国外经典教材·计算机科学与技术

双语教学推荐用书

PEARSON
Prentice Hall

Essential Discrete Mathematics for Computer Science

离散数学（双语版）

(美) Todd Feil
Joan Krone 著

张明军 许 华 译

清华大学出版社

国外经典教材·计算机科学与技术

离　散　数　学

（双语版）

（美）　Todd Feil
Joan Krone　著

张明军　许　华　译

清华大学出版社
北　京

内 容 简 介

本书作为高等院校“双语教学推荐用书”中的经典教材，深入浅出地讲解了离散数学的基本思想和基本方法，依次介绍了集合论、函数与关系、布尔代数、逻辑电路、自然数、归纳法、数论、递归、计数、矩阵、图论。

本书供高等院校计算机专业和数学专业本科生课程“离散数学”使用，也可供程序开发人员参考。

图书在版编目（CIP）数据

离散数学（双语版）/（美）费尔（Feil，T.），（美）克朗（Krone，J.）著；张明军，许华译. —北京：清华大学出版社，2005.2

（国外经典教材·计算机科学与技术）

书名原文：Essential Discrete Mathematics for Computer Science

ISBN 7-302-10013-6

Ⅰ.离… Ⅱ.①费…②克…③张…④许… Ⅲ.离散数学—教材 Ⅳ.O158

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2004）第 124678 号

出 版 者：清华大学出版社　　**地　　址**：北京清华大学学研大厦
http://www.tup.com.cn　　**邮　　编**：100084
社 总 机：010-62770175　　**客户服务**：010-62776969
文稿编辑：徐　刚
封面设计：久久度文化
印 装 者：北京市昌平环球印刷厂
发 行 者：新华书店总店北京发行所
开　　本：185×260　**印张**：23.5　**字数**：554 千字
版　　次：2005 年 2 月第 1 版　2005 年 2 月第1 次印刷
书　　号：ISBN 7-302-10013-6/TP·6871
印　　数：1～4000
定　　价：39.00 元

前　言

如果你是教师，为什么要为学生选择这本书？如果你是学生，为什么应该学习这本书？本书是离散数学的入门教材，适用于数学专业或计算机科学专业的新生，是学习后续课程的基础。本书不是一本包括所有离散数学知识的“大全”，而是选择一些与计算机科学相关的主题进行讲述，课后练习题包括编程问题。不像那些广泛而全面的教材，本书可以在一个学期内学完。本书为计算机科学专业的学生设置了编程练习；为数学专业对编程不感兴趣的学生，设置了许多不同难度的、值得思考的练习。

十余年来，本书一直为计算机科学专业新生第二学期的课程所用。课程内容包括三分之二的数学和三分之一的编程。学生们认为本书对他们学习后续课程，如数据结构、算法分析及其他高级课程很有帮助。你可能已经发现我们的一种模式，我们把注意力放在主题的选择上，而不希望完全覆盖所有概念。我们选择主题基于两个目标：强化数学基础并使数学立即应用于计算机科学。

显而易见，计算机科学专业的学生应该学习数学。大多数人认为数学对研究和应用计算机科学非常重要。但是对于应该研究哪些领域，如何严格表示，应该在课程哪个阶段引入这些思想，学术研究人员和工程人员很难达成一致。

从事多年的计算机科学教育并教授各门数学选修课程后，我们相信在计算机科学专业第一年课程中安排一些基础数学的内容是明智之举。我们也相信本书有足够多的知识可供学生在学习中直接应用。我们并不是说除了这些知识点，学生就不需要或不能从其他数学课程中获益，相反，我们相信，有了这些基础的数学思想，学生将会在以后的数学课程中得心应手，获益非浅。

对于计算机专业的学生，本书不是纯粹的数学教材，它的目的是帮助学生理解数学的重要性并了解数学与各类应用的关系。实际上，大多数学生在以后的职业生涯中还要学习其他离散数学的课程。对学生来说，最直接的应用是算法分析，一门将要在下一学期开的课。要理解标准的数学算法和重要的加密算法，学生必须熟悉模算术和数论基础。学生在日后的学习中会发现他们非常需要这些数学基础。

表达精确是保证程序规范和正确的关键。数学是精确的基础，数学教会我们正确无误地表达思想以及如何正确地思考，它给了我们明确表达自己思想的能力。无论特定的内容是什么，数学研究通常提升了表达的准确性，促进对推理细节的关注。然而，我们已经选择能直接在计算机科学上应用的特殊数学结构。所以，现已明确了本书的两个目标：第一，我们的任务是帮助学生提高推理技巧和表达的精确性；第二个目标是提供计算机科学必要的数学基础知识。

每章后面配有许多练习题，一些建议通过编程实现。大多数练习题稍微变化就能适合本课程需要。许多练习和编程题前标有星号，表示是值得思考的难题。

本教材中，你会发现这样的问题描述。学生阅读中遇到困难时，它通常对问题给予简单易懂的解释。

在本书编写过程中，我们得到了许多人的帮助。首先要感谢我们的学生，几个学期来，他们不断指出本书的错误（印刷错误和其他错误），并对练习提出了一些建议。特别感谢 Rohit Bansal 和 Tony Fressola 给予的良好建议。

出版社编辑人员 Patricia Daly，Jeanne Audino 和 George Lobell 给予许多特别帮助，感谢他们针对原稿的编辑工作。

最后，要感谢我们的亲人 Robin 和 Gil 对我们的鼓励和支持。

当然，尽管尽心尽力，但错误和印刷疏漏在所难免。欢迎来信批评指正。如果发现错误，或您对本书有什么建议，请发邮件通知我们。

作者

出版说明

近年来，我国的高等教育特别是计算机学科教育，进行了一系列大的调整和改革，急需一批门类齐全、具有国际先进水平的计算机经典教材，以适应当前我国计算机科学的教学需要。通过使用国外先进的经典教材，可以了解并吸收国际先进的教学思想和教学方法，使我国的计算机科学教育能够跟上国际计算机教育发展的步伐，从而培育出更多具有国际水准的计算机专业人才，增强我国计算机产业的核心竞争力。为此，我们从国外知名的出版集团 Pearson 引进这套“国外经典教材·计算机科学与技术”教材。

作为全球最大的图书出版机构，Pearson 在高等教育领域有着不凡的表现，其下属的 Prentice Hall 和 Addison Wesley 出版社是全球计算机高等教育的龙头出版机构。清华大学出版社与 Pearson 出版集团长期保持着紧密友好的合作关系，这次引进的“国外经典教材·计算机科学与技术”教材大部分出自 Prentice Hall 和 Addison Wesley 两家出版社。为了组织该套教材的出版，我们在国内聘请了一批知名的专家和教授，成立了一个专门的教材编审委员会。

教材编审委员会的运作从教材的选题阶段即开始启动，各位委员根据国内外高等院校计算机科学及相关专业的现有课程体系，并结合各个专业的培养方向，从 Pearson 出版的计算机系列教材中精心挑选针对性强的题材，以保证该套教材的优秀性和领先性，避免出现“低质重复引进”或“高质消化不良”的现象。

为了保证出版质量，我们为该套教材配备了一批经验丰富的编辑、排版、校对人员，制定了更加严格的出版流程。本套教材的译者，全部来自于对应专业的高校教师或拥有相关经验的 IT 专家。每本教材的责编在翻译伊始，就定期不间断地与该书的译者进行交流与反馈。为了尽可能地保留与发扬教材原著的精华，在经过翻译、排版和传统的三审三校之后，我们还请编审委员或相关的专家教授对文稿进行审读，以最大程度地弥补和修正在前面一系列加工过程中对教材造成的误差和瑕疵。

由于时间紧迫和受全体制作人员自身能力所限，该套教材在出版过程中很可能还存在一些遗憾，欢迎广大师生来电来信批评指正。同时，也欢迎读者朋友积极向我们推荐各类优秀的国外计算机教材，共同为我国高等院校计算机教育事业贡献力量。

清华大学出版社

国外经典教材·计算机科学与技术

编审委员会

译 者 序

随着计算机技术的发展，计算机的应用也日益广泛。计算机科学以研究计算领域中的一些普遍规律为其基本任务，所以需要以近代数学作为工具。离散数学的内容一直随着计算机科学的发展而不断得到扩充与更新，到目前为止，它包括的主要内容有：集合论、数理逻辑、抽象代数、图论、可计算理论、自动机理论和离散概率论等。同时，离散数学也促进了计算机技术和计算机科学的发展。在计算机发展初期，人们利用布尔代数理论研究开关电路，建立了一套完整的数理逻辑理论，对计算机逻辑设计起了很大作用。此外，在计算机科学中普遍采用离散数学中的基本概念、基本思想和方法。例如，集合论的概念和方法，抽象代数的概念和方法，归纳和递归的方法，在计算机科学的各个领域随处都能碰到。所有这些都使得离散数学在计算机科学中的地位和作用越来越重要，成了必不可少的工具。因此有人把离散数学称为“计算机数学”。

本书作者 Todd Feil 和 Joan Krone 是丹尼森大学数学和计算机系的教授，长期从事计算机专业本科生教学与实践，有着丰富的理论基础和实践经验。本书十多年来一直作为该校计算机专业和数学专业的教材，经过多次修订，深受学生喜爱。本书浅显易懂，堪称离散数学的经典著作，特别是针对计算机专业的学生给出了许多经典算法的程序代码，使离散数学的原理和方法能立即应用于计算机科学实践中。

离散数学涵盖很广，本书的最大特点在于选材精干，主题明确，重点介绍了在计算机科学中将用到的离散数学基本知识。与一般枯燥的数学教材不同的是，本书一般从问题入手进行讲解，逐渐引出数学概念和定理。本书非常注重实用性，在正文和习题中都给出了大量的编程练习，读者可以进行上机实践，加深对概念和定理的理解。

承担该书的翻译工作，我们感到十分荣幸。在本书的翻译过程中，我们本着对读者认真负责的精神，尽力忠实于原著。同时，我们力求译文符合中文阅读习惯，使证明过程与算法更易理解。最后，我们还更正了原书的一些错误。同时，我们努力在翻译的准确性与灵活性之间取得平衡。

本书主要由张明军、许华翻译，全书最后由张明军统稿。参加本书翻译工作的还有吕端、钟鸣等。肖国尊负责本书翻译质量和进度的控制。最后还要感谢北京邮电大学的徐六通老师，他为本书的习题增色不少。敬请广大读者提供反馈意见，我们会仔细查阅读者发来的每一封邮件，以求进一步提高今后译作的质量。

译者

双语版序

非常欢迎中国的老师和学生使用我们的离散数学教材。从当年我们为计算机科学专业新生的讲稿到本书，花了超过 10 年的时间。我们之所以自己写讲稿，是因为我们找不到一本满足我们标准的书。我们希望新生能获得一个坚实的离散数学背景，希望他们能看到这门学科在计算机科学的应用。我们为每一章配备了大量的练习题和适当的编程问题，为学生提供了立即应用离散数学的机会。对于那些主要兴趣在数学方面的学生，编程问题是不必要的。

我们可以充满信心地说，在初级课程中使用过此教材的学生不仅能够意识到数学对于计算机科学的重要性，而且会发现他们自己已经可以继续后续课程的学习，如数据结构和算法分析、计算理论，以及其他一些高级课程。在教育界，在计算机科学专业的学生应不应该学习数学这个问题上存在着一点争论。绝大部分人都认为数学对于计算机科学的研究和实践是必要的，但是，要在学者和实践者之间取得共识是困难的，例如，应该学习哪些数学领域的知识，表述方式应该有多严谨，应该在课程的哪些地方介绍这些思想。

我们一直从事计算机科学专业学生的教育工作，一直为已经学习了很多数学课程的学生讲授数学课程，我们相信在第一年的计算机科学课程中包含一些基本的数学内容是明智的。我们相信本教材中有足够的主题可让学生看到它们直接的应用，因为它们是值得成为 CS1 和 CS2 课程的一部分的主题。这并不是说学生就不需要学习其他的数学课程，或不能从其他的数学课程中获益。相反，我们相信学生在有了一些基本思想后，会喜欢后续的数学课程，会获得更多的知识。

这本书并不是定位在计算机科学学生的数学课程上，它倾向于帮助学生理解和发现数学的重要性，以及数学在很多领域的应用。对于程序描述和程序正确性证明而言，表述的准确性是至关重要的，而数学为这种准确性提供了基础。数学使我们能够准确地进行表述，严谨地进行思考。数学使我们能够明确表述自己的思想，而不会引起别人误解。

当然，学着阅读数学对学生而言是重要的，而且应当鼓励他们阅读我们称为“检验框”的部分。当学生阅读每一章的时候，应当先回答检验框中提出的问题，再继续学习。

我们欢迎您在使用这本教材时提出意见和建议。请将您的意见和发现的错误发给我们。

Todd Feil
feil@denison.edu
Joan Krone
krone@denison.edu

目　录

Contents

绪 论

在本书中，我们给出了许多已知定理的证明，并将一些证明分布在练习题中。证明是数学的重要组成部分，但是对于这个领域的初学者来说，学会如何开始证明，如何进行证明非常困难。本章的目的是介绍一些在本书中会用到的证明方法和一些简单而又有代表性的例子，并解释应用这些方法的合理性。除了我们在本章中介绍的方法外，还有许多方法，这只是一个切入点。请注意，其中一个最重要的证明方法——归纳，将放到后面介绍。第 4 章将介绍这个重要的方法。

证明就是给出令人信服的证据。在数学领域之外，证明所包含的内容与数学领域中的高标准证明是不同的。例如，如果想证明你曾登上过 Everest 山，那么应该提供你在山顶的照片，或某人能够证明你爬上这个山的信件，甚至可以是测谎仪的检测结果。怀疑论者反对的理由是照片或者信可能是假的，测谎仪有可能被愚弄，这样，证据全然不可信。记住，数学家是最具有怀疑精神的人，至少在数学领域是如此。

对证明的精确性要求是数学与其他智力领域成果的区别之一。要达到精确，就需要语言上的形式化，这些定理的证明同样需要形式化，但实际上并非所有的证明都是形式化的。证明的目标是提供让人信服的论据(这个人可能是你自己)，提供证据的详细级别依据读者的不同而不同。如果一个数学专家与另一位在该领域具有权威性的数学家探讨一个证明，该证明可能只是几句话或几小段。专家会略过一些众所周知或很容易推出的细节，这种大笔一挥的做法非常普及。专家只需要证明的主要思想。而非专业的读者则需要知道更多的细节来了解证明中各步骤之间的衔接关系。事实上，一个很天真的读者可能忽略了主题，而花费很大精力去理解一个术语。具体的测试只是为了使读者的兴趣延续几天或几周(甚至更长)。

证明有各种方法，这些方法在复杂程度上的差异仅仅在于其使用的步骤数的多少。读者必须相信每一步都是经过论证的。一个数学家相信用一系列规范的陈述可以简化每一个定理，这些陈述开始于一系列步骤简单的原子理论，这些步骤容易理解，甚至看起来微不足道，但是很容易正确验证。然而，如果证据太长就会失去证明的本质。

另外一个极端，专家间探讨式的证明步骤可能跨度很大，为读者留下很多留待思考的“细节”。这些跨度很大的证明步骤所给出的仅仅是证明的本质。

幸运的是，近年来，数学家们已发展了一种趋向于自然语言和形式化的模式，力求在精确性和易读性之间进行折衷。因此可以相信，把证明简化成一系列严格的形式化陈述将是可能的(尽管这将会是一项巨型工程)。读者对证明的理解能力和推断能力部分依赖于学习这种模式。下面我们开始简要介绍这种模式。

命题逻辑

命题是具有真假意义的陈述性语句。也就是说，命题只有“真”或“假”两种真值。例如以下三个例子：

- 3＋5=7
- 木材来自源于树
- 有 53 个州

其中，第一个和最后一个命题是假的，第二个命题为真。并非所有的陈述语句都是命题，如“红色是一种美丽的颜色”以及“这句话是假的”。前一个陈述是对事物发表的观点，其真假因人而异。后一个陈述是一个逻辑悖论，假设其为“真”，则得出结论：该陈述是“假”；假设其为“假”，则得出结论该陈述句是“真”。不论在何种情况下，都会得出矛盾的结论。本书不讨论以上两种类型的陈述。

出三个命题例子。举出三个不是命题的句子，并说明理由。

命题的形式可能比较复杂，例如：如果天下雨，那么我们就取消野炊；他的母亲是一个医生，他的父亲是一个画家；你要么完成你的工作，要么失去信任。多个命题可能在一起考虑：

- 如果一个函数不连续，那么它不可微分
- 如果一个函数不可积分，那么它不连续
- f 不可微分
- f 不连续

为了给命题赋真值，给命题建立特定的上下文关系和解释是必要的。例如，命题“今天是星期一”必须基于使用的日历系统来赋真值。一旦给一个简单命题赋真值后，我们就能够给更复杂的陈述赋真值。如果知道简单命题的真值，我们就能推断出由这些命题构成的复杂命题。

为了阐明命题，使用一类语法表示命题，并使用一组规则对这些命题进行运算。我们把这些规则称为命题演算。

为了说明命题方便，引入了一些标准符号。使用符号 t 和 f 表示真值(代表“真”和“假”)，∧、∨、¬ 表示命题联接词(分别称为与、或、非。有时“与”又称为合取，“或”称为析取)。命题变元用字母 p，q，r ……表示，括号用来标示整体。命题变元一定有真值“t”或者“f”。

命题联接词可用下面的真值表解释：

p	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$p \vee q$
t	t	f	t	t
t	f	f	f	t

f	t	t	f	t
f	f	t	f	f

还有一种命题联结词称为“xor”，表示异或。异或的含义是：要使 p 和 q 两个命题异或运算为真，必须使 p 为真或 q 为真，但 p、q 不能同时为真。

> 给出异或的真值表。

我们用两个简单命题说明这些逻辑操作：用 p 表示命题“天是晴朗的”，用 q 表示命题“天在下雨”。那么 $\neg p$ 表示“天不是晴朗的”，$p\wedge q$ 表示“天是晴朗的并且天在下雨”，$p\vee q$ 表示“天是晴朗的或者天在下雨”。当然每个这样的比较复杂的组合命题真值依赖于 p 和 q 的真值。

> 用上段给定的命题 p 和 q，看外面的天气，判断 p 和 q 的真假，然后判断 $p\wedge q$、$p\vee q$、$\neg p$、$\neg q$ 的真值。

有两个重要的特殊命题：永远为真的命题，记为 T；永远为假的命题，记为 F(注意与小写 t 和 f 的区别，小写 t 和 f 表示命题的可能真值，而 T、F 分别表示永远为真和永远为假的命题)。符号 T 和 F 有时称为命题常量。

和算术运算一样，计算逻辑表达式也有一定运算优先级规则：在任何时候，先计算括号内的，$\neg$ 具有最高优先级，其次是 $\wedge$，然后是 $\vee$。

例如，$\neg p\wedge q$ 和 $\neg(p\wedge q)$ 的含义不同。在第一个表达式中，$\neg$ 作用在命题 p 上，而在第二个表达式中，$\neg$ 作用在整个合取式 $p\wedge q$ 上。

为了解释逻辑表达式，我们注意到对于每个逻辑表达式都有惟一的真值表。实际上，一个逻辑表达式完全可以用它的真值表来描述。两个逻辑表达式等价当且仅当它们具有相同的真值表。例如，假如要证明 $\wedge$ 对 $\vee$ 的分配律，即：$p\wedge(q\vee r)\equiv(p\wedge q)\vee(p\wedge r)$。为了证明等价，简单的给出左边表达式和右边表达式的真值表，观察它们是否相同。我们把两个真值表合并，同时给出一些中间结果，想要比较的真值是真值表的最后两列。

p	q	r	$p\wedge q$	$p\wedge r$	$q\vee r$	$p\wedge(q\vee r)$	$(p\wedge q)\vee(p\wedge r)$
t	t	t	t	t	t	t	t
t	t	f	t	f	t	t	t
t	f	t	f	t	t	t	t
t	f	f	f	f	f	f	f
f	t	t	f	f	t	f	f
f	t	f	f	f	t	f	f
f	f	t	f	f	t	f	f
f	f	f	f	f	f	f	f

注意表达式 $p\wedge(q\vee r)$ 和 $(p\wedge q)\vee(p\wedge r)$ 的真值是真值表的最后两列，并且这两列的

真值是相同的，这样我们称两个表达式是等价的，记作：$p\wedge(q\vee r)\equiv(p\wedge q)\vee(p\wedge r)$。

应当注意，了解复合命题所有可能出现的真值组合而没有遗漏是非常重要的，用真值表描述命题无需知道每个复合命题的具体含义。真值表指出简单命题 p 和 q 的每个真值指派。

> 如果 p 是命题“Bob 有六英尺多高”，q 是命题“Sally 很饿”，r 是命题“Tom 的头发是蓝色的”，试用汉语句子表达命题 $p\wedge(q\vee r)$ 和 $(p\vee q)\vee(p\vee r)$。

下面是有关命题逻辑的一些重要定律，请在练习中证明这些定律。

- $\wedge$ 和 $\vee$ 满足交换律。即：$p\wedge q\equiv q\wedge p$，$p\vee q\equiv q\vee p$。
- $\wedge$ 和 $\vee$ 满足结合律。即：$p\wedge(q\wedge r)\equiv(p\wedge q)\wedge r$，$p\vee(q\vee r)\equiv(p\vee q)\vee r$。
- $\wedge$ 对 $\vee$ 满足分配律。即：$p\vee(q\wedge r)\equiv(p\vee q)\wedge(p\vee r)$。我们已经证明 $\wedge$ 对 $\vee$ 满足分配律；即：$p\wedge(q\vee r)\equiv(p\wedge q)\vee(p\wedge r)$，
- T 对 $\wedge$ 满足同一律，F 对 $\vee$ 满足同一律。即：$T\wedge p=p$，$F\vee p=p$。
- $p\wedge(\neg p)=F$，$p\vee(\neg p)=T$。

蕴含

还有一种基本的联接词——蕴含，用符号 $\Rightarrow$ 表示。p 蕴含 q，记作：$p\Rightarrow q$。蕴含联接词非常重要，因为大多数定理具有形式 $p\Rightarrow q$。像联接词与、或、非一样，蕴含的含义可以从字面上去理解。下面给出蕴含的真值表。

p	q	$p\Rightarrow q$
t	t	t
t	f	f
f	t	t
f	f	t

也许除了第三行“假 $\Rightarrow$ 真”是真命题外，这个真值表应该不难理解，都可以由蕴含的定义得出。我们将在本章后面讨论“假 $\Rightarrow$ 真”是真命题的原因。首先来看一些包括蕴含的稍微复杂的逻辑表达式。

在计算一个表达式时，$\Rightarrow$ 具有最低优先级，也就是说在最后计算。例如，考虑表达式 $\neg q\Rightarrow p\wedge q$，按照优先级规则，我们先计算 $\neg$，然后计算 $\wedge$，最后才计算 $\Rightarrow$。如果加上括号，那么表达式的优先级表示会更清晰：$(\neg q)\Rightarrow(p\wedge q)$。$\neg q\Rightarrow p\wedge q$ 的真值表可以表示为：

p	q	$\neg q$	$p\wedge q$	$\neg q\Rightarrow p\wedge q$
t	t	f	t	t
t	f	t	f	f
f	t	f	f	t
f	f	t	f	f

注意 $\neg q\Rightarrow p\wedge q$ 等价于表达式 q，现在考虑表达式 $\neg q\Rightarrow\neg p$，它的真值表为：