

同
济
大
学
工
程
力
学
系
列
教
材

理论力学

同济大学
航空航天与力学学院
基础力学教学研究部

同济大学出版社

内 容 提 要

本书以土木、水利、机械等工程实际为背景,注重物理概念的阐述和力学建模能力的培养,通过课程内容与体系的改革,努力做到理论与应用并重。本书例题、习题丰富,能达到熟练掌握基本理论、基本方法和计算技能的教学要求。

全书共分三篇,分别为静力学、运动学、动力学。本书保持了我校原理论力学教研室 1990 年版《理论力学》的体系和风格,对该版教材的内容和习题作了部分调整。

本书主要用作普通工科院校土建、桥梁、水利、机械等专业的教材,也可供有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学/同济大学航空航天与力学学院基础力学教学
学研究部. —上海:同济大学出版社,2005.2

ISBN 7-5608-2879-5

I. 理… II. 同… III. 理论力学—高等学校—教
材 IV. 031

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 129608 号

同济大学工程力学系列教材

理论力学

同济大学航空航天与力学学院基础力学教学研究部

责任编辑 解明芳 责任校对 郁 峰 封面设计 潘向葵

出 版
发 行

同济大学出版社

(上海四平路 1239 号 邮编 200092 电话 021-65985622)

经 销 全国各地新华书店

印 刷 江苏启东印刷厂印刷

开 本 787mm×960mm 1/16

印 张 30.75

字 数 615000

印 数 1—4100

版 次 2005 年 2 月第 1 版 2005 年 2 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 7-5608-2879-5/O·268

定 价 35.00 元

本书若有印装质量问题,请向本社发行部调换

前 言

本书是近年来我校理论力学教学实践的总结。我校原理论力学教研室编写的1990年版的《理论力学》教材凝聚了众多老教师历年来的教学经验和成果,一直受到广大师生和兄弟院校同行的好评,被许多学校的土建、交通、桥梁、水利、机械等专业所选用。为此,本书作者力求保持我校教材的基本体系和风格。考虑到近年来课时有所减少的事实,作者对1990年版的《理论力学》内容和习题作了部分调整,并删除了多年来在教学中长期不选用的部分内容。

本教材适宜教学时数为70~90学时。

作者根据多年来在理论力学教学中积累的经验,并注意汲取各类教材的精华,特别注意汲取欧美同类教材的优点,编写了一套既能融合我国传统教材理论性强、内容系统和全面,又能融合欧美教材的起点高、内容广、简洁扼要等特点的新型教材,以适应现代教学改革的要求。

本书注意吸取德国同类教材的优点,并结合我国高等教育的实际情况,在以下几方面作了探索性的改革。

1. 提高起点。考虑到现今高中教学中已经引入了许多现代数学知识,并经过高等数学的学习,学生对矢量知识已有相当基础,作者努力将矢量方法运用于公式推导和定理证明。特别在动量矩定理中动矩心等公式的推导,运用了矢量方法,证明过程简捷,与原教材相比有较大的变化。

2. 静力学部分的内容作了较大幅度的整合和调整。尽管还是把汇交力系、力矩和力偶理论、任意力系分为三章,但空间任意力系不再单独成为一章,而桁架、摩擦和悬索作为静力学的应用问题放在一章里。公式推导都从空间问题出发,将平面问题作为空间力系的特例来处理,但解题重点仍放在平面力系上,这样就收到减少内容重复、减少公式推导、减少教学时数、减少教材篇幅的效果。

3. 本书注重以工程实际为背景,加深物理概念的阐述和工程建模能力的培养。

4. 本书继承了理论力学课程理论严谨、逻辑性强的特点,同时附有大量的例题和习题供教师选用和学生练习。

5. 本书注意加强与相关课程的融合和贯通,增加了工程构件的概念,力求使质点、质点系、刚体物理概念的叙述更加完整。

本书由周松鹤编写第一章至第五章,第十章至第十四章;由王斌耀编写第六章至第九章,第十五章至第十八章及附录。

冯国屏教授认真、细致地审阅了全书,并在本书编写的整个过程中提出了许多宝贵意见和建议,在此表示衷心的感谢。

本书得到了同济大学出版社的大力支持,在编写过程中,还得到了唐寿高教授、徐鉴教授以及基础力学教学研究部各位同仁的热情帮助和支持,在此一并致谢。

由于本书在诸多方面作了改革和探索,同时限于编者的水平,如书中有不妥之处,敬请广大读者批评指正。

编 者

2004 年 6 月

目 录

前言

绪论	(1)
----	-----

第一篇 静力学

第一章 静力学基本概念与公理	(3)
第一节 静力学基本概念	(3)
第二节 静力学公理	(5)
第三节 约束的基本类型与约束反力	(7)
第四节 物体的受力分析与受力图	(12)
思考题	(14)
习题	(16)
第二章 汇交力系	(20)
第一节 汇交力系实例	(20)
第二节 汇交力系的合成	(20)
第三节 汇交力系的平衡	(24)
思考题	(27)
习题	(28)
第三章 力矩理论与力偶理论	(33)
第一节 力矩理论	(33)
第二节 力偶的概念	(36)
思考题	(41)
习题	(43)
第四章 任意力系	(49)
第一节 力的平移定理	(49)
第二节 任意力系的简化	(50)
第三节 任意力系的平衡	(60)
第四节 静定与超静定概念 刚体系统的平衡	(64)
思考题	(69)
习题	(71)

第五章 静力学应用问题	(82)
第一节 平面桁架	(82)
第二节 悬索	(87)
第三节 摩擦	(94)
思考题	(105)
习题	(107)

第二篇 运动学

第六章 点的运动	(116)
第一节 点的运动的矢量法	(117)
第二节 点的运动的直角坐标法	(118)
第三节 点的运动的自然坐标法	(126)
* 第四节 点的运动的极坐标法	(132)
思考题	(136)
习题	(137)
第七章 刚体的基本运动	(142)
第一节 刚体的移动	(142)
第二节 刚体的定轴转动	(143)
思考题	(149)
习题	(150)
第八章 刚体的平面运动	(153)
第一节 刚体的平面运动方程	(153)
第二节 平面图形上任意两点之间的速度关系	(154)
第三节 平面图形上任意两点之间的加速度关系	(162)
第四节 刚体绕平行轴转动的合成	(166)
思考题	(170)
习题	(171)
第九章 点的合成运动	(177)
第一节 点的合成运动的概念	(177)
第二节 速度合成定理	(181)
第三节 加速度合成定理	(186)
思考题	(195)
习题	(196)

第三篇 动力学

第十章 动力学基本定律 质点运动微分方程	(206)
第一节 牛顿运动定律 惯性坐标系.....	(207)
第二节 质点运动微分方程.....	(208)
第三节 质点在非惯性坐标系中的运动.....	(214)
思考题.....	(218)
习题.....	(219)
第十一章 质心运动定理 动量定理	(227)
第一节 质点系的质心 质心运动定理.....	(227)
第二节 动量和冲量.....	(231)
第三节 质点系动量定理.....	(233)
思考题.....	(238)
习题.....	(240)
第十二章 动量矩定理	(247)
第一节 转动惯量.....	(247)
第二节 质点系的动量矩.....	(255)
第三节 质点系动量矩定理.....	(259)
第四节 刚体定轴转动微分方程.....	(264)
第五节 刚体平面运动微分方程.....	(268)
思考题.....	(271)
习题.....	(273)
第十三章 动能定理	(286)
第一节 力与力偶的功.....	(286)
第二节 动能.....	(291)
第三节 质点系动能定理.....	(293)
第四节 功率方程.....	(298)
第五节 势力场与势能.....	(301)
第六节 机械能守恒定律.....	(304)
第七节 动力学普遍定理的综合运用.....	(307)
思考题.....	(311)
习题.....	(312)
第十四章 碰撞	(326)
第一节 碰撞现象及其基本假设.....	(326)
第二节 恢复系数.....	(327)
第三节 用于碰撞过程的冲量定理与冲量矩定理.....	(328)

第四节	两物体的对心碰撞	(329)
第五节	刚体的偏心碰撞	(337)
第六节	碰撞中心	(342)
思考题		(343)
习题		(343)
第十五章	达朗贝尔原理	(349)
第一节	惯性力的概念	(349)
第二节	达朗贝尔原理	(350)
第三节	质点系惯性力系的简化	(354)
第四节	一般转动刚体的轴承动约束力	(364)
思考题		(367)
习题		(368)
第十六章	虚位移原理	(375)
第一节	受约束质点系位形空间的广义坐标和自由度	(375)
第二节	虚位移的概念与分析方法	(377)
第三节	虚位移原理	(380)
第四节	广义力及以广义力表示的质点系平衡条件	(388)
第五节	势力场中质点系的平衡条件及平衡稳定性	(391)
思考题		(397)
习题		(398)
第十七章	动力学普遍方程和拉格朗日方程(第二类)	(406)
第一节	动力学普遍方程	(406)
第二节	拉格朗日方程(第二类)	(410)
* 第三节	拉格朗日方程的初积分	(415)
第四节	哈密顿原理	(423)
思考题		(431)
习题		(431)
第十八章	线性振动的基本理论	(436)
第一节	单自由度系统的自由振动	(436)
第二节	单自由度系统的受迫振动	(448)
第三节	振动的隔离	(454)
第四节	两个自由度系统无阻尼的自由振动	(455)
第五节	两个自由度系统无阻尼的受迫振动 动力减振器	(466)
思考题		(470)
习题		(470)
附录		(477)

绪 论

一、理论力学的研究内容

理论力学是一门研究物体机械运动一般规律的科学。作为高等工科院校的课程,理论力学只是其中最基础的部分。

所谓“机械运动”是指物体在空间的位置随时间的变化。机械运动是物质运动最简单、最基本的形式。

平衡(例如物体相对于地球处于静止的状态)是机械运动的特殊情况。

理论力学研究的内容是远小于光速的宏观物体的机械运动。它以伽利略和牛顿总结的基本定律为基础,属于古典力学的范畴。古典力学的规律不适用于接近光速的宏观物体的运动,也不适用于微观粒子的运动(前者可用相对论力学,而后者可用量子力学来研究),这说明古典力学有其局限性。但是,在一般工程技术问题中所研究的物体,都是运动速度远小于光速的宏观物体,因此,用古典力学来解决,不仅方便,而且能够保证足够的精确性,所以,古典力学至今仍有很大的实用意义。目前,古典力学的分支,如分析力学、振动理论、运动稳定性、多刚体动力学等正在迅速发展。

理论力学起源于物理学的一个分支,但它的内容已大大超过了物理学的内容。理论力学不仅要求建立与力学有关的各种基本概念和理论,而且要求能运用理论知识对于从实际问题中抽象出来的力学模型进行分析和计算。

研究物体机械运动的普遍规律有两种基本方法,从而形成理论力学的两大体系:一是用矢量的方法研究物体机械运动的普遍规律,称为矢量力学;二是用数学分析的方法进行研究,称为分析力学。本书以矢量研究方法为主。

二、学习理论力学的任务

与一切科学相同,对力学基本规律的研究起源于对实际现象的观察和归纳。人类在生产活动中很早就开始积累经验并逐渐形成初步的力学知识。理论力学是一门理论性很强的技术基础课。在日常生活和工程技术问题中,广泛存在着机械运动。学习理论力学,掌握机械运动的客观规律,就能够理解机械运动现象,把这些规律应用到生产实践中去,为祖国建设服务。

在土木、水利、机械的许多工程实际问题中,都可以直接应用理论力学的基本理论去解决,如土木、水利工程中的平衡问题、传动机械的运动分析、机器和机械设计中的振动问题等。至于一些比较复杂的工程实际问题,则需要用书本中的理论和其他专门的知识共同解决。在许多尖端科学技术问题中,如人造地球卫星和载人航天器的发射、运行等,更包含了许多动力学问题。理论力学的知识,是研究、解决这些复杂

问题的不可缺少的基础。

理论力学研究力学中最普遍、最基本的规律。很多工程类其他专业的课程,如材料力学、结构力学、流体力学、振动理论、机械原理等课程,都是理论力学的后继课程,都要用到理论力学的知识,所以,理论力学是学习一系列后继课程的基础。

三、理论力学的研究方法

进行现场观察和实验是认识力学规律的重要实践性环节。将实践过程中所得结果,利用抽象化的方法,加以分析、归纳、综合,可得到一些最普遍的公理或定律,再通过严格的数学推演,可得到运用于工程的力学公式。学习理论力学,并不要求去重复经历力学的发展过程,而是要深刻理解工程力学中已被实践证明是正确的基本概念和基本定律,这些是力学知识的基础,由基本概念和基本定律导出的理论力学定理和公式,必须熟练地掌握。演算一定数量的习题,把学到的理论知识不断地运用到实践中去,是巩固和加深理解所学知识的重要途径。

自然界与各种工程中涉及机械运动的物体有时是很复杂的,理论力学研究其机械运动时,必须忽略一些次要因素的影响,对其进行合理的简化,抽象出研究模型。研究不同的问题,采用不同的力学模型,是研究工程力学问题的重要方法。

由于计算机的飞速发展和广泛应用,除传统的力学研究方法(理论方法和实验方法)外,又增加了一种新的研究方法,即计算机分析方法。对于一些较为复杂的力学问题,人们可以借助计算机推导那些难以导出的公式,利用计算机整理数据、绘制实验曲线、显示图形等。可以展望,力学加电子计算机将成为工程新设计的主要手段。

四、理论力学在工科各专业中的地位和作用

“理论力学”是工科各类专业的重要技术基础课,对于建筑工程、桥梁、航天、机械、汽车等专业尤为重要。理论力学中讲述的基础理论和基本知识,在基础课与专业课之间起桥梁作用。它为建筑和各类机械的设计、专业设备及机器的机械运动分析和强度计算提供必要的理论基础。³

一些日常生活中的现象和工程技术问题,可直接运用理论力学的基本知识去分析研究。比较复杂的问题,则需要用理论力学知识结合其他专业知识进行研究,所以学好理论力学知识,可为解决工程实际问题打下基础。

理论力学的理论既抽象而又紧密结合实际,研究的问题涉及面广,系统性、逻辑性强。

理论力学的内容由静力学、运动学和动力学三部分组成。静力学研究力系的简化以及物体在力系作用下的平衡规律。运动学从几何学的观点研究物体的运动。动力学则研究物体的运动与作用于物体的力之间的关系。静力学中所讨论的静止和平衡是运动的一种特殊形态,因此,也可以认为静力学是动力学的一种特殊情况。不过由于工程技术发展的需要,静力学已积累了丰富的内容而成为一个相对独立的部分。

第一篇 静力学

静力学是研究物体在力作用下平衡规律的科学。所谓平衡,一般是指物体相对于地面保持静止或作匀速直线运动,它是机械运动的特殊情况。物体的平衡总是相对的、暂时的。

作用于物体上的一群力,称为力系。若一个力系作用于物体并使其平衡,则此力系称为平衡力系。

静力学主要研究两类问题:

(1) 力系的等效与简化。即把作用在物体上的较复杂的力系,用一个最为简单的与其作用效果相同的力系来代替。这种简单力系称为原力系的等效力系。这个过程称为力系的简化过程。

(2) 力系的平衡条件。即物体处于平衡状态时,作用于物体上的力系所应满足的条件。

而受力分析是研究所有力学问题最基本和最重要的基础知识,务必十分重视。

静力学是动力学的特例,作为研究力系简化和平衡的理论基础的等效力系定理,就是依据由牛顿运动定律导出的质点系动力学普遍定理而得到的。而刚体静力学又是研究变形体静力学的基础,当考虑一些更为复杂的力学现象时,必须考虑物体变形的平衡问题,也是以刚体静力学的概念和方法为基本理论,再附加一些变形协调方程而求得的。

第一章 静力学基本概念与公理

本章所述的力、刚体、约束等基本概念以及静力学的几个公理,是静力学的基础。而研究工程中常见的约束及产生的约束力、研究如何将工程中的实际问题简化成便于分析计算的力学模型则是本章的重要内容。

第一节 静力学基本概念

一、力的概念

力是物体间的相互机械作用。力的作用有两种效应:使物体产生运动状态变化

和形状变化,分别称为运动效应和变形效应。在理论力学中,只讨论力的运动效应,力的变形效应将在材料力学中考虑。

应当指出,既然力是物体间的相互作用,所以力不能脱离物体而存在。有一个力,就必然有一个施力体和一个受力体,离开了物体间的相互作用是不能进行受力分析的。

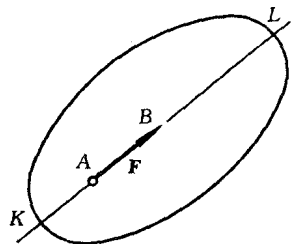


图 1-1 力的作用线

力对物体作用的效应取决于力的三要素:力的大小、方向和作用点。所以力是矢量,应符合矢量运算法则。力的方向是指它在空间的方位和指向两个意思。力的作用点是指力在物体上的作用位置。力矢量 $\mathbf{F}$ 可以带箭矢的线段 $\overrightarrow{AB}$ 表示,过力的作用点沿力的矢量方向画出的直线(图 1-1 中的 KL),称为力的作用线。

度量力的大小通常采用国际单位(SI)制,力的单位是牛顿(N)或千牛顿(kN)。使 1kg 质量的物体产生 1m/s^2 加速度的力定义为 1N。

力作用的理想化情况可视为集中力或分布力。当力的作用面积小到可以不计其大小时,就抽象为一个点,这个点就是力的作用点,而这种作用于一点的力称为集中力;当作用力分布在有限面积上或体积内时,称为分布力。分布力的分布规律一般比较复杂,也需要简化。实际上,集中力是分布力的理想化模型。

二、力学模型

一般讲,工程实际中所研究的物体有时是相当复杂的。为了便于进行力学分析和计算,我们常根据所研究问题的不同,找到研究对象的某些共性和影响研究结果的某些主要因素,而将某些次要因素忽略不计,从而把复杂的工程实际问题简化为合理的力学模型,这一过程称为“建模”。然后再在该数学力学模型基础上进行求解。建模并不是一件很容易的工作,往往需要进行多次反复和修改才能完成。力学模型的合理性直接决定计算结果的正确与否。建模能力只有在不断实践的过程中才能得到提高。这里仅介绍在工程力学中常见的质点、刚体和质点系三种简单的理想模型。

(1) 质点 当物体的大小和形状对所讨论的问题无关紧要时,可以忽略不计,而只需计及其质量,就可将该物体视为只有质量而不计大小的点,称为质点。

(2) 刚体 在任何外力作用下都不变形的物体称为刚体。对所讨论的问题而言,刚体的大小和形状不能忽略,而仅仅忽略了它的变形。自然界中绝对不变形的物体实际上是不存在的,刚体只是理想化了的力学模型。这样的力学模型只考虑了物体的运动效应,而不考虑物体的变形效应,既简化了计算过程,又符合工程精度的要求。

(3) 质点系 质点系是相互间有一定联系的有限或无限多质点的总称,有时也称为机械系统。刚体可视为由无限多质点组成的不变形的质点系。由若干个刚体组成的系统称为刚体系统,有时也称为物体系统。

上述几种力学模型,只要不考虑变形,在研究它们的平衡或运动时,并不特指某些具体物体,即既不考虑其材质,也不考虑其在工程中的实际用途,而只是客观存在的实际物体的科学抽象。

三、约束的概念

力学中所研究的物体,就其运动情况而言,可分为两类:一类物体在空间的运动不受其他物体的限制,例如飞机,人造卫星等,称为自由体,另外一类物体在空间的运动受到其他物体的限制,例如安装在基础上的机械、支承在柱子上的屋架等,称为非自由体或受约束体。

阻碍物体运动的限制物称为约束,约束施加于被约束物体的力称为约束力或约束反力。除约束力以外的其他力称为主动力或载荷,如重力、水压力、雪载荷等。

一般情况下,主动力是已知的,而约束反力是未知的。

第二节 静力学公理

静力学基本原理是牛顿运动定律对于研究平衡问题的通俗归纳。这些原理,有的就是牛顿运动定律本身的内容;有的则可由牛顿运动定律导出。作为经过反复观察和实践总结出来的客观规律,这些原理正确地反映了作用于物体上的力的基本性质。我们不加证明地讲述这几个原理。

一、二力平衡原理(公理一)

作用于同一刚体上的两个力,使刚体平衡的必要和充分条件是:这两个力等值、反向、共线。

例如,在图 1-2 中,若各物体均在力 F_1 及 F_2 的作用下保持平衡,则此两力必等值、反向,并沿着其作用点 A, B 的连线,作用在同一物体上。否则,该物体就不能平衡。

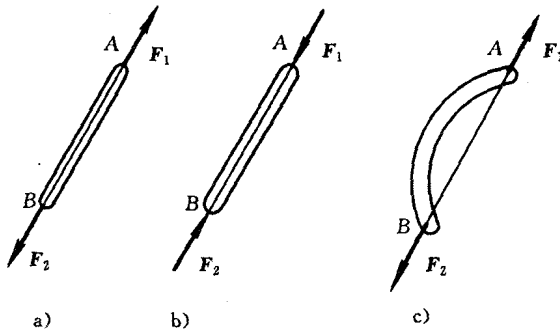


图 1-2 二力平衡

在机械及土建结构中,常仅有在两端各受一力作用而平衡的直杆或构件。通常

称为二力杆(图 1-2a,b))或二力构件(图 1-2c))。

二力平衡原理是论证刚体平衡条件的基础。

二力平衡原理对于刚体是必要和充分的,但对于变形体是不充分的。

二、加减平衡力系原理(公理二)

在作用于刚体上的任一力系中,加上或减去一个平衡力系,所得新力系与原力系对刚体的运动效应相同。

应用公理一和公理二可以得出一个重要推论:作用于刚体上的力可沿其作用线移动而不改变其对刚体的运动效应。例如,为使小车运动,在车后某点用力 F 推车与在车前同一高度的另一点处用同样的力 F 拉车,效果是一样的。力的这一性质称为力的可传性。

因力具有可传性,所以力矢 F 是滑动矢量。这样,力的三要素又可表述为:力的大小、方向和作用线。

三、力的平行四边形法则(公理三)

作用于物体上同一点的两个力可以合成为作用于该点的一个合力,合力的大小和方向由以这两个力矢量为邻边所构成的平行四边形的对角线表示。这一矢量和法则称为平行四边形法则,如图 1-3a)所示。以矢量方程表示,为

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-1)$$

有时,我们也可用三角形法则求合力的大小和方向:作 $\overrightarrow{AB}$ 矢代表力 F_1 ,再从 F_1 的终点 B 作矢 $\overrightarrow{BC}$ 代表力 F_2 ,最后从 A 点指向终点 C 的矢量 $\overrightarrow{AC}$ 就代表了合力 F_R ,如图 1-3b)所示。

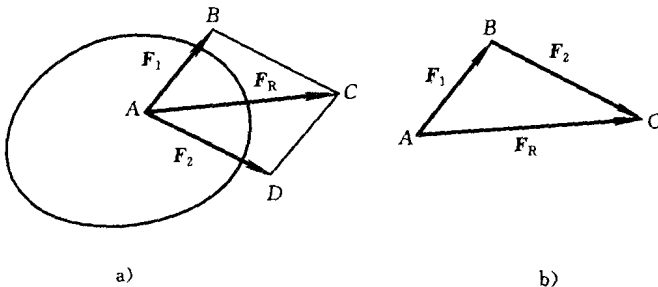


图 1-3 力的平行四边形法则与三角形法则

三角形法则与分力的次序无关,即也可先作 F_2 ,再从 F_2 的终点作 F_1 ,所得合力相同。但应注意,力三角形只表明力的大小和方向,并不表示力的作用点或作用线。

四、作用与反作用定律(公理四)

两物体间相互作用的一对力,总是等值、反向、共线,并分别作用在这两个物体上。

这就是牛顿第三定律。力学中一切相互作用的现象,无论是静止的还是运动着的,这一定律都普遍适用。作用力与反作用力是成对出现的,两者总是同时存在,又同时消失。

应该注意的是,不能把该定律与二力平衡原理混淆起来:二力平衡原理的两个力是作用在同一刚体上;而作用力与反作用力却是分别作用在两个相互作用的不同物体上,因此,作用力与反作用力不是一对平衡力。

五、刚化原理(公理五)

当变形体在已知力系作用下处于平衡时,若将此变形体转换为刚体(刚化),其平衡状态不变。

此原理表明,对已知处于平衡状态的变形体,可以应用刚体静力学的平衡条件。这样,我们就能把刚体的平衡条件应用到变形体的平衡问题中去,从而扩大了刚体静力学的应用范围。

必须指出,刚体静力学中得到的平衡条件,对于刚体而言是充分和必要的,而对变形体而言,却只是必要的而不一定是充分的,它还需要满足由变形体的物理性质所决定的其他附加条件。例如,对一根重量可略去不计的绳索来说,二力平衡条件只是必要条件,而不是充分条件,除此之外,还需要一个附加条件,即此两力必须是拉力,而不能是压力。

第三节 约束的基本类型与约束反力

约束的类型是各种各样的,因此约束反力也各不相同。但某些约束的约束力作用点或方向是可以根据约束本身的性质确定的。确定的原则是:约束反力的方向总是与约束所能阻止物体的运动或运动趋势方向相反。

工程中常见的约束类型及确定约束反力的方法归纳如下:

一、柔体约束

绳索、皮带、链条等均属于这类约束。由于柔体只能限制物体沿其中心线方向的运动,所以柔索的约束反力必定是沿着柔索的中心线且背离被约束物体(图 1-4)。

二、光滑接触面

当物体与约束间的接触面非常光滑、摩擦可忽略不计时,可简化为光滑接触面约束。支持物体的固定面、啮合齿轮的齿面等都属这类约束(图 1-5)。

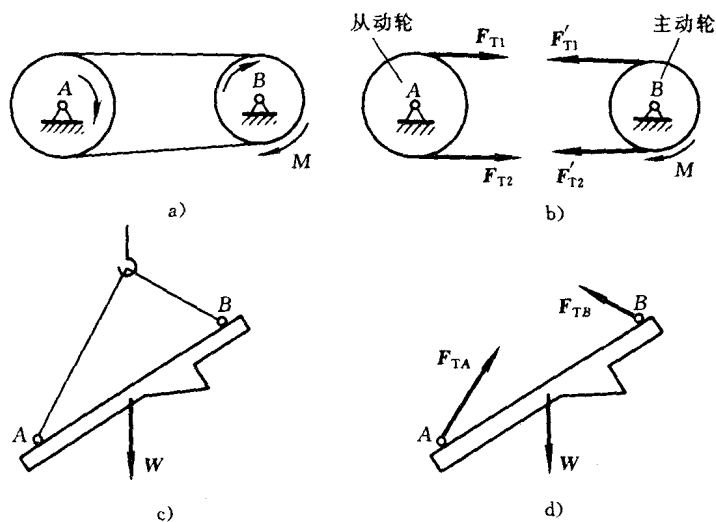


图 1-4 柔索约束

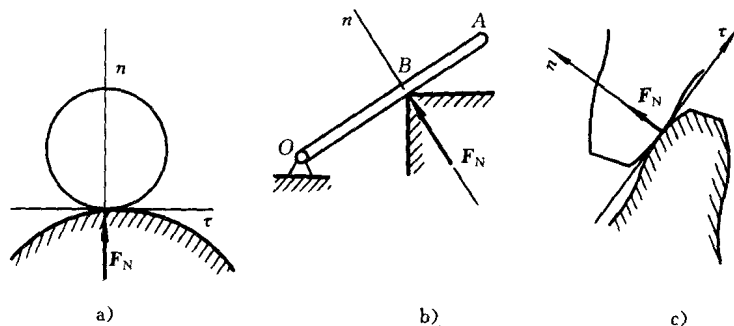


图 1-5 光滑接触面约束

这类约束只能阻碍物体沿接触面的公法线方向往约束内部的运动,而不能阻碍物体在切线方向的运动,所以光滑接触面的约束反力作用在接触点,方向沿接触表面的公法线,并指向被约束物体。

三、铰链连接和固定铰支座

1. 铰链连接

两个构件用圆柱形光滑销钉连接起来,这种约束称为铰链连接,简称铰接(图 1-6)。铰接约束只能限制物体在垂直于销钉轴线的平面内作任意方向的运动,但不能限制物体绕销钉的转动和沿其轴线方向的滑动。因此铰链的约束力作用在垂直于销钉轴线的平面内,通过销钉中心,而方向待定,通常表示为两个互相垂直的未知力,其指向可以假定(图 1-6)。

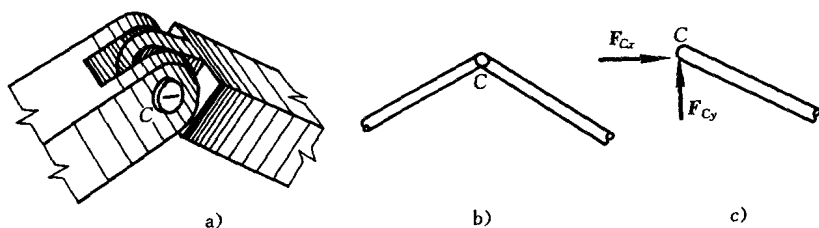


图 1-6 铰链连接

2. 固定铰支座

将构件用圆柱型光滑销钉与固定支座连接,构成固定铰支座约束,简称铰支座,图 1-7a)是固定铰支座的示意图。固定铰支座是一种常见的平面力系的约束类型。铰支座的约束特性与铰链约束对构件的约束特性相同。在工程中,常用的方法是将其约束反力表示为两个互相垂直的未知力 F_{Ax} 和 F_{Ay} (图 1-7c))。

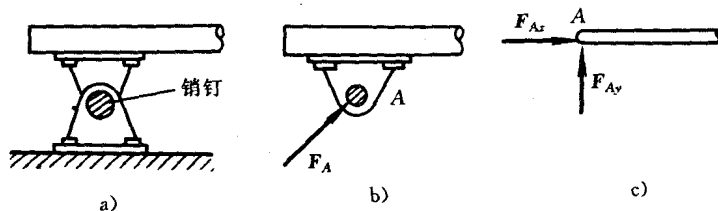


图 1-7 固定铰支座

四、辊轴约束

辊轴约束由几个圆柱形滚轮支承结构,以允许物体沿支承面方向运动。在桥梁、屋架等工程结构中经常采用这类约束。

辊轴支座不能阻止构件沿着支承面运动,而一般能阻止物体与支座连接处向着支承面的运动。所以,其约束反力通过销钉中心,垂直于支承面,指向可假定(图 1-8)。

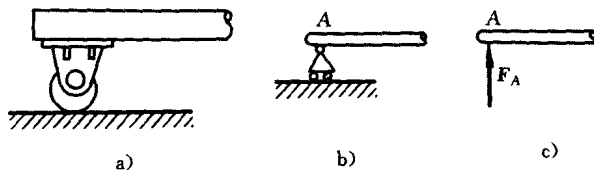


图 1-8 辊轴约束

五、链杆

两端用光滑销钉与物体连接而中间不受力的直杆,称为链杆约束(图 1-9a))。链杆只能阻止物体与链杆连接的一点沿着链杆中心线方向的运动,并且,链杆满足二力杆