

高二数学

董世奎 主编

北京名师 教你学

BEIJING MINGSHI JIAONIXUE

■ 名师随堂

■ 精学指要

■ 智能训练

■ 同步检测

■ 应试辅导



大连理工大学出版社

DALIAN LIGONG DAXUE CHUBANSHE

北京名师教你学

高二数学

董世奎 主编

大连理工大学出版社

《北京名师教你学》

编委会名单

主 编:程 言

副主编:储瑞年 王俊鸣 王美文

编 委:(按姓氏笔画排列)

马 炯	王立明	王秀媛	王建民	王美文	王俊鸣
王 铭	严全成	李长健	李新黔	闵贵云	陈育林
陈忠虎	张振英	张淑芬	宋国梁	宋健文	洪 隼
储瑞年	董晓平	董世奎			

图书在版编目(CIP)数据

北京名师教你学:高二数学/董世奎主编. —大连:大连理工大学出版社,1998.6

ISBN 7-5611-1454-0

I. 北… II. 董… III. ①课程-中学-教学参考资料②数学课-高中-教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 05001 号

大连理工大学出版社出版发行
(大连市凌水河 邮政编码 116024)
沈阳新华印刷厂印刷

开本:880×1230 毫米 1/32 字数:314 千字 印张:10.75

1998 年 6 月第 1 版

1998 年 6 月第 1 次印刷

责任编辑:李 鸽

责任校对:许 越

封面设计:孙宝福

定价:10.80 元

作者简介



董世奎 中学数学高级教师，
中国数学奥林匹克高级教练，北京
大学附中原数学教研组组长，曾任
海淀区兼职教研员。



王人伟 北京航空航天大学
附中数学特级教师，数学教研组组
长，中国数学奥林匹克高级教练，
北京队主教练，全国航空普教协会
数学组主任委员。



王建民 中国科技大学附中
数学特级教师，数学教研组组长，
中国数学奥林匹克高级教练，北京
市中学数学学科带头人，市兼职教
研员，海淀区兼职教研员。

前言

《北京名师教你学》丛书,依据国家教委初、高中新大纲、新教材和最新考试说明,并根据国家教委1998年关于推进中小学素质教育的最新精神组织编写。

本丛书的宗旨是为学生服务,为教学服务,为教改服务,探索由应试教育向素质教育转型的走向,使学生变苦读为巧读,重在对所学知识规律性的把握和能力的培养,在现行考试制度下具备用综合能力素质应考的真本领。从这个意义上来说,本丛书也是直接为中考和高考服务的。

按照这一宗旨,本丛书的内容设计完全与现行新教材同步,包括:初中一、二、三年级同步训练和初中总复习,高中一、二年级同步训练和高中总复习。同步训练旨在对知识点的理解和运用,严格与单元教学内容同步,注意教材中知识层次和教学阶段性的衔接;总复习旨在把握知识结构的完整性、系统性和内在联系,培养学生运用各种知识和方法分析问题、解决问题的综合能力。

丛书融入近几年初、高中教学科研最新成果,体现90年代以来教学改革和高考的最新特点,遵循教、学、练、考的整体思路,各科每一分册单元结构均设计成精学指要、智能训练、单元检测三个板块,最后一部分是综合测试板块。

精学指要与知识点一致,主要是要抓住单元教学内容的知识要点、重点、难点,概括和阐述力求精练,要点准确,重点鲜明,难、疑点解释清晰,多视角。

智能训练与考点一致,精心设计题型,不搞题海战术,务求实效性、典型性和启发性,分析解题思路,掌握解题方法和技巧,真正做到举一反三、融会贯通,培养思维能力,提高学科思想与悟性。

前言

单元检测与单元教学目标一致,覆盖“教纲”和“考纲”所要求的知识点和考点,注意知识的梯度(层次和难度),精选基本题型和灵活题型,重点检测对所学知识的掌握及其得分点和失分点。

综合测试与学科课程期中、期末考试及中考、高考考试范围、考试要求一致,精心设计或编选常用题型和最新题型,考前热身,模拟“实战”演练,提高对学科知识点、知识体系、规律性的整体掌握水平,以及灵活运用知识的学科能力,培养用综合能力素质应考的本领。

归根结底,丛书的质量决定于作者队伍水平。客观地讲,本丛书汇聚了北京相当一部分名校名师,有一定代表性。参加丛书撰写的有(排名不分先后)北京大学附中、中国人民大学附中、清华大学附中、北京 101 中学、北京师范大学二附中、北京师范大学实验中学、北京 12 中学、北京 123 中学、中国科技大学附中、北京航空航天大学附中、中国矿业大学附中、中国地质大学附中、北京钢铁学院附中、北京 20 中学、北京 14 中学、北京蓝靛厂中学、北京六一中学、北京崇文区教研中心、北京八一中学、首都师范大学附中、北京理工大学附中、北京西城教研中心、北京海淀教师进修学校等单位的部分特级教师和高级教师。

检验本丛书质量的唯一标准是广大师生使用本书的实践,我们期盼它的社会效益,也诚挚地希望广大师生的批评指正。

程 言

1998 年 6 月

编者说明

本书依据国家教委制定的《全日制中学数学教学大纲》，与现行的高中二年级数学教材配套编写而成。其目的是为了使学生在学数学的过程中，既能提高数学思维品质，又能提高数学思维方法；既能提高分析问题的能力，又能提高解题技巧；还可以学到扎实的数学知识。

为了便于配合课堂教学，本书仍以课本的章为序；另外为了突出重点、突破难点，挖掘教材中的能力因素，在章下面设了若干单元。在每个单元中设有精学指要、智能训练和单元检测三个板块。在精学指要和智能训练中对本章、本单元知识的内在联系作了系统的说明，结合典型例题对本单元的重点、难点作了深入的分析和引申，特别突出了教会学生自觉地运用数学思想解题，引导学生学会分析问题变未知为已知，不仅学会解题，更重要的是不断总结一些规律，理解解法实质，从而一题变多解，多解变一解，在解题技巧上得到启迪。为巩固所学知识，在单元检测中配备了A、B两组练习题，另外每章后还配备了综合检测题，并附有答案与提示。

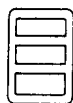
本书是配合课堂教学的一本很好的课外同步读物，也可作为高中数学教师的教学参考书。

本书由王人伟、王建民、王燕谋、范登宸、普诚兴、董世奎撰写。

书中的缺点、错误，欢迎读者批评指正。

编 者

1998年6月



前 言

编者说明

第一部分 代 数	1
第五章 不等式	1
第一单元 不等式的性质	2
一、精学指要	2
二、智能训练	3
三、单元检测	5
参考答案	9
第二单元 不等式的证明	10
一、精学指要	10
二、智能训练	10
三、单元检测	19
参考答案	21
第三单元 解不等式	23
一、精学指要	23
二、智能训练	24
三、单元检测	31
参考答案	33
第四单元 不等式的应用	34
一、精学指要	34
二、智能训练	34
三、单元检测	41

参考答案·····	43
综合检测·····	44
参考答案·····	47
第六章 数列、极限、数学归纳法·····	49
第一单元 数列·····	49
一、精学指要·····	49
二、智能训练·····	50
三、单元检测·····	66
参考答案·····	68
第二单元 极限·····	68
一、精学指要·····	68
二、智能训练·····	69
三、单元检测·····	75
参考答案·····	77
第三单元 数学归纳法·····	77
一、精学指要·····	77
二、智能训练·····	78
三、单元检测·····	85
参考答案·····	86
附录 高考中的数列综合题·····	86
综合检测·····	93
参考答案·····	96
第七章 复数·····	101
第一单元 复数的概念·····	101
一、精学指要·····	101
二、智能训练·····	104
三、单元检测·····	125
参考答案·····	128
第二单元 复数的运算·····	129
一、精学指要·····	129
二、智能训练·····	131

三、单元检测	150
参考答案	152
综合检测	154
参考答案	156
第八章 排列、组合、二项式定理	158
第一单元 排列、组合	158
一、精学指要	158
二、智能训练	159
三、单元检测	168
参考答案	171
第二单元 二项式定理	172
一、精学指要	172
二、智能训练	173
三、单元检测	177
参考答案	180
综合检测	181
参考答案	183
第二部分 几 何	185
第一章 直线	185
第一单元 有向线段、定比分点	185
一、精学指要	185
二、智能训练	186
三、单元检测	190
参考答案	192
第二单元 直线方程	193
一、精学指要	193
二、智能训练	193
三、单元检测	200
参考答案	202
第三单元 两条直线的重合、平行和垂直	204

一、精学指要	204
二、智能训练	204
三、单元检测	209
参考答案	212
第四单元 两条直线所成的角、点到直线的距离	213
一、精学指要	213
二、智能训练	213
三、单元检测	219
参考答案	220
综合检测	222
参考答案	224
第二章 圆锥曲线	226
第一单元 曲线与方程、圆	227
一、精学指要	227
二、智能训练	228
三、单元检测	234
参考答案	236
第二单元 椭圆	239
一、精学指要	239
二、智能训练	240
三、单元检测	248
参考答案	250
第三单元 双曲线	254
一、精学指要	254
二、智能训练	255
三、单元检测	264
参考答案	267
第四单元 抛物线	269
一、精学指要	269
二、智能训练	270
三、单元检测	278

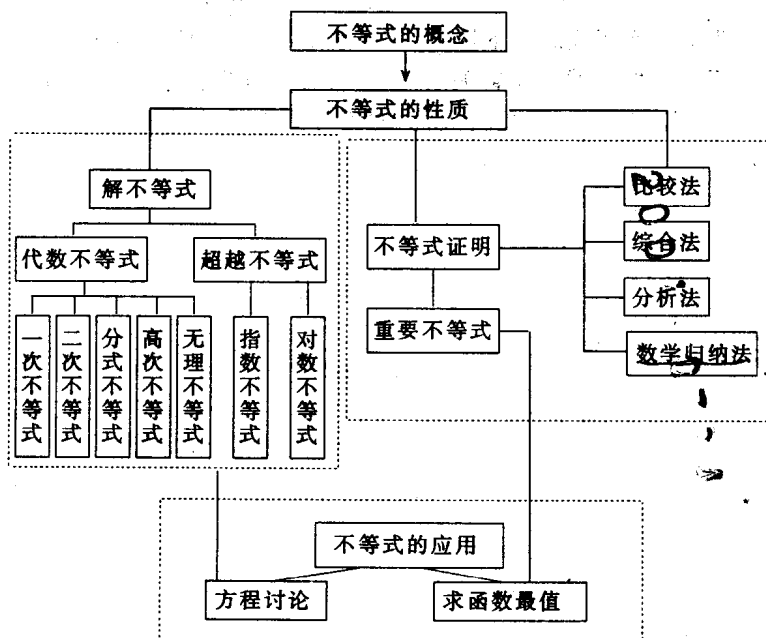
参考答案	280
第五单元 坐标平移	282
一、精学指要	282
二、智能训练	283
三、单元检测	287
参考答案	288
综合训练	289
参考答案	292
第三章 参数方程、极坐标	295
第一单元 参数方程	295
一、精学指要	295
二、智能训练	295
三、单元检测	305
参考答案	308
第二单元 极坐标	310
一、精学指要	310
二、智能训练	311
三、单元检测	317
参考答案	319
综合检测	322
参考答案	325

第一部分 代 数

第五章 不等式

本章的主要内容有不等式的性质、不等式的证明和解不等式。不等式的性质是证明不等式和解不等式的理论依据。

本章的知识结构和逻辑体系如下：



第一单元 不等式的性质

一、精学指要

不等式的性质有：

若 $a > b$, 则 $b < a$ (对称性);

若 $a > b, b > c$, 则 $a > c$ (传递性);

若 $a > b$, 则 $a + c > b + c$ (可加性);

若 $a > b, c > 0$, 则 $ac > bc$; 若 $a > b, c < 0$, 则 $ac < bc$ (可乘性);

若 $a > b \geq 0, n \in N$ 且 $n > 1$, 则 $a^n > b^n, \sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$ 。

前两条是不等式的基本性质, 后三条是不等式的运算性质。

不等式的性质就其逻辑关系而言, 可分为推出关系(充分条件) 和等价关系(充要条件) 两类。在以上的不等式性质及其推论中, 推出关系有:

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} a > b \\ b > c \end{array} \right\} &\Rightarrow a > c \\ \left. \begin{array}{l} a > b \\ c > d \end{array} \right\} &\Rightarrow a + c > b + d \\ \left. \begin{array}{l} a > b \geq 0 \\ c > d \geq 0 \end{array} \right\} &\Rightarrow ac > bd \\ \left. \begin{array}{l} a > b \geq 0 \\ n \in N, n \geq 2 \end{array} \right\} &\Rightarrow a^n > b^n, \sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b} \end{aligned}$$

等价关系有:

$$a > b \Leftrightarrow b < a$$

$$a > b \Leftrightarrow a + c > b + c$$

当 $c > 0$ 时, $a > b \Leftrightarrow ac > bc$

当 $c < 0$ 时, $a > b \Leftrightarrow ac < bc$

当 a, b 都是非负数, $n \in N$ 且 $n \geq 2$ 时,

$$a > b \Leftrightarrow a^n > b^n$$

$$a > b \Leftrightarrow \sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$$

证明不等式是对不等式施行一系列的推出变换或等价变换,要求题设是题断的充分条件,而不要求题设是题断的必要条件。解不等式是对不等式施行一系列的等价变换,要求题设与题断之间互为充要条件。若在解不等式的某一个步骤施行不等价变换,就可能破坏不等式的同解性而导致错误。

二、智能训练

【例 1】 判断下列各组中的两个命题的充分必要关系,并说明理由。

(1) 命题甲: $|a| > |b|$, 命题乙: $a^2 > b^2$;

(2) 命题甲: $a > b$, 命题乙: $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$;

(3) 命题甲: $\frac{1}{x} > x$, 命题乙: $0 < x < 1$;

(4) 命题甲: $\begin{cases} 2 < x + y < 4 \\ 0 < xy < 3 \end{cases}$, 命题乙: $\begin{cases} 0 < x < 1 \\ 2 < y < 3 \end{cases}$

解: (1) 甲是乙的充分必要条件。证明如下:

充分性: $\because |a| > |b| \geq 0, \therefore |a|^2 > |b|^2$, 即 $a^2 > b^2$ 。

必要性: $\because a^2 > b^2 \geq 0, \therefore \sqrt{a^2} > \sqrt{b^2}$, 即 $|a| > |b|$ 。

(2) 甲既不是乙的充分条件,也不是乙的必要条件。

设 $a = 2, b = -1$, 此时命题甲成立,但命题乙不成立;设 $a = -2, b = 1$, 此时命题乙成立,但命题甲不成立。

(3) 甲是乙的必要条件,但不是充分条件。

$\because$ 当 $0 < x < 1$ 时,

$$\frac{1}{x} - x = \frac{1 - x^2}{x} = \frac{(1 + x)(1 - x)}{x} > 0$$

$$\therefore \frac{1}{x} > x$$

反之,令 $x = -2$, 则 $\frac{1}{x} = -\frac{1}{2} > -2 = x$, 但 $0 < x < 1$ 不成立。

(4) 甲是乙的必要条件,但不是乙的充分条件。

$$\because 0 < x < 1, 2 < y < 3$$

$$\therefore 0 + 2 < x + y < 1 + 3, \text{即 } 2 < x + y < 4$$

$$0 \times 2 < xy < 1 \times 3, \text{即 } 0 < xy < 3$$

$$\text{反之,令 } x=1, y=2, \begin{cases} 2 < x+y < 4 \\ 0 < xy < 3 \end{cases} \text{成立,但 } \begin{cases} 0 < x < 1 \\ 2 < y < 3 \end{cases} \text{不}$$

成立。

【例 2】 设 $2 < a \leq 5, 3 \leq b < 10$, 求 $a+b, a-b$ 及 $\frac{a}{b}$ 的范围。

$$\text{解: } \because 2 < a \leq 5 \quad 3 \leq b < 10$$

$$\therefore 2+3 < a+b < 5+10 \quad \text{即 } 5 < a+b < 15$$

$$\therefore 3 \leq b < 10 \quad \therefore -3 \geq -b > -10 \quad \text{即 } -10 < -b \leq -3$$

$$\text{又 } \because 2 < a \leq 5 \quad \therefore -8 < a-b \leq 2$$

$$\therefore 3 \leq b < 10 \quad \therefore \frac{1}{10} < \frac{1}{b} \leq \frac{1}{3}$$

$$\text{又 } \because 2 < a \leq 5 \quad \therefore \frac{1}{5} < \frac{a}{b} \leq \frac{5}{3}$$

说明:同向不等式两边分别相加,不等式仍成立,但不能两边分别相减。解本题常犯如下错误:

$$\left. \begin{array}{l} 2 < a \leq 5 \\ 3 \leq b < 10 \end{array} \right\} \Rightarrow -1 < a-b < -5$$

或者

$$\left. \begin{array}{l} 2 < a \leq 5 \\ 3 \leq b < 10 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{2}{3} < \frac{a}{b} < \frac{5}{10}$$

【例 3】 已知 $1 \leq a+b \leq 5, -1 \leq a-b \leq 3$, 求 $3a-2b$ 的取值范围。

先分析以下两种解法,哪个正确,哪个错误,错误的原因是什么。

$$\text{解法一: } \because 1 \leq a+b \leq 5, -1 \leq a-b \leq 3$$

$$\therefore 0 \leq (a+b) + (a-b) \leq 8 \quad \therefore 0 \leq a \leq 4$$

$$\therefore 1 \leq a+b \leq 5, -3 \leq -(a-b) \leq 1$$

$$\therefore -2 \leq (a+b) - (a-b) \leq 6 \quad \therefore -1 \leq b \leq 3$$

$$\therefore 0 \leq a \leq 4, -1 \leq b \leq 3$$

$$\therefore 0 \leq 3a \leq 12, -6 \leq -2b \leq 2 \quad \therefore -6 \leq 3a-2b \leq 14$$

解法二:设 $a+b=u, a-b=v$, 则

$$a = \frac{u+v}{2}, b = \frac{u-v}{2}, \text{且 } 1 \leq u \leq 5, -1 \leq v \leq 3$$

$$3a - 2b = \frac{1}{2}u + \frac{5}{2}v$$

$$\therefore \frac{1}{2} \leq \frac{u}{2} \leq \frac{5}{2}, -\frac{5}{2} \leq \frac{5v}{2} \leq \frac{15}{2}$$

$$\therefore -2 \leq \frac{u}{2} + \frac{5v}{2} \leq 10$$

即 $3a - 2b$ 的取值范围是 $-2 \leq 3a - 2b \leq 10$ 。

说明：在解法二中， u 与 v 可以各自独立地取区间 $[1, 5]$ 及 $[-1, 3]$ 的任意值，因此， $\frac{u}{2}$ 与 $\frac{5v}{2}$ 可以各自独立地取到区间 $[\frac{1}{2}, \frac{5}{2}]$ 及 $[-\frac{5}{2}, \frac{15}{2}]$ 的一切值，从而 $\frac{u}{2} + \frac{5v}{2}$ 即 $3a - 2b$ 可取得且只能取得 $[-2, 10]$ 的一切值。

对于解法一，如果是由已知的条件证明不等式 $-6 \leq 3a - 2b \leq 14$ ，那么结论是正确的。在此解法的各个步骤中，都施行了不等式性质中的推出关系。然而作为求 $3a - 2b$ 的取值范围，则结论不正确。显然， $3a - 2b$ 不能取得 $[-6, 14]$ 中的一切值。事实上，由 $1 \leq a + b \leq 3$ 与 $-1 \leq a - b \leq 5$ 得到 $0 \leq a \leq 4$ ， $-1 \leq b \leq 3$ ，并不意味着 a 与 b 可以各自独立地取得区间 $[0, 4]$ 及 $[-1, 3]$ 的一切值。例如取 $a = 4$ ， $b = 3$ 时， $a + b = 7$ 已超过题设条件中 $1 \leq a + b \leq 5$ 的范围。细究其原因，就是推出关系并非等价关系的缘故。

三、单元检测

A 组

(一) 选择题

1. 若 a, b 是任意实数，且 $a > b$ ，则()。

A. $a^2 > b^2$ B. $\frac{b}{a} < 1$

C. $\lg(a - b) > 0$ D. $\left(\frac{1}{2}\right)^a < \left(\frac{1}{2}\right)^b$

2. 若 $a > b, c < d$ ，则有()。