



全国中学生物理竞赛分类试题解析丛书

全国中学生物理竞赛委员会常委会 编写

# 全国中学生物理竞赛 1~20届 试题解析

电学分册



清华大学出版社



全国中学生物理竞赛分类试题解析丛书

全国中学生物理竞赛委员会常委会 编写

---

# 全国中学生物理竞赛 1~20届试题解析

---

电学分册

清华大学出版社

北京

## 内 容 简 介

全国中学生物理竞赛分类试题解析丛书汇集了第1~20届全国中学生物理竞赛理论试题、实验试题及参考解答,并对大部分试题进行了分析评述。丛书按学科内容体系编辑成力学,电学,热学、光学与近代物理及实验等四个分册出版。本套丛书是由全国中学生物理竞赛委员会常委会编写的,该常委会集中了北京大学、清华大学、北京师范大学、复旦大学、首都师范大学等学校的著名教授专家,书中所收入的试题是由他们精心编写和挑选的,具有很高的权威性和指导性。

本书是这套丛书的电学分册,针对1984—2004年电学部分的理论试题按照相关的知识点分类,并将内容接近的试题由易到难地安排顺序。全书对大部分试题进行了具体的剖析。这些试题有相当难度,对训练学生的综合思维能力、提高解题技巧大有裨益。本书可供全国高中学生、中学物理教师及师范院校物理系师生教学参考。

版权所有,翻印必究。举报电话:010-62782989 13501256678 13801310933

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

本书防伪标签采用特殊防伪技术,用户可通过在图案表面涂抹清水,图案消失,水干后图案复现;或将表面膜揭下,放在白纸上用彩笔涂抹,图案在白纸上再现的方法识别真伪。

### 图书在版编目(CIP)数据

全国中学生物理竞赛1~20届试题解析.电学分册/全国中学生物理竞赛委员会常委会编写. —北京:清华大学出版社,2005.10

(全国中学生物理竞赛分类试题解析丛书)

ISBN 7-302-11207-X

I. 全… II. 全… III. ①物理课—中学—解题 ②电学—中学—解题 IV. G634.75

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第063324号

出 版 者: 清华大学出版社      地 址: 北京清华大学学研大厦  
http://www.tup.com.cn      邮 编: 100084  
社 总 机: 010-62770175      客户服务: 010-62776969

责任编辑: 孙中悦

封面设计: 傅瑞学

版式设计: 刘祎森

印 装 者: 清华大学印刷厂

发 行 者: 新华书店总店北京发行所

开 本: 185×230 印张: 14.25 字数: 290千字

版 次: 2005年10月第1版 2005年10月第1次印刷

书 号: ISBN 7-302-11207-X/O·472

印 数: 1~5000

定 价: 19.80元

# 前言

从1984年开始到2004年底,全国中学生物理竞赛已举行了21届,共计有300万高中学生参加,在社会上具有良好的声誉。全国中学生物理竞赛活动是经国家教育部批准,由中国科协主管、并由中国物理学会主办的。物理竞赛活动自举办以来始终遵循着这样的宗旨,即激发优秀学生学习物理学的兴趣和积极性,开发他们潜在的智力,提高他们的能力和创造精神,促进他们科学素质的提高。二十多年来,物理竞赛活动健康发展,同时对中学物理教学的改进和教学质量的提高也起到了一定的作用。

物理竞赛题无疑会对参赛学生的学习和努力方向起着引导作用,其中很多质量较高的试题,对于提高学生学习物理的兴趣,鼓励学生在学好课内知识的基础上深入学习、独立思考,促使学生扩大视野和改进学习方法,启迪和开发智力,尤其是在锻炼他们灵活地、创造性地进行科学思维和培养解决问题的能力等方面发挥了较好的作用。为了适应广大中学师生的需要,我们编辑了本套丛书,汇集了第1~20届全国中学生物理竞赛试题(理论题和实验题)及参考解答,并由命题组部分教师对大部分题目进行了剖析。丛书按学科内容体系编辑成力学,电学,热学、光学与近代物理及实验等四册出版。同时将《全国中学生物理竞赛内容提要》一并收入。对于如何利用本书我们提出以下几点建议:

1. 要以正确的教育思想指导使用。教育必须贯彻因材施教的原则,要按教育和教学的规律办事。要从学生的实际出发,以扎扎实实打好知识、能力、非智力因素等各方面的基础为前提,启发引导,充分调动学生的主观能动作用,使学生得以充分发挥潜力,达到与其智力发展水平相适应的高水平。必须重视能力和非智力因素的培养与

提高,以达到全面提高学生科学素质的要求。

2. 物理竞赛是学有余力并对物理有兴趣的高中学生参加的一项课外活动,竞赛题是为这些学生设计的,因此不能要求多数学生都来做这些题目。

3. 由于在竞赛中要求将学习特别优秀的学生选拔出来,部分题目无论是理论题或实验题难度较大,对能力的要求较高,即使是班上的优秀学生也不一定都能做出来,有时需要用很多的时间才能解出一个题目,这是正常的情况。正是在这种尝试、失败、再尝试的反复思考、探索过程中,学生才能发现自己对物理概念、物理原理的理解和灵活运用以及实践能力等方面存在的问题,才能在分析问题和解决问题的能力上获得突破和提高。久思不得其解,一旦迎刃而解,就会有豁然顿悟之感,这种不懈追求真知的精神更将永久受用。因此,千万不要盲目追求做题的数量。应该让学生在完成课内学习任务后自由选择做题,我们特别强调:在解题过程中,学生应独立思考,独立完成;必要时教师可以从旁指点引导,切忌越俎代庖,以“教”代“学”,更不要揠苗助长。不要把本应发挥学生主观能动性的课外学习活动又变为学生被动接受知识的过程。

4. 在个人认真钻研的基础上,同学间进行相互讨论或争辩对提高水平十分有益,应予提倡。同学们处在平等的地位上,讨论时没有顾虑,发表意见能比较充分,要想说服对方就必须把问题真正搞清楚。别人的质疑和诘难可以揭露出自己在理解中存在的片面问题,以使自己更为深入、更加全面地思考。在讨论或争辩过程中双方都将受益,而且这也有助于培养自己与他人互相尊重、平等相处的作风和习惯。

5. 竞赛活动为参赛学生提供了有利于课外学习的环境和条件,这种学习包括认真读书、观察和研究现象、进行实验、讨论和辩论以及参加某些实践活动等,要特别强调的是,做习题或研究习题只是其中一个学习环节,千万不要误认为学物理就是做习题。否则不仅学不好物理,而且对提高自己的科学素养也很有害。

我们衷心希望物理竞赛活动能帮助学生生动活泼地进行学习,能促进他们主动获取新知识并能评价新知识,能将他们培养成为具有较强的科学思维能力、实践能力,能独立思考,具有创造精神的科学技术后备人才。

全国中学生物理竞赛委员会名誉主任: 沈克琦

全国中学生物理竞赛委员会主任: 卢树桐

# 目 录

电  
学  
分  
册

1 一、静电学

63 二、电路

127 三、运动电荷及载流导体所受的磁场力

177 四、电磁感应

215 附录 全国中学生物理竞赛内容提要

## 一、静 电 学

1. 把本题中所有正确说法前的字母填写在题后括号内.

有三个点电荷甲、乙、丙,甲带电荷 $+Q$ ,乙带电荷 $-q$ ,且 $Q>q$ . 每一个电荷受其他两个电荷的电场作用力的合力都是零. 则 ( )

- (A) 丙的位置一定在甲和乙的连线的延长线上,且距乙较近;
- (B) 丙一定是正电荷;
- (C) 丙所带的电荷量一定大于 $q$ ;
- (D) 丙所带的电荷量一定小于 $Q$ ;
- (E) 若将甲、丙固定,且限定乙只能在与甲连线方向上运动,则乙是处于不稳定平衡状态;
- (F) 若将甲、乙固定,且限定丙只能在与甲连线方向上运动,则丙是处于不稳定平衡状态.

### 解 析

A, B, C, E, F.

1) 若要电荷丙所受甲和乙的电场作用力合力为零,其位置必须在甲和乙的合场强为零的一点. 在题给条件下,这一点是在甲和乙的连线的延长线上,且距乙较近. 故说法 A 正确. 这时,三个电荷的相对位置如图 1-1 所示.

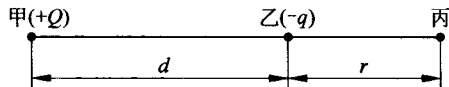


图 1-1

2) 由于电荷乙所受电荷甲的电场力为引力,向左,所以必须丙为正电荷,使乙受到丙的向右的引力,才能使电荷乙所受甲、丙的电场作用力合力为零,也才能使甲所受乙、丙的电场力合力为零(乙对甲的力为引力向右,丙对甲的力为斥力向左). 故说法 B 正确.

3) 设丙所带电荷为 $+q'$ ,根据图中所设的距离,若甲所受合力为零,有

$$\frac{Qq}{d^2} = \frac{Qq'}{(r+d)^2} \quad (1)$$

若乙所受合力为零,有

$$\frac{qQ}{d^2} = \frac{qq'}{r^2} \quad (2)$$

由以上两式可得

$$q' = q \left( \frac{r+d}{r} \right)^2$$

故  $q' > q$ , 说法 C 正确.

4) 由(2)式可得

$$q' = \left( \frac{r}{d} \right)^2 Q$$

又由丙所受合力为零, 可得

$$\frac{Q}{(r+d)^2} = \frac{q}{r^2}$$

从而

$$\frac{d}{r} = \sqrt{\frac{Q}{q}} - 1 \quad (3)$$

因为  $\sqrt{\frac{Q}{q}} (>1)$  可以大于 2, 也可以介于 1 与 2 之间, 所以  $d$  可以大于  $r$ , 也可以小于  $r$ , 即  $q'$  不一定小于  $Q$ , 说法 D 不正确.

5) 若将甲、丙固定, 令乙向甲移近一些, 则甲对乙的引力加大, 丙对乙的引力减小, 乙将继续向甲移近不会恢复到原平衡位置. 令乙向丙移近一些, 乙也会继续远离平衡位置. 这表明电荷乙是处于不稳定平衡状态, 说法 E 正确.

6) 若将甲、乙固定, 令丙向乙移近一些, 则乙对丙的引力加大, 虽然甲对丙的斥力也加大了, 但由于距离的相对变化量较小, 斥力的增量小于引力的增量, 丙将继续向乙移近, 离开平衡位置. 同样可说明若令丙远离乙一些, 丙也将继续远离, 不能恢复到原平衡位置. 故说法 F 正确.

此题要求作出全面的严密分析, 考查逻辑分析能力. 在分析中必须注意各说法中的“一定”两字. 在肯定说法 A、B 正确以后, 还要进一步列出(1)、(2)、(3)等式以便判断说法 C、D、E、F 是否正确. 解这种题型的题时, 采用盲目猜测的办法是要吃亏的.

2. 两个带正电的点电荷, 带电荷量都是  $Q$ , 固定放置在图 1-2 中  $x$  轴上 A、B 两点处, A、B 距原点的距离都是  $r$ . 若在原点处放置另一点电荷  $P$ , 其带电荷量大小是  $q$ , 质量为  $m$ .



图 1-2

1) 当限制点电荷  $P$  只能在哪些方向上运动时, 它在  $O$  处才是稳定的?

2) 讨论在这些方向上受扰动后, 它的运动情况.

### 解析

1) 先讨论点电荷  $P$  带正电荷的情形. 设限制它在  $S$  轴上运动, 当受扰动发生微小位移  $s$  (图 1-3 中  $OP$  段) 后, 它所受的电力如图 1-3 中  $F_1$  和  $F_2$  所示. 因此  $P$  在  $S$  轴上所受合力为

$$F_s = \frac{qQ}{AP^2} \cos \alpha - \frac{qQ}{BP^2} \cos \beta$$

由余弦定理可知

$$\overline{AP}^2 = r^2 + s^2 + 2rs \cos \theta$$

$$\overline{BP}^2 = r^2 + s^2 - 2rs \cos \theta$$

$$\cos \alpha = \frac{s + r \cos \theta}{(r^2 + s^2 + 2rs \cos \theta)^{1/2}}$$

$$\cos \beta = \frac{r \cos \theta - s}{(r^2 + s^2 - 2rs \cos \theta)^{1/2}}$$

代入上式, 得

$$F_s = \frac{qQ(s + r \cos \theta)}{(r^2 + s^2 + 2rs \cos \theta)^{3/2}} - \frac{qQ(r \cos \theta - s)}{(r^2 + s^2 - 2rs \cos \theta)^{3/2}}$$

因为  $s$  很小, 略去括号内的  $s^2$  项, 得

$$F_s = \frac{qQ}{r^3} \left[ \frac{s + r \cos \theta}{\left(1 + \frac{2s}{r} \cos \theta\right)^{3/2}} - \frac{r \cos \theta - s}{\left(1 - \frac{2s}{r} \cos \theta\right)^{3/2}} \right]$$

展开后取近似可得

$$F_s = \frac{qQ}{r^3} \left[ (s + r \cos \theta) \left(1 - \frac{3s}{r} \cos \theta\right) - (r \cos \theta - s) \left(1 + \frac{3s}{r} \cos \theta\right) \right]$$

$$F_s = \frac{2qQ}{r^3} s (1 - 3 \cos^2 \theta)$$

由此可见,  $\cos^2 \theta > \frac{1}{3}$  时 (图 1-4 中打斜线的锥体区域内),  $F_s < 0$ , 即合力的方向指向

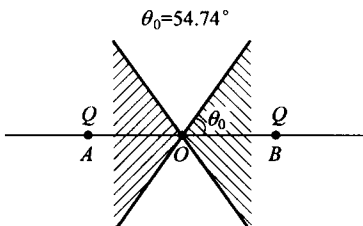


图 1-4

原点, 与位移方向相反, 所以在原点处是稳定的. 当  $\cos^2 \theta < \frac{1}{3}$  时 (图 1-4 中未打斜线区域),  $F_s > 0$ , 合力方向背离原点, 与位移方向相同, 所以是不稳定的.

同理可知, 当  $P$  是带负电荷时, 结论与上述正好相反.

2) 由以上可知, 在稳定的范围内, 当  $P$  带正电

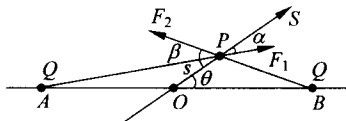


图 1-3

荷时

$$F_s = -\frac{2qQ}{r^3}(3\cos^2\theta - 1)s$$

其中 $(3\cos^2\theta - 1) > 0$ , 可见力与位移成正比而方向相反, 所以电荷  $P$  将做简谐振动. 由牛顿定律可得加速度

$$a = -\frac{2qQ(3\cos^2\theta - 1)}{mr^3}s = -\omega^2 s$$

式中

$$\omega^2 = \frac{2qQ(3\cos^2\theta - 1)}{mr^3}$$

由此可得振动周期

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{mr^3}{2qQ(3\cos^2\theta - 1)}}$$

当  $P$  带负电荷时, 同理可得

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{mr^3}{2qQ(1 - 3\cos^2\theta)}}$$

在二维的情况下, 讨论微扰引起的稳定和不稳定的状态是有一定难度的. 解答提供的方法具有示范作用.

3. 电荷  $q$  均匀分布在半球面  $ACB$  上, 球面的半径为  $R$ ,  $CD$  为通过半球顶点  $C$  与球心  $O$  的轴线, 如图 1-5.  $P$ 、 $Q$  为  $CD$  轴线上在  $O$  点两侧、离  $O$  点距离相等的两点. 已知  $P$  点的电势为  $U_P$ , 试求  $Q$  点的电势  $U_Q$ .

### 解析

设想另有一个均匀带电的右半球面, 带电荷量也是  $q$ , 与题中所给的左半球组成一个完整的均匀带电球面, 由对称性可知, 右半球在  $P$  点的电势  $U'_P$  等于左半球在  $Q$  点的电势, 即

$$U'_P = U_Q \quad (1)$$

所以

$$U_P + U_Q = U_P + U'_P \quad (2)$$

等式左面是位于两点的电势的叠加, 没有直接的物理意义, 但其数值等于  $U_P + U'_P$ , 而  $U_P + U'_P$  正是两个半球同时存在时  $P$  点的电势. 因为均匀带电球壳内部各处电势都相等, 其值等于  $k\frac{2q}{R}$ ,  $k$  为静电力常量, 所以得

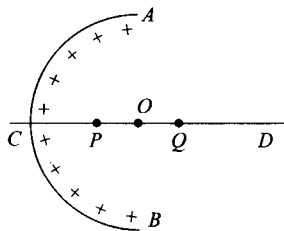


图 1-5

$$U_p + U'_p = k \frac{2q}{R} \quad (3)$$

由(2)、(3)两式得

$$U_Q = k \frac{2q}{R} - U_p$$

这是一道巧妙利用对称性的题目.除对称性之外,还要知道均匀带电球面内部的电场和电势,这个性质是与孤立带电金属球一样的,因此,球面内部的电势到处相同,并等于球心上的电势.

4. 如图 1-6 所示,在  $Ox$  轴的坐标原点  $O$  处,有一固定的电荷量为  $Q(Q>0)$  的点电荷,在  $x=-l$  处,有一固定的、电荷量为  $-2Q$  的点电荷,今有一正试验电荷  $q$  放在  $x$  轴上  $x>0$  的位置,并设斥力为正,引力为负.

1) 当  $q$  的位置限制在  $Ox$  轴上变化时,求  $q$  的受力平衡位置,并讨论平衡的稳定性.

2) 试定性地画出试验电荷  $q$  所受的合力  $F$  与  $q$  在  $Ox$  轴上的位置  $x$  的关系图线.



图 1-6

### 解析

1) 根据库仑定律和题中对斥力和引力正负的规定, $q$  所受的合力为

$$F = kQq \left[ \frac{1}{x^2} - \frac{2}{(x+l)^2} \right] \quad (1)$$

令  $F=0$ , 即  $\frac{1}{x^2} = \frac{2}{(x+l)^2}$ , 可解得平衡位置  $p$  点的坐标

$$x_p = l(1 + \sqrt{2}) \quad (2)$$

为了讨论在上述平衡位置处的平衡稳定性,可令  $q$  从  $x_p$  处发生一微小位移  $\Delta x$ ,  $\Delta x$  可正可负. 将  $x_p + \Delta x$  代替  $x$  代入(1)式中,经运算可得

$$F = kQq \frac{-\Delta x(2\sqrt{2}l + \Delta x)}{(x_p + \Delta x)^2(x_p + \Delta x + l)^2} \quad (3)$$

(3)式中分母总是正的, $F$ 的正负决定于分子.当  $\Delta x > 0$  时,  $F < 0$ . 即当  $q$  离开平衡位置向右偏离时,将受到引力,方向向左;当  $\Delta x < 0$  时,因  $\Delta x$  是微小的位移,(3)式分子的括号内是正的,所以  $F > 0$ ,即当  $q$  离开平衡位置向左偏离时,将受到斥力,方向向右.由此可见平衡是稳定的.

2) 上面(3)式不仅对  $\Delta x$  很小时成立.当  $\Delta x > 0$  时总有  $F < 0$ . 另外,由(1)式可知,当  $x \rightarrow \infty$ ,  $F \rightarrow 0$ . 由此可知,在  $x_p$  的右方,  $F < 0$ ,最后变为趋于 0,可见有一个负的极小值存在.

当  $\Delta x < 0$  时, 因为  $|\Delta x| < x_p = l(1 + \sqrt{2})$ , 所以  $|\Delta x| < 2\sqrt{2}l$ , 因此(3)式中分子的括弧内仍是正的. 故  $F > 0$ . 另外, 由(1)式可知, 当  $x \rightarrow 0$  时,  $F \rightarrow \infty$ , 由此可知, 在  $x_p$  左方,  $F > 0$  且趋于  $\infty$ .

通过以上分析, 可定性画出  $F-x$  图线如图 1-7 所示.

本题要求学生讨论平衡的稳定性并定性地画出合力随位置变化的曲线, 这两点都是考查的重点, 也是难点. 能够做到这两点的学生必须平时在课外学习中有较强的自学能力, 头脑灵活, 思维清晰. 本题作为决赛试题, 难度是比较大的. 竞赛结果, 有相当多的学生不知如何讨论平衡的稳定性. 曲线的渐近线大都不明确, 因而曲线发展趋势画得不好.

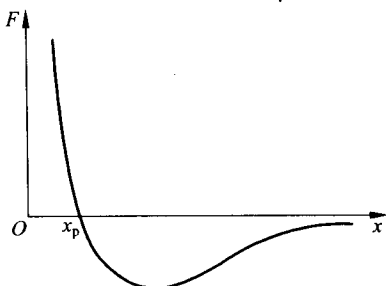


图 1-7

5. 两个点电荷位于  $x$  轴上, 在它们形成的电场中, 若取无限远处的电势为零, 则在正  $x$  轴上各点的电势如图 1-8 中曲线所示, 当  $x \rightarrow 0$  时, 电势  $U \rightarrow \infty$ ; 当  $x \rightarrow \infty$  时, 电势  $U \rightarrow 0$ ; 电势为零的点的坐标为  $x_0$ , 电势为极小值  $-U_0$  的点的坐标为  $\alpha x_0$  ( $\alpha > 2$ ). 试根据图线提供的信息, 确定这两个点电荷所带电荷的符号、电量的大小以及它们在  $x$  轴上的位置.

### 解析

在点电荷形成的电场中, 一点的电势与离开该点电荷的距离成反比. 因为取无限远处为电势的零点, 故正电荷在空间各点的电势为正, 负电荷在空间各点的电势为负. 现已知  $x = x_0$  处的电势为零, 故可知这两个点电荷必定是一正一负. 根据所提供的电势的曲线, 当考察点离坐标原点很近时, 电势为正, 且随  $x$  的减小而很快趋向无限大, 故正的点电荷必定位于原点  $O$  处, 以  $Q_1$  表示该电荷的电荷量. 当  $x$  从 0 增大时, 电势没有出现负无限大, 即没有经过负的点电荷, 这表明负的点电荷必定在原点的左侧. 设它到原点的距离为  $a$ , 当  $x$  很大时, 电势一直为负, 且趋向于零, 这表明负的点电荷的电荷量的数值  $Q_2$  应大于  $Q_1$ . 即产生题目所给的电势的两个点电荷, 一个是位于原点的正电荷, 电荷量为  $Q_1$ ; 另一个是位于负  $x$  轴上离原点距离  $a$  处的负电荷, 电荷量的大小为  $Q_2$ , 且  $Q_2 > Q_1$ . 按题目所给的条件有

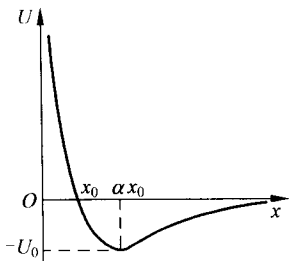


图 1-8

$$k \frac{Q_1}{x_0} - k \frac{Q_2}{x_0 + a} = 0 \quad (1)$$

$$k \frac{Q_1}{\alpha x_0} - k \frac{Q_2}{\alpha x_0 + a} = -U_0 \quad (2)$$

因  $x = \alpha x_0$  时, 电势为极小值, 故任一电荷量为  $q$  的正检测电荷位于  $x = \alpha x_0$  处的电势能也为极小值, 这表明该点是检测电荷的平衡位置, 位于该点的检测电荷受到的电场力等于零, 因而有

$$k \frac{Q_1}{(\alpha x_0)^2} - k \frac{Q_2}{(\alpha x_0 + a)^2} = 0 \quad (3)$$

由(1)、(2)和(3)式可解得

$$a = \alpha(\alpha - 2)x_0 \quad (4)$$

$$Q_1 = \frac{\alpha x_0}{\alpha - 2} \frac{U_0}{k} \quad (5)$$

$$Q_2 = \frac{\alpha(\alpha - 1)^2}{\alpha - 2} \frac{U_0 x_0}{k} \quad (6)$$

式中  $k$  为静电力常量.

在列出(1)、(2)式前, 对二点电荷的位置及电荷量的正、负与数值的分析和判断很重要, 也是必需的解析步骤, 它是列出(1)、(2)式的基础. 根据题意, (1)、(2)式很容易列出, (3)式的列出却需要利用在  $x = \alpha x_0$  处是检测电荷的平衡位置的条件. 故所受到电场力等于零.

6. 如图 1-9 所示,  $a$  为一固定放置的半径为  $R$  的均匀带电球体,  $O$  为其球心. 已知取无限远处的电势为零时, 球表面处的电势为  $U = 1000\text{V}$ . 在离球心  $O$  很远的  $O'$  点附近有一质子  $p$ , 它以  $E_k = 2000\text{eV}$  的动能沿与  $O'O$  平行的方向射向  $a$ . 以  $l$  表示  $p$  与  $O'O$  线之间的垂直距离, 要使质子  $p$  能够与带电球体  $a$  的表面相碰, 试求  $l$  的最大值. 把质子换成电子, 再求  $l$  的最大值.

### 解析

令  $m$  表示质子的质量,  $v_0$  和  $v$  分别表示质子的初速度和到达  $a$  球表面处的速度,  $e$  表示元电荷, 由能量守恒可知

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + eU \quad (1)$$

因为  $a$  不动, 可取其球心  $O$  为原点, 由于质子所受的  $a$  球对它的静电库仑力总是通过  $a$  球的球心, 所以此力对原点的力矩始终为零, 质子对  $O$  点的角动量守恒. 所求  $l$  的最大值对应于质子到达  $a$  球表面处时其速度方向刚好与该处球面相切(图 1-10). 以  $l_{\max}$  表示  $l$  的最大值, 由角动量守恒有

$$mv_0 l_{\max} = mvR \quad (2)$$

由(1)、(2)式可得

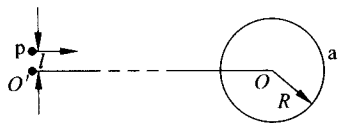


图 1-9

$$l_{\max} = \sqrt{1 - \frac{eU}{mv_0^2/2}} R \quad (3)$$

代入数据,可得

$$l_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{2} R \quad (4)$$

若把质子换成电子,则如图 1-11 所示,此时(1)式中  $e$  改为  $-e$ . 同理可求得

$$l_{\max} = \frac{\sqrt{6}}{2} R \quad (5)$$

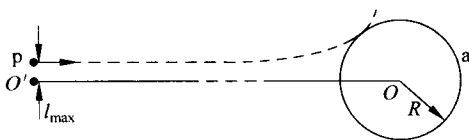


图 1-10

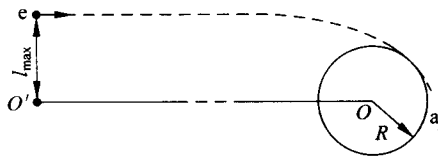


图 1-11

本题关键是将题意的“质子  $p$  与带电球体  $a$  的表面相碰”,理解为“质子与球面相切”,将质子与带电球视为一系统,就可以用能量守恒与角动量守恒两个规律求解.

7. 真空中,有 5 个电荷量均为  $q$  的均匀带电薄球壳,它们的半径分别为  $R$ 、 $R/2$ 、 $R/4$ 、 $R/8$ 、 $R/16$ ,彼此内切于  $P$  点(如图 1-12 所示). 球心分别为  $O_1$ 、 $O_2$ 、 $O_3$ 、 $O_4$ 、 $O_5$ . 求  $O_5$  与  $O_1$  间的电势差.

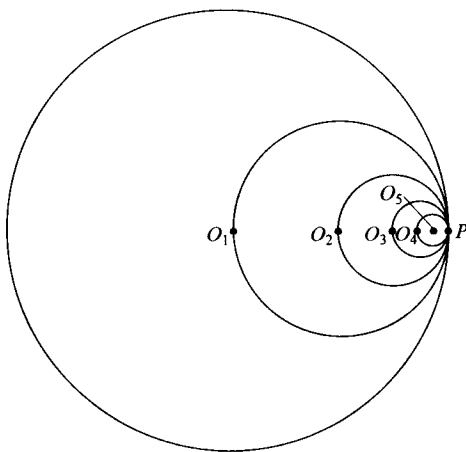


图 1-12

**解析**

$O_5$  的电势为

$$\begin{aligned} U(O_5) &= k \left( \frac{q}{R} + \frac{q}{R/2} + \frac{q}{R/4} + \frac{q}{R/8} + \frac{q}{R/16} \right) \\ &= k(1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4) \frac{q}{R} = 31k \frac{q}{R} \end{aligned} \quad (1)$$

$O_1$  的电势为

$$\begin{aligned} U(O_1) &= k \left[ \frac{q}{R} + \frac{q}{\frac{R}{2}} + \frac{q}{\frac{R}{2} + \frac{R}{4}} + \frac{q}{\frac{R}{2} + \frac{R}{4} + \frac{R}{8}} + \frac{q}{\frac{R}{2} + \frac{R}{4} + \frac{R}{8} + \frac{R}{16}} \right] \\ &= k \left( 3 + \frac{372}{105} \right) \frac{q}{R} = 6.54k \frac{q}{R} \end{aligned} \quad (2)$$

$O_5$  与  $O_1$  的电势差为

$$U(O_5) - U(O_1) = 31k \frac{q}{R} - 6.54k \frac{q}{R} = 24.46k \frac{q}{R} \quad (3)$$

此题用了求均匀带电球内外电势的方法,所求点,例如  $O_2$  点的电势,对最大和次大的两个均匀带电球而言,  $O_2$  位于球内,不论是否偏心,均处于等势区内,均等于相应的均匀带电球面电荷对球心的电势;但  $O_2$  又处于其余均匀带电球外,其电势等于相应的均匀带电球面电荷集中于球心时在  $O_2$  产生的电势.剩下的问题就是用电势叠加的方法求总电势了.

8. 一无限长均匀带电细线弯成如图 1-13 所示的平面图形,其中  $\widehat{AB}$  是半径为  $R$  的半圆弧,  $AA'$  平行于  $BB'$ , 试求圆心  $O$  处的电场强度.

**解析**

设细线单位长度带正电荷  $\eta$ , 在半圆弧  $\widehat{AB}$  上任取一小段弧  $\widehat{ab} = R\Delta\theta$ , 可看作点电荷, 它在圆心  $O$  点处产生的电场强度的大小是

$$\Delta E = k \frac{\eta R \Delta\theta}{R^2} = k \frac{\eta \Delta\theta}{R}$$

方向如图 1-14 所示. 延长  $aO$ 、 $bO$ , 分别交细线的直线部分于  $a'$ 、 $b'$ . 把  $\overline{a'b'}$  也看作点电荷, 带电  $\eta \overline{a'b'}$ , 距圆心  $O$  的距离用  $r$  表示 ( $\Delta\theta$  越小, 以上考虑越准确). 作  $a'a''$  垂直于  $Ob'$ , 则  $\angle a''a'b' = \angle b'O B = \theta + \Delta\theta \approx \theta$ , 因而  $\overline{a'b'} = \overline{a'a''} \sec\theta = \overline{a'a''} r/R$ . 但  $\overline{a'a''} = r\Delta\theta$ , 故  $\overline{a'b'} = r^2 \Delta\theta/R$ .

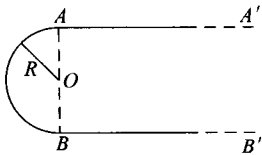


图 1-13

点电荷  $a'b'$  在  $O$  点产生的电场强度的大小是

$$\Delta E' = k \frac{\eta a'b'}{r^2} = k \frac{\eta \Delta \theta}{R} = \Delta E$$

方向与  $\Delta E$  相反. 因此  $\widehat{ab}$  与  $\widehat{a'b'}$  在  $O$  点产生的场强之和为零, 根据同样的分析可知,  $\widehat{AB}$  上各小段电荷与细线直线部分各小段电荷一一对应地在  $O$  点产生的场强相消, 故细线电荷在  $O$  点的电场强度为零.

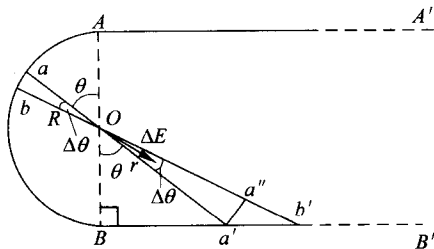


图 1-14

此题在普通物理教材中是一道常规题, 利用积分可以求出在半无限长均匀带电细线顶点垂直距离上一点的场强. 作为竞赛题却可避开高等数学的方法, 利用几何分析及初等数学的方法巧妙地求解.

9. 人们普遍认为下列结论已为实验所证实:

- 1) 质子和电子的带电荷量相等、符号相反.
- 2) 中子的带电荷量为零.
- 3) 在任何变化过程中, 总电荷量是守恒的.

实际上, 由于任何实验的精确度都有一个限度, 因而只能说: “在过去所有已做过的实验所能达到的精确度范围内没有违反上述结论的现象.” 这意味着, 如果这些结论与客观实际之间存在差异的话, 这种差异一定小于过去实验所检测出来的数值, 这个数值被称为用该实验得出的这种差异的上限. 本题所述的实验就是这样的实验中的一个例子.

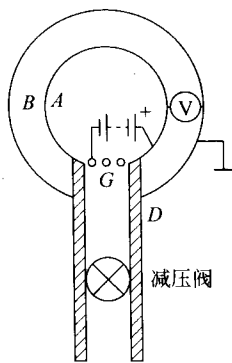


图 1-15

设电子的电荷量为  $q_e = -e$ . 如果质子的电荷量不是  $+e$ , 而是  $(1+y)e$ ,  $y$  是一个很小的正数; 如果中子的电荷量不是零, 而是  $q_n$  ( $q_n > 0$ ). 人们用图 1-15 所示的实验装置可以求得在此实验中  $y$  和  $q_n$  的上限  $y_m$  和  $q_{nm}$ , 即从此实验可得结论: 如果  $y$  和  $q_n$  不等于零的话, 其数值一定分别小于  $y_m$  和  $q_{nm}$ .

已知中子可衰变成一个质子、一个电子和一个反中微子(反中微子是一种中性的、静止质量极小的粒子). 如果在中子衰变过程中总电荷量是守恒的, 则由  $q_n = ye$  就可求得  $q_{nm}$ ; 如果总电荷不是守恒的,  $q_n$  和  $y$  之间没有上述关系, 必须分别求出  $y_m$  和  $q_{nm}$ .

实验装置说明:

图 1-15 中的  $A$ 、 $B$  是两个相互绝缘的同心金属球壳,它们中间是真空, $B$  接地, $A$  壳内部充有高压气体。 $A$ 、 $B$  间的电容为  $C$ , $A$ 、 $B$  与一静电计⑤相连接。静电计是一种灵敏度极高、内阻无限大的测量微小电势差的仪器,可用它测量  $A$ 、 $B$  间的电势差  $\Delta U$ 。已知静电计的灵敏度为  $\delta$ ,即:当被测的电势差或其改变达到或超过  $\delta$  时,静电计上的指示就会有反应。 $D$  为与  $A$  球壳内部相连通的带减压阀门的圆柱形绝缘管。 $G$  为绝缘管内的金属栅网。在  $G$  与  $A$  之间连有电池, $A$  与正极相连。这部分的作用是:由于宇宙射线的作用或其他原因,气体中可能存在正、负离子或自由电子,这些离子或电子在电场力的作用下将被引向球壳  $A$  或  $G$ ,从而保证从栅网空隙处逸出的都是没有电离的气体分子。

实验是这样进行的:先用导线连接  $A$ 、 $B$ ,然后断开;断开后,通过  $D$  放出部分气体,同时观察静电计的指示。如果在整个过程中静电计的指示没有变化,请回答:

1) 说明此实验的原理。

2) 假设电荷守恒定律是严格正确的,已知  $A$  内所充气体为  $\text{CO}_2$ ,放气前后  $A$  球壳内  $\text{CO}_2$  气体的质量差为  $m$ (以  $g$  为单位),求  $y_m$ 。

3) 如果总电荷不一定守恒,请利用上述实验装置( $A$  内气体的品种可以改变)设计出可以测  $y_m$  和  $q_m$  的实验。

[注] 已知碳和氧的原子序数分别为 6 和 8,摩尔质量分别为 12 $g$  和 16 $g$ 。

### 解析

1) 本实验的原理,如果  $y \neq 0$ ,  $q \neq 0$ ,则每个含有等量质子和电子的气体分子将不是中性的,因而  $A$  内的气体将带有电荷, $A$  的内、外表面和  $B$  内表面都将有感应电荷。当  $A$  与  $B$  相连接时, $A$  的外表面与  $B$  的内表面上将不带电荷, $A$ 、 $B$  间电势差为零。如果断开后令  $A$  内气体量减少,则  $A$  内气体的电荷量将减少,因而  $A$  的内表面上的电荷量将随之减少。设减少量为  $\Delta q$ ,同时  $A$  的外表面的电荷量将从 0 变为  $\Delta q$ , $B$  的内表面所带电荷量也将变为  $-\Delta q$ ,因而  $A$ 、 $B$  间将产生一个电势差  $\Delta U$ ,其值为

$$\Delta U = \Delta q / C$$

现在没有发现静电计的指示有何变化,表示  $\Delta U < \delta$ ,即  $|\Delta q| < C\delta$ 。已知  $\delta$  及  $C$  的值,由此实验结果即可算出  $\Delta q$  的上限,因为  $\Delta q$  与  $y$ 、 $q_n$  有关,所以由  $\Delta q$  的上限即可求得  $y$ 、 $q_n$  的上限。

2) 如果电荷守恒定律是严格正确的,由题文所述得:  $q_n = ye$ ,  $\text{CO}_2$  分子的摩尔质量为 44 $g$ ,每个  $\text{CO}_2$  分子有 22 个质子,22 个电子和 22 个中子,因此每个  $\text{CO}_2$  分子带有的电荷量为  $22ye + 22q_n = 44ye$ 。如果没有离子或自由电子逸出,当  $A$  内气体质量减少  $m$ (以  $g$  为单位)时, $A$  内的电荷量减少量为