

爱科学学科学跨世纪科普丛书

走近科学皇后 ——数学趣谈

海 飞 主编

张景中 任宏硕 著



中国少年儿童出版社



走近科学皇后

——数学趣谈

张景中 任宏硕 著

01
1020

01
1020

中国少年儿童出版社

847.18/01

②R

封面设计:周建明

责任编辑:陈效师

图书在版编目(CIP)数据

走近科学皇后:数学趣谈/张景中,任宏硕著. —北京:
中国少年儿童出版社,1997.5

(爱科学、学科学、跨世纪科普丛书)

ISBN 7-5007-3570-7

I. 走… II. ①张…②任… III. 数学—青少年读物 IV.
01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 07956 号

走近科学皇后——数学趣谈

*

中国少年儿童出版社出版发行

廊坊人民印刷厂印刷 新华书店经销

*

787×1092 1/32 10.375 印张 232 千字

1997 年 6 月北京第 1 版 1997 年 6 月北京第 1 次印刷

本次印数 1-10000 册 定价 9.80 元

ISBN7-5007-3570-7

凡有印装问题,可向承印厂调换

努力攀登科学高峰
争做建设祖国栋梁

一九九七年二月 朱光亚题

内 容 提 要

本书以少年儿童的直观思想作为起点,把现代数学的各主要分支的基础内容作了一一介绍,从起源背景和孕育过程一直讲到深刻的内涵,讲得既浅显生动又很本质,不仅提供了清晰的知识层面,更开辟了一条学习新路,在接受新概念的同时,又激发人萌生自己创新的意念,暗暗地培养了读者高档次的思维方式。

本书中许多诱导方式是属于作者首创的,不仅适宜于少年儿童,对于大学生的思维更有另开眼界的作用。

目 录

第一章 从计算机说起

计算机的“绝活”是什么？	(1)
计算机是怎样工作的？	(3)
数学的野心	(6)
不当数学家	(9)
关于科普读物	(12)

第二章 数是什么

古代的数字	(17)
记数法	(18)
有没有更简单的记数法	(21)
负数	(22)
度量衡与分数	(23)
无理数的诞生($\sqrt{2}$ 之谜)	(24)
虚数不虚	(26)
数系巡礼	(29)
实数连续性的奥秘	(31)

第三章 运算的规律

什么是运算 (34)

为什么 $-(-a) = a$ (35)

可交换与不交换 (36)

代数运算的三个级别 (36)

第四章 怎样才能算得快

两位数加减法的心算 (38)

两位数平方的速算 (39)

两位数乘法的速算 (41)

接近 10、100、1000、10000 的数的乘法速算 (42)

除法的速算 (44)

第五章 对数、算尺与算图

用尺子算加减法 (46)

尺子也能做乘除法 (47)

对数的发现 (48)

形形色色的算图 (51)

第六章 恒等式与方程

等式不一定真的相等 (54)

千变万化的 0 (55)

鸡兔同笼与二元一次方程 (56)

用消元法解多元一次方程组 (58)

用二元一次方程解一元二次方程 (59)

卡丹公式的故事 (60)

两位早逝的天才——阿贝尔与伽罗瓦 (62)

求代数方程根的数值方法	(65)
地下水管的检修与方程求根	(67)
恢复原状代数基本定理与数学王子高斯	(68)
贾宪三角	(70)
小高斯的算法	(71)
推垛计算与高阶等差数列求和	(72)
废钢铁回收与等比数列求和	(73)
恒等式能举例证明吗?	(75)
第七章 不等式与近似计算	
近似与精确	(77)
不等式的妙用	(78)
不等式与连分数	(79)
连分数与闰年	(84)
定位	(85)
洗衣服与平均不等式	(87)
平均不等式种种	(90)
第八章 几个重要的数	
圆周率 π	(94)
复利计算与自然对数的底 e	(98)
奇妙的黄金数—— ϕ	(100)
第九章 不定方程与同余式	
百钱买百鸡	(104)
元旦是星期几——同余式	(105)
韩信点兵与中国剩余定理	(106)

中国剩余定理帮助电脑	(108)
勾股数	(113)
费尔玛大定理——会生金蛋的鸡	(114)
第十章 集合的概念与运算	
集合——无所不在的角色	(117)
“白马非马”与“不能吃水果”	(118)
集合的并—— $1 + 1 \neq 2$	(119)
集合的交——花生米上的球面曲线	(120)
笛卡儿积——扑克牌与电影票	(121)
屈指可数是多少？——有限集的子集	(123)
包含与排除的公式(容斥原理)	(124)
补集与对偶律——库存与消耗	(126)
第十一章 关系、映射与等价	
什么是关系	(128)
关系和图	(129)
有序和无序	(132)
映射与分类	(136)
抽屉原则	(137)
拉姆赛理论	(138)
第十二章 无穷集的奥秘	
伽里略的难题与康托的回答	(140)
希尔伯脱的旅店	(141)
分数排队	(142)
实数比有理数多	(143)

一截线段上的点和整个空间的点一样多·····	(144)
------------------------	-------

第十三章 逻辑与推理

命题——不是错的,就是对的·····	(147)
--------------------	-------

只有0与1的算术和代数·····	(148)
------------------	-------

推理的法则·····	(150)
------------	-------

逻辑代数与开关电路·····	(152)
----------------	-------

第十四章 变量与函数

变量和常量·····	(154)
------------	-------

函数概念——算得出与算不出·····	(155)
--------------------	-------

长度、面积与体积·····	(157)
---------------	-------

一个孩子怎能拉住一头牛·····	(158)
------------------	-------

振动与波·····	(160)
-----------	-------

正弦函数面面观·····	(161)
--------------	-------

初等函数类·····	(163)
------------	-------

表示函数的方法·····	(164)
--------------	-------

函数的脾气·····	(166)
------------	-------

第十五章 极限与连续性

无穷小之谜·····	(168)
------------	-------

捕捉无穷小——严格定义它·····	(169)
-------------------	-------

数列的极限·····	(171)
------------	-------

函数的极限·····	(173)
------------	-------

你为什么认识你的朋友——函数连续性·····	(175)
------------------------	-------

连续函数的介值定理·····	(176)
----------------	-------

两块蛋糕的平分问题·····	(178)
----------------	-------

第十六章 微分及其应用

飞矢不动与瞬时速度·····	(180)
切线的奥妙——一个点怎样决定直线·····	(182)
节约的数学与导数·····	(184)
求函数导数的方法·····	(187)
函数值的计算——台劳公式·····	(189)

第十七章 积分及其应用

面积之谜·····	(191)
抛物线下的面积·····	(192)
从割圆术到不可分量·····	(194)
定积分——用极限概念代替不可分量·····	(196)
体积的计算与祖暅原理·····	(198)
圆锥的体积·····	(200)
牛顿——莱布尼兹公式·····	(201)
求体积的万能公式——拟柱体公式·····	(203)

第十八章 直尺和圆规

理想化了的作图规则·····	(207)
规尺作图不可能问题之一——立方倍积·····	(209)
用蔓叶线解立方倍积问题·····	(211)
规尺作图不可能问题之二——三等分角·····	(214)
用蚌线解决三等分角问题·····	(216)
规尺作图不可能问题之三——圆代方·····	(218)
圆规直尺能干什么? ·····	(220)
等分圆周与正多边形作图·····	(222)

规尺作图的限制与推广.....	(224)
单规作图.....	(225)
生锈的圆规.....	(230)

第十九章 数学推理的常用方法

构造法——百闻不如一见.....	(242)
反证法——以子之矛,陷子之盾	(244)
数学归纳法——顺藤摸瓜由近及远.....	(246)
枚举法——尽拙七十二疑.....	(250)
相似法——按图索马骥,了如指掌	(252)

第二十章 形形色色的悖论

毕达哥拉斯悖论.....	(255)
芝诺悖论.....	(256)
伽里悖论.....	(256)
公孙龙悖论.....	(256)
先有鸡还是先有蛋.....	(257)
贝克莱悖论.....	(258)
秃头悖论.....	(259)
说谎者悖论.....	(260)
理发师悖论.....	(261)
预言家悖论.....	(263)
理查德悖论.....	(264)
意外的考试.....	(264)

第二十一章 概率与统计

概率与统计.....	(266)
------------	-------

抛掷硬币的游戏——如何寻找概率·····	(267)
新弹坑与旧弹坑——独立事件·····	(269)
“碰运气”的骗局——随机变量与数学期望·····	(271)
为什么答案不同——条件概率·····	(273)
关于弦长的概率怪论·····	(276)
事件空间与概率的公理化定义·····	(277)
平均年龄的笑话·····	(280)
苹果的味道如何——抽样检验·····	(281)
池塘里有多少鱼? ·····	(283)
“中立原理”的谬误·····	(284)
概率论与情报·····	(286)
秘书问题——停止规则·····	(287)
保险数学·····	(289)

第二十二章 密码学

什么是密码? ·····	(291)
密码方案·····	(292)
破译密码·····	(294)
公钥密码·····	(297)
同余类·····	(305)
单向函数·····	(310)
RSA 体制 ·····	(314)

第一章 从计算机说起

计算机的“绝活”是什么？

现在计算机已经普及了。许多小朋友都会操作计算机。没有操作过的也都看过别人怎样操作计算机。最幼小的孩子也都听说过计算机的本领。计算机会加减乘除，会自动解题，还会画画；如果把计算机安在机器人的头上，他还会干活；如果把计算机安在导弹的头上，它还会自动寻找目标……计算机的确了不起。

那么，计算机为什么会有这么大的本领呢，它真正的奥秘是什么？我们的回答是：计算机的奥秘就是一个“快”字。听了这个回答，许多人不以为然，觉得“快”算不得什么真本领。马比人跑得快，可是马的本领没有人大。

下面，让我们举个例子说明，“快”就能做出惊人的事。一个学生叫李明。他带了 300 元钱到市场上去买光盘。别人告诉他，这个市场上小偷很多。于是他始终谨慎地把手插在裤兜里握着钱。走着走着，一只小虫子碰了他的眼角一下，李明抬手揉一下眼睛的功夫，兜里的钱没了。李明此行虽然没有买到光盘，却体验了“快”的威力。

当然这个例子是个玩笑，可是玩笑中往往包含着许多道

理。下面是一位物理学家的玩笑。他说“快”可以让历史重演。大多数人听了都会觉得这位物理学家是在侃大山，吹牛皮。不过在责怪他之前，我们最好先听听他的故事。

譬如我们现在想看看古代原始人的居住环境和生活动态，怎么办呢？原始人并不知道现代的商店里可以买到摄像机，他们也就没有为我们后代留下一个镜头。时至今日，到哪里去为原始人拍摄镜头呢？

摄像机拍摄景物的过程是这样的：先由太阳（或其它光源）把光线射到景物（房屋，人体）上，经过反射，景物上的反射光线到达摄像机的胶片上，于是在胶片上留下了明暗和色彩各异的图像。当时，原始人的面前虽然没有架着一台摄像机，而从他们身上反射出来的光线总还是有的，而且这些反射光在太空中沿着直线一直还在传播着。如果某个记者拥有一艘超光速的飞船，派他去追赶那些光线，跑到那些光线的前面，架起像机，就能把古代原始人的镜头摄下来。通过电台一播放，大家就可以重新看到我们老祖宗当时的生活片断了。

这也是一个玩笑。因为人类至今还没有发现比光更快的速度，更谈不到造一艘超光速的飞船了。但这至少让我们品味到“快”会产生许多我们意想不到的结果。

下面举一个走迷宫例子。人家给你设计了一个迷宫，也许你走了一个多钟点还走不出来，甚至整整走了一天，由于过度的疲劳而认输。但是，计算机却可以在几秒钟内就走通。计算机是怎么走的呢？随便你怎么画迷宫，画出来的通道和

叉口总是有限的。计算机用的是最笨的方法：它把所有可能的叉口和路径都走了一遍，最后终于从某条路径走通了。表面上，计算机给人的印象是有“灵”性（即智能性）。当它宣告胜利的时候，知根知底的人并不佩服它的聪明，但是佩服它的速度。

通过这些故事和例子，也许在你的脑子里已建立起一个新概念：只要速度快到一定的程度，天下许多难事也是有希望解决的。

计算机是怎样工作的？

小朋友一定很想具体知道一台计算机究竟是怎样利用“快”而工作的？

虽然计算机的速度非常快，但它毕竟是个死的东西，要它干活，你就必须告诉它怎么干。例如一台电脑的屏幕横向有 640 个点，纵向有 400 个点。若把屏幕看作直角坐标系的第一象限，为了与通常的直角坐标系完全一致，我们把原点定在左下角处。屏幕的最下面一行叫做第 0 行，最上面一行叫做第 639 行；屏幕最左列叫做第 0 列，最右列叫做第 399 列。现在想画一个圆周的四分之一部分，圆心定在左下角的原点处，其坐标是 $(0, 0)$ ，半径定为 80 个点，颜色定为红色。要画这样的圆周，你就得告诉计算机，在屏幕的第几行第几列的交叉点处显示一个红点，至少你得告诉它近 120 个点的位置。

如果我们有功夫跟计算机说 120 句话,恐怕我们自己用圆规早就把这个圆周画出来了。计算机显亮点的动作虽然快,整体上似乎有劲使不上。它老得在那里等着我们说话。能不能把计算机速度快的特点进一步利用起来,把我们跟它说的 120 句话也由计算机来替我们说呢?

设圆周上点的坐标是 (a, b) , 假定现在从圆周的北极点逆时针方向画一小段圆周。首先北极点的坐标为 $(0, 80)$, 即 $a=0, b=80$, 此时 a, b, r (半径), 它们适合勾股定理:

$$a^2 + b^2 - r^2 = 0, 0^2 + 80^2 - 80^2 = 0.$$

下一步让横坐标增加 1, 即 a 从 0 变到 1, 根据勾股定理,

$$b = \sqrt{r^2 - a^2},$$

此时, $b = \sqrt{6400 - 1} = \sqrt{6399}$. 要让计算机自己算出 6399 的平方根的近似值也不困难, 但是没有必要那样精确, 因为屏幕上的点坐标只能取整数值, 所以也只能为 b 选取一个合适的整数。

从北极点出发, 当 a 增加时, b 应该减少, 但是从上面的算式中可以看出, 当 a 增加了 1, b 并不一定减少 1, 实际上, b 只减少了零点零几。那么 b 取原来的值 80 好呢, 还是取 $b=79$ 好呢? 此时存在两种可能的选择, 应该让计算机自己把 b 的两种可能的值 80, 79 分别代入勾股公式中算一算:

$$(1^2 + 80^2) - 80^2 = 1$$

$$(1^2 + 79^2) - 80^2 = -158$$

显然前者误差小, 后者误差大, 此时计算机自己就知道 b