的位置矢量以及 $t=1$ s 和 $t=2$ s 之间质点的位移;(3)第二秒末的速度;(4)质点在任意时刻的加速度.

解:(1)消去已知运动方程组中的时间 t,即可求得轨道方程

$$y=2-(x/2)^2=2-x^2/4$$

(2) 将 $t_1=1$ s 和 $t_2=2$ s 分别代入已知运动方程,可得

$$\begin{cases}x_1=2\ \mathrm{m}\\y_1=1\ \mathrm{m}\end{cases}\quad \text{及}\quad \begin{cases}x_2=4\ \mathrm{m}\\y_2=-2\ \mathrm{m}\end{cases}$$

所以质点在 $t_1=1$ s 时,$\boldsymbol{r}_1$ 的大小和方向分别为

$$|\boldsymbol{r}_1|=\sqrt{x_1^2+y_1^2}=\sqrt{2^2+1^2}\ \mathrm{m}=2.24\ \mathrm{m}$$

$$\alpha_1=\arctan\,(y_1/x_1)=\arctan\,(1/2)=26°34'$$

同理,质点在 $t_2=2$ s 时的矢径 $\boldsymbol{r}_2$ 的大小和方向分别为

$$|\boldsymbol{r}_2|=\sqrt{x_2^2+y_2^2}=\sqrt{(4)^2+(-2)^2}\ \mathrm{m}=4.47\ \mathrm{m}$$

$$\alpha_2=\arctan\,(y_2/x_2)=\arctan\,(-2/4)=-26°34'$$

又因为 $\Delta x=x_2-x_1=4\ \mathrm{m}-2\ \mathrm{m}=2\ \mathrm{m}$

$$\Delta y = y_2 - y_1 = -2\ \mathrm{m} - 1\ \mathrm{m} = -3\ \mathrm{m}$$

所以 1 s 到 2 s 之间质点位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的大小和方向分别为

$$|\Delta \boldsymbol{r}| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{2^2 + (-3)^2}\ \mathrm{m} = 3.6\ \mathrm{m}$$

$$\alpha = \arctan\ (\Delta y / \Delta x) = \arctan\ (-3/2) = -56°19'$$

(3) 为计算质点的速度，可将运动方程分别对时间 t 求导，得出

$$v_x = 2,\quad v_y = -2t$$

将 $t = 2$ s 代入得

$$v_{2x} = 2\ \mathrm{m\cdot s^{-1}},\quad v_{2y} = -4\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

所以质点在 2 s 末时的速度 $\boldsymbol{v}_2$ 的大小和方向分别为

$$|\boldsymbol{v}_2| = \sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y}^2} = \sqrt{2^2 + (-4)^2}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}} = 4.47\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{v_{2y}}{v_{2x}}\right) = \arctan\left(\frac{-4}{2}\right) = -63°26'$$

(4) 再对 v_x, v_y 求导，即得加速度的两个分量：$a_x = 0, a_y = -2\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$，所以质点加速度的值为

$$|\boldsymbol{a}| = a_y = 2\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

方向沿 y 轴负向，为一常量，所以质点做匀变速曲线运动.

1.4 质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}(t) = 8\cos(2t)\boldsymbol{i} + 8\sin(2t)\boldsymbol{j}$ (SI 单位)，求：(1) 质点在任意时刻的速度和加速度的大小；(2) 质点的切向加速度和运动轨迹.

解：(1) 根据速度公式有

$$\boldsymbol{v} = \mathrm{d}\boldsymbol{r}/\mathrm{d}t = -16\sin(2t)\boldsymbol{i} + 16\cos(2t)\boldsymbol{j}$$

则速度的大小为

$$v = |\boldsymbol{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 16\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

根据加速度公式有

$$\boldsymbol{a} = \mathrm{d}\,\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t = -32\cos(2t)\boldsymbol{i} - 32\sin(2t)\boldsymbol{j}$$

则加速度的大小为

$$a = |\boldsymbol{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 32\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

(2) 由运动方程得

$$\begin{cases} r_x = x = 8\cos(2t) \\ r_y = y = 8\sin(2t) \end{cases}$$

消去 t 得运动轨迹方程为

$$x^2 + y^2 = 64$$

由此可知质点做半径 $R = 8$ m 的圆周运动，则

$$a_n = v^2/R = 16^2/8\ \mathrm{m\cdot s^{-1}} = 32\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = 0$$

1.5 质点做半径 $R=0.20$ m 的圆周运动,其运动方程为 $\theta = \pi + \frac{1}{4}t^2$ (SI 单位).求:(1)质点在任意时刻的角速度 ω;(2)质点在任意时刻的切向加速度.

解:(1) 根据角位移与角速度之间的关系,有

$$\omega = d\theta/dt = t/2 \quad (\mathrm{rad \cdot s^{-1}})$$

(2) 根据切向加速度的公式,有

$$a_t = R\frac{d\omega}{dt} = 0.20 \times (1/2) = 0.10\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

1.6 质点做圆周运动的运动方程为 $\theta = 50\pi t + \frac{1}{2}\pi t^2$ (SI 单位).求:(1)第三秒末的角速度和角加速度;(2)第三秒内的角位移.

解:根据质点的运动方程可得角速度与角加速度分别为

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = 50\pi + \pi t, \quad \alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt} = \pi$$

(1) 第三秒末的角速度与角加速度分别为

$$\omega_{t=3} = 50\pi + \pi \times 3 = 53\pi\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}, \quad \alpha_{t=3} = \pi\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$$

(2) 第三秒内是指 $t=2$ s 到 $t=3$ s 这个时间间隔,根据运动方程可得

$$\theta_{t=2} = 102\pi\ \mathrm{rad}, \quad \theta_{t=3} = 154.5\pi\ \mathrm{rad}$$

所以,第三秒内的角位移为

$$\Delta\theta = \theta_{t=3} - \theta_{t=2} = 52.5\pi\ \mathrm{rad}$$

1.7 质点沿半径为 R 的圆周按规律 $s = v_0 t - \frac{1}{2}bt^2$ 而运动,式中 v_0 和 b 均为常量.求:(1)任意时刻质点的总加速度;(2)t 为何值时总加速度在数值上等于 b? (3)当加速度达到 b 时,质点已经运行了多少圈?

解:(1)质点做圆周运动的速率为 $v = \frac{ds}{dt} = v_0 - bt$,其加速度的切向分量与法向分量分别为

$$a_t = \frac{dv}{dt} = -b, \quad a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(v_0 - bt)^2}{R}$$

故加速度 $\boldsymbol{a}$ 的大小为

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{b^2 + (v_0 - bt)^4/R^2} = \frac{\sqrt{R^2b^2 + (v_0 - bt)^4}}{R}$$

$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 间的夹角为

$$\theta = \arctan\frac{a_n}{a_t} = \arctan\left[-\frac{(v_0 - bt)^2}{Rb}\right]$$

(2) 要使 $a=b$,即要求 $\dfrac{\sqrt{R^2b^2+(v_0-bt)^4}}{R}=b$

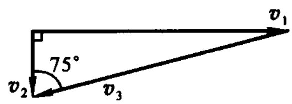
所以 $$v_0-bt=0,\quad t=\frac{v_0}{b}$$

(3) 由(2)可知,$a=b$ 时 $t=v_0/b$,故在此时间内质点运动路程为

$$s=v_0t-\frac{1}{2}bt^2=\frac{v_0^2}{2b}$$

则质点运行圈数为 $$n=\frac{s}{2\pi R}=\frac{v_0^2}{4\pi Rb}$$

1.8 在一个无风的雨天,一火车以 20 $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 的速度前进,车内旅客看见玻璃上雨滴的下落方向与竖直方向成 75°角,求雨滴下落的速度(设雨滴做匀速运动).



题图 1.8

解:以地面为参考系,火车相对地面的速度为 $\boldsymbol{v}_1$,雨滴相对地面竖直下落的速度为 $\boldsymbol{v}_2$,旅客看到雨滴的下落速度为 $\boldsymbol{v}_3$.

根据相对运动公式,它们之间的关系为

$$\boldsymbol{v}_{雨对地}=\boldsymbol{v}_{雨对车}+\boldsymbol{v}_{车对地}\quad\Rightarrow\quad\boldsymbol{v}_2=\boldsymbol{v}_1+\boldsymbol{v}_3$$

如题图 1.8 所示,则得

$$v_2=\frac{v_1}{\tan 75^\circ}=\frac{20\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}}{\tan 75^\circ}=5.36\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

1.9 一人质量为 50 kg,站在升降机上,试求出升降机在下述情况下地板所受到的力:(1)以 10 $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 的速度匀速上升或匀速下降;(2)以 0.80 $\mathrm{m\cdot s^{-2}}$ 的加速度下降;(3)以 0.20 $\mathrm{m\cdot s^{-2}}$ 的加速度上升.

解:以人为研究对象,进行受力分析,人受两个力:重力 $\boldsymbol{G}$ 和支持力 $\boldsymbol{F}_\mathrm{N}$,由牛顿第二定律,取向上为正方向,则

$$F_\mathrm{N}-G=ma$$

即 $$F_\mathrm{N}=G+ma$$

(1) 当 $v=\pm 10\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$,$a=0$,$F_\mathrm{N}=G=m(g-0)=50\times 9.8\ \mathrm{N}=490\ \mathrm{N}$.

由此可知反作用力为

$$F'_\mathrm{N}=490\ \mathrm{N}\quad(方向向下)$$

(2) 当 $a=-0.80\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$,$F_\mathrm{N}=G-ma=m(g-a)=50\times 9\ \mathrm{N}=450\ \mathrm{N}$.

由此可知反作用力为

$$F'_\mathrm{N}=450\ \mathrm{N}\quad(方向向下)$$

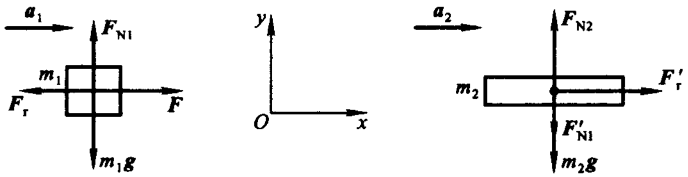
(3) 当 $a=0.20\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$,$F_\mathrm{N}=G+ma=m(g+a)=50\times 10\ \mathrm{N}=500\ \mathrm{N}$.

由此可知反作用力为

$$F'_N = 500\ \text{N} \quad (\text{方向向下})$$

1.10 质量为 $m_2 = 20$ kg 的小车,可以在光滑的平面上水平运动,车上放一物体,质量为 $m_1 = 2.0$ kg,与小车的摩擦系数为 $\mu = 0.25$,现使物体受一水平拉力 $\boldsymbol{F}$ 作用,已知 $F = 20$ N.求物体与小车的加速度以及二者间的摩擦力.

解:分别以小车与物体为研究对象,受力分析如题图 1.10 所示.其中物体 m_1受四个力作用,小车 m_2受四个力.$\boldsymbol{F}'_{N1}$ 与 $\boldsymbol{F}_{N1}$,$\boldsymbol{F}_r$ 与 $\boldsymbol{F}'_r$ 互为反作用力,$\boldsymbol{F}'_{N1} = -\boldsymbol{F}_{N1}$,$\boldsymbol{F}_r = -\boldsymbol{F}'_r$.



题图 1.10

若无相对滑动,$\boldsymbol{F}_r$为静摩擦力,这须判断如下:

$$F_{r\max} = \mu F_{N1} = \mu m_1 g$$
$$= 0.25 \times 2 \times 9.8\ \text{N} = 4.9\ \text{N}$$

因为拉力 $F = 20\ \text{N} > F_{r\max}$,故有相对滑动,$\boldsymbol{F}_r$应为滑动摩擦力,物体与小车的加速度并不相同.

设物体与小车相对地面的加速度分别为 a_1 和 a_2,滑动摩擦力暂按 $F_r = \mu F_{N1}$计算.取坐标系如题图 1.10 所示,由牛顿第二定律列方程如下:

物体
$$\begin{cases} F - F_r = m_1 a \\ F_{N1} - m_1 g = 0 \end{cases}$$

小车
$$\begin{cases} F'_r = m_2 a_2 \\ F_{N2} - F'_{N1} - m_2 g = 0 \end{cases}$$

把 $F_{N1} = F'_{N1}$,$F = F'_r$ 代入上式,可解出

$$a_1 = \frac{F - \mu m_1 g}{m_1}, \quad a_2 = \frac{\mu m_1 g}{m_2}$$

将已知数据代入,求得

$$a_1 = 7.55\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}, \quad a_2 = 0.245\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

滑动摩擦力为

$$F_r = \mu F_{N1} = \mu m_1 g$$
$$= 0.25 \times 2 \times 9.8\ \text{N} = 4.9\ \text{N}$$

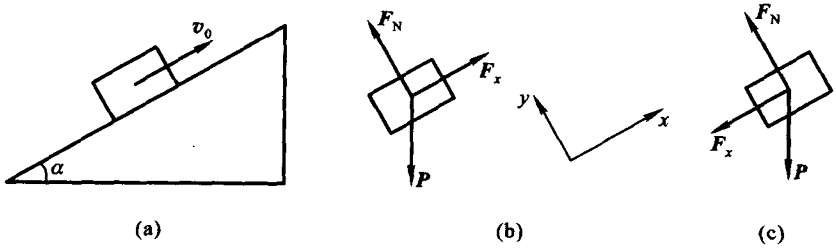
1.11 一木块能在与水平面成 α 角的斜面上以匀速滑下.若使它以初速率 v_0 沿此斜面向上滑动,试证明它能沿该斜面向上滑动的距离为 $v_0^2/(4g\sin\alpha)$.

证明:题图 1.11(b)是木块下滑的受力图.选如图所示的坐标系,由牛顿第二定律可知木块匀速下滑时,沿斜面向下方向满足

$$mg\sin\alpha - F_\mu = 0$$

因而木块受到的摩擦阻力为

$$F_\mu = mg\sin\alpha \tag{1}$$



题图 1.11

题图 1.11(c)是木块上行受力图,按所选的坐标系,据牛顿第二定律,有

$$-mg\sin\alpha - F_\mu = ma \tag{2}$$

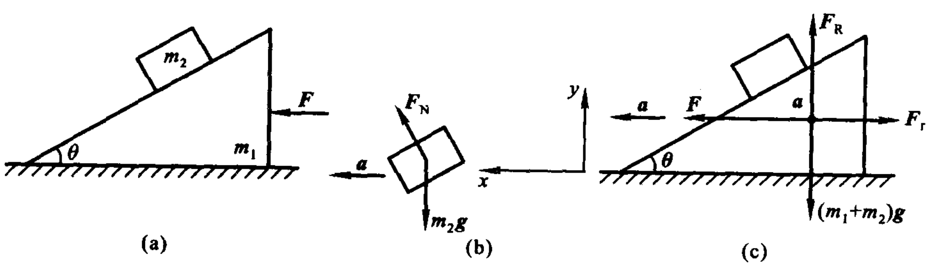
式中 a 为木块沿 Ox 轴的加速度.解式(1)和(2)得

$$a = -2g\sin\alpha$$

式中负号表明,木块沿斜面向上做匀减速直线运动.木块以初速 v_0 开始向上滑,至某高度时 $v=0$.由 $v^2 = v_0^2 + 2as$ 可得木块上行距离为

$$s = -\frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{4g\sin\alpha}$$

1.12 质量为 m_1 的斜块与水平面的摩擦系数为 μ,斜面光滑.若使质量为 m_2 的物体相对于 m_1 静止,问在质量为 m_1 的物体上作用的水平推力 $\boldsymbol{F}$ 应为多大?质量为 m_2 的物体对质量为 m_1 的物体的正压力等于多少(见题图 1.12)?



题图 1.12

解:题图 1.12(b)为物体 m_2的受力图.选取如图所示坐标系,对 m_2应用牛顿第二定律列方程,有

x 方向 $$F_N\sin\theta = m_2 a \tag{1}$$

y 方向 $$F_N\cos\theta - m_2 g = 0 \tag{2}$$

由于 m_2相对 m_1静止,m_1与 m_2具有相同的加速度,把 m_1与 m_2作为一整体,其受力情况如题图 1.12(c)所示,应用牛顿第二定律列方程,有

x 方向 $$F - F_r = (m_1 + m_2)a \tag{3}$$

y 方向 $$F_R - (m_1 + m_2)g = 0 \tag{4}$$

又 $$F_r = \mu F_R \tag{5}$$

联立(1)、(2)、(3)、(4)、(5)式,可解得

$$F = (\mu + \tan\theta)(m_1 + m_2)g$$

$$F_N = m_2 g/\cos\theta$$

由牛顿第三定律,m_2对 m_1的正压力

$$F'_N = F_N = m_2 g/\cos\theta$$

方向与 $\boldsymbol{F}_N$的方向相反.

1.13 在一只半径为 R 的半球形碗内,有一质量为 m 的小钢球,当小钢球以角速度 ω 在水平面内沿碗的内壁做匀速圆周运动时,求它距碗底有多高?

解:钢球所受的作用力为重力 $\boldsymbol{P}$ 和碗壁对球的支持力 $\boldsymbol{F}_N$,其合力就是钢球做匀速圆周运动所需的向心力 $\boldsymbol{F}$.钢球的向心加速度为

$$a_n = r\omega^2 = R\omega^2\sin\theta$$

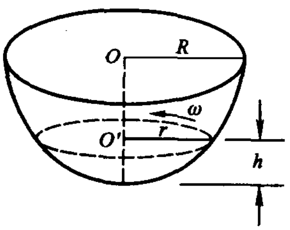
由题图 1.13(b),有

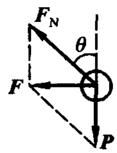
$$F = F_N\sin\theta = ma_n = mR\omega^2\sin\theta$$

则 $$F_N = mR\omega^2 \tag{1}$$

在竖直方向上,有

$$F_N\cos\theta = P = mg \tag{2}$$





题图 1.13

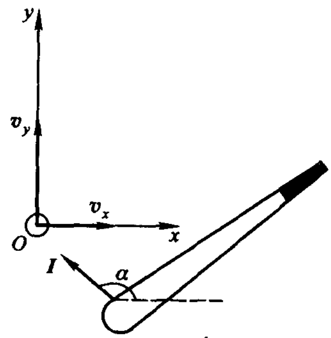
由式(1)、(2)得　　　　$\cos\theta = g/R\omega^2$

由题图 1.13(a)知　　　　$\cos\theta = (R-h)/R$

则有　　　　$h = R - g/\omega^2$

1.14　用棒打击质量 0.3 kg,速率 20 $m\cdot s^{-1}$ 的水平飞来的球,球飞到竖直上方 10 m 的高度,求棒给予球的冲量多大? 设球与棒的接触时间为 0.02 s,求球受到的平均冲力.

解:如题图 1.14 所示,根据动量定理



题图 1.14

$$I_x = 0 - mv_x$$

$$I_y = mv_y - 0$$

又因为　　　　$v_y = \sqrt{2gh}$

解得　　　　$I = \sqrt{I_x^2 + I_y^2}$

$$= 0.3 \times \sqrt{20^2 + 2\times 9.8\times 10}\ \mathrm{N\cdot s} = 7.32\ \mathrm{N\cdot s}$$

$$\tan\alpha = I_y/I_x = -\sqrt{2\times 9.8\times 10}/20 = -0.70$$

$$\alpha = 145^\circ$$

由　　　　$\overline{F}\Delta t = I \quad \Rightarrow \quad \overline{F} = \dfrac{7.32}{0.02}\ \mathrm{N} = 366\ \mathrm{N}$

1.15　一粒子弹由枪口飞出的速度是 300 $m\cdot s^{-1}$,在枪管内子弹受合力为

$$F = 400 - \frac{4\times 10^5}{3}t \quad (\text{SI 单位})$$

求:(1)子弹行经枪管所需时间(假定子弹到枪口时受力变为零);(2)该力的冲量;(3)子弹的质量.

解:(1)因为子弹到枪口时受力变为零

即　　　　$0 = 400 - \dfrac{4\times 10^5}{3}t$

解得 $$t=3\times10^{-3}\ \text{s}$$

(2) 根据冲量的定义式,该力的冲量为

$$I=\int_{t_1}^{t_2}F\mathrm{d}t=\int_0^{3\times10^{-3}}\left(400-\frac{4\times10^5}{3}t\right)\mathrm{d}t$$
$$=6\times10^{-1}\ \text{N·s}$$

(3) 根据动量定理

$$\int_{t_1}^{t_2}F\mathrm{d}t=mv_2-mv_1$$

可知,子弹的质量为

$$m=6\times10^{-1}/300\ \text{kg}=2\times10^{-3}\ \text{kg}$$

1.16 已知作用在质量为 10 kg 的物体上的力为 $\boldsymbol{F}=(10+2t)\boldsymbol{i}$,式中 F 的单位是 N,t 的单位是 s.设物体的初速度为 $-6\boldsymbol{i}$ m·s^{-1},求:(1)在开始的 4 s 内,力的冲量有多大?(2)在第 4 s 末物体的速度?

解:(1)根据冲量的定义,4 s 内力的冲量为

$$\boldsymbol{I}=\int_0^4\boldsymbol{F}\mathrm{d}t=\int_0^4(10+2t)\boldsymbol{i}\mathrm{d}t=56\boldsymbol{i}\text{N}\cdot\text{s}$$

(2) 根据动量定理

$$\boldsymbol{I}=m\boldsymbol{v}_1-m\boldsymbol{v}_0$$

可得 4 s 末的物体速度为

$$\boldsymbol{v}_1=\frac{\boldsymbol{I}+m\boldsymbol{v}_0}{m}=\frac{56-10\times6}{10}\boldsymbol{i}=-0.4\boldsymbol{i}\ \text{m·s}^{-1}$$

1.17 一子弹具有 0.05 kg 的质量,以 400 m·s^{-1}的速度运动,穿入与地面牢固连接的木块中 0.1 m,设阻力不变.求:(1)子弹的加速度;(2)子弹所受的阻力;(3)减速运动的时间;(4)碰撞的冲量.

解:(1)子弹的加速度为

$$a=-\frac{v_0^2}{2s}=-8\times10^5\ \text{m·s}^{-2}$$

(2) 子弹所受的阻力为

$$F=ma=-0.05\times8\times10^5=-4\times10^4\ \text{N}$$

(3) 减速运动的时间为

$$t=\frac{m(v-v_0)}{F}$$
$$=\frac{0.05\times(-400)}{-4\times10^4}\ \text{s}=5\times10^{-4}\ \text{s}$$

(4) 碰撞的冲量为

$$Ft=(-4\times10^4)\times5\times10^{-4}\ \mathrm{N\cdot s}=-20\ \mathrm{N\cdot s}$$

而子弹的初动量为 20 N·s,说明子弹所受的冲量与其初动量大小相等而方向相反.

1.18 有一门炮,炮身质量 $m_1=450$ kg,以水平初速 $v_0=460\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$(对地而言)发射一炮弹,炮弹质量 $m_2=5$ kg,发射后炮身后退了 $s=0.45$ m,求炮身上的防冲装置所受到的冲力的平均值.

解:炮弹和炮身组成的系统在水平方向无外力作用,所以水平方向动量守恒.

据题意有 $$m_1v_1+m_2v_0=0$$

求得 $$v_1=-m_2v_0/m_1$$

发射炮弹后炮身以初速 v_1运动了 s 后停止,根据运动学公式 $v_1^2=2\overline{a}s$,有$\overline{a}=\dfrac{v_1^2}{2s}$

又因为

$$\overline{F}=m_1\overline{a}=m_1\frac{v_1^2}{2s}=\frac{m_2^2v_0^2}{2m_1s}$$

代入数据求得炮身上的防冲装置受到的平均冲力大小为

$$\overline{F}=1.30\times10^4\ \mathrm{N}$$

1.19 水平光滑的铁轨上有一小车,长为 L、质量为 m_1,车的一端站一质量为 m_2的人,人和车原来都静止不动,当人从车的一端走到另一端后,问人和车相对地面各移动了多少距离?

解:人和车组成的系统在水平方向无外力作用,动量守恒.设人和车相对地的速度分别是 v'和 u,则有

$$m_2v'+m_1u=0\quad 即\quad u=-m_2v'/m_1$$

而人对车的速度是

$$v=v'-u=v'+\frac{m_2v'}{m_1}=\frac{(m_1+m_2)}{m_1}v'$$

人走完全长所需时间为 $$t=\frac{L}{v'-u}=\frac{m_1L}{(m_1+m_2)v'}$$

人相对地在时间 t 内走的路程为

$$x=v't=v'\frac{m_1L}{(m_1+m_2)v'}=\frac{m_1L}{m_1+m_2}$$

小车相对地在同一时间内走的路程为

$$s=ut=\left(-\frac{m_2v'}{m_1}\right)\frac{m_1L}{(m_1+m_2)v'}=-\frac{m_2L}{m_1+m_2}$$