面向21世纪课程辅导教材

九章丛书

物理学 第四版 全程辅导

主编 苏志平

编写 九章系列课题组

学苑出版社

物理学（第四版）

全程辅导

主编　苏志平
编写　九章系列课题组

学 苑 出 版 社

图书在版编目(CIP)数据

物理学(第四版)全程辅导/苏志平主编. -北京:学苑出版社,2000.2

ISBN 7-5077-1545-0

Ⅰ.物… Ⅱ.苏… Ⅲ.物理学—高等学校—教学参考资料 Ⅳ.H31

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 00980 号

【内容简介】 本书是根据马文蔚主编的教材《物理学》(第四版)一书的习题而作的习题解答,书中对教材中的全部习题进行了详细解答。

本书对教材中各章的重点、难点做了较深刻的分析,对各章习题做了全面解析。本书可供广大师生作教材参考书使用,也可供其他高等院校工科专业的师生和社会读者阅读。

物理学(第四版)全程辅导

主编 苏志平

出版发行:学苑出版社

地　　址:北京万寿路西街 11 号

邮　　编:100036

经　　销:全国各地新华书店

印　　刷:北京理工大学印刷厂

开　　本:727mm × 960mm　1/16

印　　张:23

字　　数:400 千字

版　　次:2004 年 2 月第 1 版

印　　次:2004 年 2 月第 1 次印刷

印　　数:1 ~ 6000 册

书　　号:ISBN 7-5077-1545-0

定　　价:22.00 元

前　　言

物理学是一门重要的基础科学，是整个自然科学的基础和现代技术发展最主要的源泉。因此，在高等理工科院校培养高素质人才的过程中，大学物理是一门重要的基础理论课程，在培养学生的创新意识和科学素养中有重要的作用和地位。

要学好大学物理，就要透彻的掌握所学的课本知识。本书就是根据马文蔚主编的《物理学》（第四版）一书的习题而作的习题解答，本书除了有传统习题集的解题过程外，还有以下特点：

1. 知识点窍：运用公式、定理及定义来点明知识点；

2. 逻辑推理：阐述习题的解题过程；

3. 解题过程：概念清晰、步骤完整、数据准确、附图齐全。

把**知识点窍——逻辑推理——解题过程**串起来，做到融会贯通，最后给出教材课后习题的答案，在解题思路和解题技巧上进行精练分析和引导，巩固所学，达到举一反三的效果。

“知识点窍”和**“逻辑推理”**是本书的精华所在，是由多位著名教授根据学生答题的弱点进行分析而研究出来的一种新型的拓展思路的训练方法。**“知识点窍”**提纲挈领地抓住了题目核心知识，让学生清楚地了解出题者的意图，而**“逻辑推理”**则注重引导学生思维，旨在培养学生科学的思维方法，及掌握答题的思维技巧。本书在此基础上，还提供了详细的**“解题过程”**，使学生熟悉整个答题过程。

由于编者水平有限及编写时间仓促，不妥之处在所难免，希望广大读者不吝批评、指正。

编者

2004 年 2 月

目　　录

第一章　质点运动学

1－1　已知质点沿 x 轴作直线运动，其运动方程为

$$x = 2\text{m} + (6\text{m}\cdot\text{s}^{-2})t^2 - (2\text{m}\cdot\text{s}^{-3})t^3$$

求：(1) 质点在运动开始后 4.0s 内位移的大小；(2) 质点在该时间内所通过的路程。

知识点窍　位移公式：$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1 = (x_2 - x_1)\boldsymbol{i} + (y_2 - y_1)\boldsymbol{j} + (z_2 - z_1)\boldsymbol{k}$

逻辑推理　位移可由位移矢量求解。

求路程则要先求出运动方向发生改变的时刻，再分段，求位移，最后求位移绝对值的和。

运动方向发生改变的时刻可由运动方程的一阶导数为零来确定解题过程。

解题过程　(1) 由 $x = 2 + 6t^2 - 2t^3$ 得

$$x_4\Big|_{t=4s} = 2 + 6\times 4^2 - 2\times 4^3 = -30,\quad x_0\big|_{t=0} = 2$$

质点在前 4 阶内的位移大小　$\Delta x = x_4 - x_0 = -30 - 2 = -32\text{m}$

(2) 求路程要注意在题设时间内运动方向发生了改变，由$\dfrac{dx}{dt} = 0$，得

$$12t - 6t^2 = 0$$

解得 $t_1 = 2s, t_2 = 0$（不合题意，舍去）

0 ~ 2 秒内的位移：$\Delta x_1 = x_2 - x_0 = 8\text{m}$

2 ~ 4 秒内的位移：$\Delta x_2 = x_4 - x_2 = -40\text{m}$

所以所求路程为：$S = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 48\text{m}$

1－2　一质点沿 x 轴方向作直线运动，其速度与时间的关系如图 1－2 所示。设 $t = 0$ 时，$x = 0$。试根据已知的 $v-t$ 图，画出 $a-t$ 图以及 $x-t$ 图。

知识点窍　在 $v-t$ 图中，曲线斜率对应加速度。加速度公式：$\boldsymbol{a} = \dfrac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$

匀变速直线运动中：$x = x_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2}at^2$

逻辑推理　由题目中 $v-t$ 图可以分别求出 AB 段，BC 段，CD 段的斜率，即各段对应的加速度，由此可作 $a-t$ 图。得出各段加速度之后，由匀变速直线运动公式 $x = x_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2}at^2$ 可求出各段对应的 $x = x(t)$，由函数 $x(t)$ 可作出 $x-t$ 图。

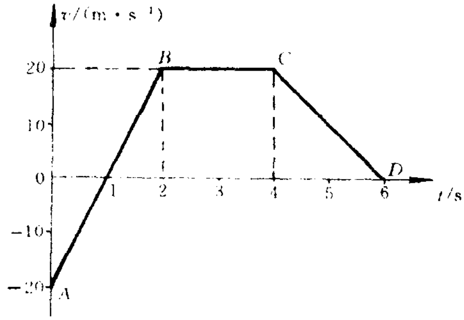


图1－2

解题过程 $A \to B$ 段：$a_{AB} = K_{AB} = \dfrac{v_B - v_A}{t_B - t_A} = 20\mathrm{m \cdot s^{-2}}$ ①

$$x_{AB} = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = -20t + 10t^2 \quad ②$$

$B \to C$ 段：$a_{BC} = K_{BC} = 0$ ③

$$x_{BC} = x_B + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$= (-20) \times 2 + 10 \times 4 + 20(t-2) = 20(t-2) \quad ④$$

其中 x_B 为 $t = 2$ 秒时 x 坐标。

$C \to D$ 段：$a_{CD} = R_{CD} = \dfrac{v_D - v_C}{t_D - t_C} = -10\mathrm{m \cdot s^{-2}}$ ⑤

$$x_{CD} = x_C + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 40 + 20(t-4) + \frac{1}{2} \times (-10) \times (t-4)^2$$

$$= -5t^2 + 60t - 120 \quad ⑥$$

由 ①、③、⑤ 可作(a) 图，由 ②、④、⑥ 可作(b) 图

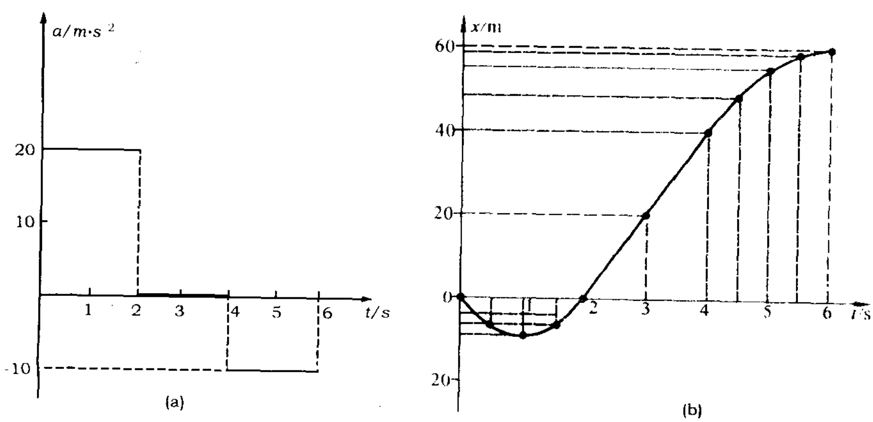


图1－2

1-3　如图1-3所示,湖中有一小船。岸上有人用绳跨过定滑轮拉船靠岸。设滑轮距水面高为 h,滑轮到原船位置的绳长为 l_0。试求:当人以匀速 v 拉绳时,船运动的速度 v' 为多少?

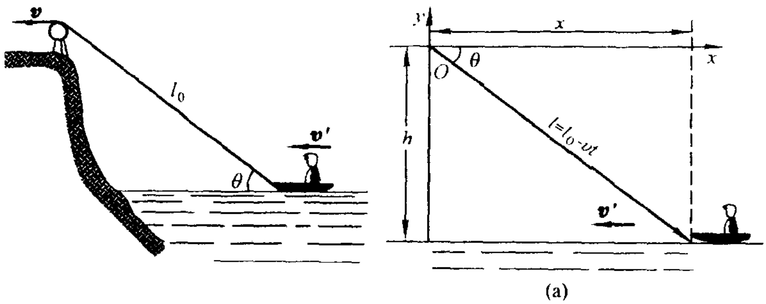


图1-3

知识点窍　速度公式:$v=\frac{dx}{dt}$　　几何关系:$x^2=(l_0-vt)^2-h^2$

逻辑推理　通过几何关系写出经过时间 t 船与岸的水平距离 x 与绳长 $l=l_0-vt$ 及滑轮与水平高度 h 之间的关系,然后对时间求导,可以得到收绳速度与船的速度的关系。

解题过程　由图(a),列出船与岸边水平距离 x 的表达式

$$x^2=(l_0-vt)^2-h^2$$

上式对时间求导

$$2x\frac{dx}{dt}=-2v(l_0-vt)$$

$$v'=\frac{dx}{dt}=-\frac{v(l_0-vt)}{[(l_0-vt)^2-h^2]^{\frac{1}{2}}}=-v\left[1-\left(\frac{h}{l_0-vt}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}$$

负号表示 v' 与 x 方向相反。

1-4　一升降机以加速度 $1.22\mathrm{m\cdot s^{-2}}$ 上升,当上升速度为 $2.44\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 时,有一螺丝自升降机的天花板上松脱,天花板与升降机的底面相距2.74m。计算:(1)螺丝从天花板落到底面所需要的时间;(2)螺丝相对升降机外固定柱子的下降距离。

知识点窍　匀加速直线运动 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_0+\boldsymbol{v}_0t+\frac{1}{2}\boldsymbol{a}t^2$

逻辑推理　在相对运动中,选择合适的坐标,由匀加速直线运动公式求解

解题过程　以升降机为参照系,竖直向下为 y 轴正向,对于螺丝的初始条件为:$t=0$ 时,$v_0=0$,而螺相对于升降机的加速度为 $a=a_{升}+g$,由匀加速直线运动得

$$h = 0 + \frac{1}{2}(a_{升} + g)t^2$$

即 $$t = \sqrt{\frac{2h}{g + a}} = 0.75\text{s}$$

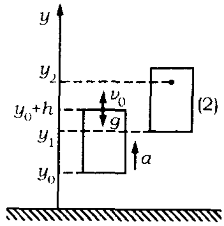


图 1－4

(2) 在 $t = 0.75\text{s}$ 时,升降机上升的高度为

$$y = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

所以螺丝相对于柱子的下降距离为

$$\Delta h = h - y = 0.716\text{m}$$

1－5 一质点 P 沿半径 $R = 3.00\text{m}$ 的圆周作匀速率运动,运动一周所需时间为 20.0s,设 $t = 0$ 时,质点位于 O 点。按图 1－5 所示 Oxy 坐标系,求(1) 质点 P 在任意时刻的位矢;(2)5s 时的速度和加速度。

知识点窍 匀速圆周运动的基本公式:$\theta = \omega t$

位矢公式: $\boldsymbol{r}(t) = x_{(t)}\boldsymbol{i} + y_{(t)}\boldsymbol{j}$

速度公式: $\boldsymbol{v}(t) = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}$

加速度公式: $\boldsymbol{a}(t) = \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$

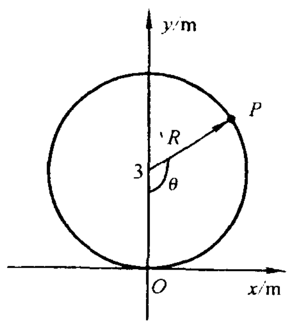
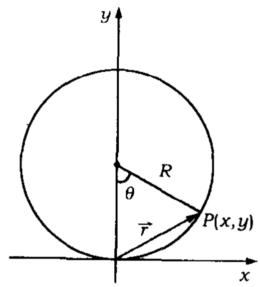


图 1－5

逻辑推理 由匀速圆周运动的基本公式,求出 t 时刻 P 点转速的角度 θ,再由几何关系,求出 P 点坐标(x,y),进而写出位矢方程。

对位矢方程求一、二阶导数,可求出速度矢量和加速度矢量



解题过程 (1) 由初始条件 $t = 0$ 时 $\theta = 0$,设经过 t 时刻后到达 P 点,则

$$\theta = \omega t = \frac{2\pi}{T} = 0.1\pi t$$

所以 $x = R\sin\theta = 3\sin 0.1\pi t$

$y = R(1 - \cos\theta) = 3(1 - \cos 0.1\pi t)$

所以质量 P 的位矢为:

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{r}_{(t)} = 3 \cdot \sin[(0.1\pi)t]\boldsymbol{i} + 3[1 - \cos(0.1\pi)t]\boldsymbol{j}$$

(2)5 秒时的速度和加速度分别为:

$$v = \left.\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|_{t=5} = [3\times 0.1\pi\cos(0.1\pi t)\boldsymbol{i} + 3\times 0.1\pi\sin(0.1\pi t)\boldsymbol{j}]_{t=5}$$

$$= 0.3\pi\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{a} = \left.\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}\right|_{t=5} = -3(0.1\pi)^2\sin 0.1\pi t\boldsymbol{i} + 3\times(0.1\pi)^2\cos(0.1\pi t)\boldsymbol{j}$$

$$= -0.03\pi^2\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}\boldsymbol{i}$$

1－6　一质点自原点开始沿抛物线$2y = x^2$运动,它在Ox轴上的分速度为一恒量,其值为$v_x = 4.0\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$。求质点位于$\mathrm{x} = 2.0\mathrm{m}$处的速度和加速度。

知识点窍　$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j})$　　$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j}$

逻辑推理　求出质点的位置矢量之后,运用知识点窍中的公式(1),(2)求解便可求出任易位置处的速度和加速度。

解题过程　位置矢量$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} = x\boldsymbol{i} + \frac{1}{2}x^2\boldsymbol{j}$　(1)

$$\boldsymbol{V} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}x^2\right)\boldsymbol{j} = V_x\boldsymbol{i} + xV_x\boldsymbol{j} = 4\boldsymbol{i} + 4x\boldsymbol{j} \tag{2}$$

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = 4V_x\boldsymbol{j} \tag{3}$$

当质点位于$x = 2\mathrm{m}$时,由上式(2,3)可得:

$$\boldsymbol{v} = 4\boldsymbol{i} + 8\boldsymbol{j} \qquad \boldsymbol{a} = 16\boldsymbol{j}$$

所以,质点位于$x = 2.0\mathrm{m}$处的速度和加速度分别为

$$\boldsymbol{v} = 4\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}\boldsymbol{i} + 8\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}\boldsymbol{j} \qquad \boldsymbol{a} = 16\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}\boldsymbol{j}$$

1－7　质点在Oxy平面内运动,其运动方程为$r = (2.00\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})t\boldsymbol{i} + [19.0\mathrm{m} - (2.00\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})t^2]\boldsymbol{j}$。求:(1)质点的轨迹方程;(2)在$t_1 = 1.00\mathrm{s}$到$t_2 = 2.00\mathrm{s}$时间内的平均速度;(3)$t_1 = 1.00\mathrm{s}$时的速度及切向和法向加速度。

知识点窍　平均速度公式:$\boldsymbol{v} = \frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}$

切向加速度方式:$\boldsymbol{a}_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\mathbf{e}_t$

法向加速度公式:$\boldsymbol{a}_n = \frac{v^2}{\boldsymbol{r}}\mathbf{e}_n$　或　$\boldsymbol{a}_n = \sqrt{a^2 - a^2 t}\mathbf{e}_n$

逻辑推理　由运动方程直接写出分量式$x = x(t)$和$y = y(t)$,消去t,即得轨迹方程,由t_2和t_1时,位矢之差与时间差的比值即可求出平均速度。切向加速度反映质点在切线方向速度大小的变化率,而法向加速度反映质点速度方向的变,两者之矢量

和为总加速度

解题过程 (1)由$\boldsymbol{r}=(2.00\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})t\boldsymbol{i}+[19.0\mathrm{m}-(2.00\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})t^2]\boldsymbol{j}$得分量式为

$$x=2\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}t;\quad y=19\mathrm{m}-2\mathrm{m}\cdot s^{-2}t^2$$

消去t得轨迹方程

$$y=19\mathrm{m}-(0.5\mathrm{m}^{-1})x^2$$

(2)由$\boldsymbol{r}\big|_{t=1.00\mathrm{s}}=(2.00\mathrm{m})\boldsymbol{i}+(17.00\mathrm{m})\boldsymbol{j}$,

$$\boldsymbol{r}\Big|_{t=2.00\mathrm{s}}=(4.00\mathrm{m})\boldsymbol{i}+(11.00\mathrm{m})\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{v}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1}{t_2-t_1}=(2.00\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})\boldsymbol{i}-(6.00\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})\boldsymbol{j}$$

(3)t时刻的速度和加速度表达式

$$\boldsymbol{v}_{(t)}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}=(2.00\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})\boldsymbol{i}-(4.00\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})t\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{a}_{(t)}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}=(4.00\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})\boldsymbol{j}$$

$t=1.00\mathrm{s}$时的速度

$$\boldsymbol{v}_{(t)}\Big|_{t=1\mathrm{s}}=(2.00\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})\boldsymbol{i}-(4.00\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})\boldsymbol{j}$$

$t=1.00\mathrm{s}$时的切向加速度

$$\boldsymbol{a}_t\Big|_{t=1\mathrm{s}}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\mathbf{e}_t=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\sqrt{v_x^2+v_y^2})\mathbf{e}_t=(3.58\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})\mathbf{e}_t$$

$t=1.00\mathrm{s}$时的法向加速度

$$\boldsymbol{a}_n\Big|_{t=1\mathrm{s}}=\sqrt{a^2-a_t^2}\mathbf{e}_n=(1.79\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})\mathbf{e}_n$$

1-8 质点的运动方程为

$$x=(-10\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})t+(30\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})t^2$$

$$y=(15\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})t-(20\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})t^2$$

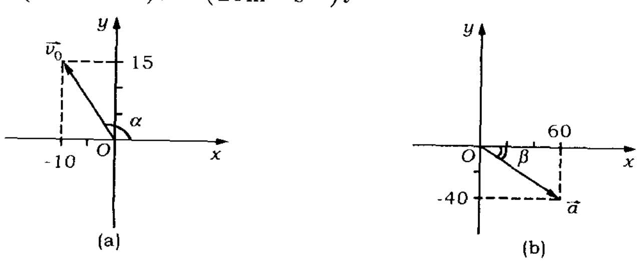


图1-8

试求:(1) 初速度的大小和方向;(2) 加速度的大小和方向。

知识点窍　$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j}$　$v_0 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$$\tan\alpha = \frac{v_{oy}}{v_{ox}} \qquad \boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$$

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} \quad a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \quad \tan\beta = \frac{a_{oy}}{a_{ox}}$$

逻辑推理　利用运动方程求导求出 t_0 时的速度,再利用 $v_0 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ 求出初速度,方向则用角度来表示,运用 $\tan\alpha = \frac{v_{oy}}{v_{ox}}$ 可得加速度求法与之相同

解题过程　$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} = (-10t + 30t^2)\boldsymbol{i} + (15t - 20t^2)\boldsymbol{j}$

(1)$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = (-10 + 60t)\boldsymbol{i} + (15 - 40t)\boldsymbol{j}$

当 $t = 0$ 时,$\boldsymbol{v} = -10\boldsymbol{i} + 15\boldsymbol{j}$

初速度大小为 $v_0 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 18\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$

设 $\boldsymbol{v}_0$ 与 x 轴夹角为 α 如图 1 - 8(a) 所示,则　$\tan\alpha = \frac{v_{oy}}{v_{ox}} = -\frac{3}{2}$

所以　$\alpha = 123°41'$

(2)$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = 60\boldsymbol{i} - 40\boldsymbol{j}$

则加速度大小 $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 72.1(\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1})$

设 $\boldsymbol{a}$ 与 x 轴夹角为 β 如图 1 - 8(b) 所示,则　$\tan\beta = \frac{a_{oy}}{a_{0x}} = -\frac{2}{3}$

所以　$\beta = -33°41'$

1－9　一质点具有恒定加速度 $a = (6\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2})i + (4\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2})j$,在 $t = 0$ 时,其速度为零,位置矢量 $r_0 = (10\mathrm{m})i$。求:(1) 在任意时刻的速度和位置矢量;(2) 质点在 Oxy 平面上的轨迹方程,并画出轨迹的示意图。

知识点窍　速度公式:$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$(常数 C 由初始条件确定)

加速度公式:$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2r}{\mathrm{d}t^2}$(常数 C 由初始条件确定)

逻辑推理　对加速度 $\boldsymbol{a}$ 积分并利用初始条件,可得速度 $\boldsymbol{v}$ 的矢量式,对速度 $\boldsymbol{v}$ 积分并利用初始条件,可得位置矢量。

由位矢中的 x、y,消去参数 t,可得轨迹方程

解题过程 (1) 由 $\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$,得

$$\boldsymbol{v}=\int_0^t \boldsymbol{a}\mathrm{d}t+C=6\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}t\boldsymbol{i}+4\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}t\boldsymbol{j}+C$$

又由于 $t_0=0$ 时,$v=0$,$\boldsymbol{v}=(6\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}t)\boldsymbol{i}+(4\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})t\boldsymbol{j}$

所以由 $\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}^2r}{\mathrm{d}t^2}$ 得

$$\boldsymbol{r}=\int_0^t\int_0^t \boldsymbol{a}\mathrm{d}t+C'=\int_0^t\int_0^t(6\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j})\mathrm{d}t$$
$$=3t^2\boldsymbol{i}+2t\boldsymbol{j}+C$$

由 $t_0=0$ 时,$\boldsymbol{r}_0=(10\mathrm{m})\boldsymbol{i}$,得　　$C'=(10\mathrm{m})\boldsymbol{i}$

所以　$\boldsymbol{r}=(10\mathrm{m}+3\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}t^2)\boldsymbol{i}+2\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}t^2\boldsymbol{j}$　　(1)

(2) 由(1)式质点运动的分量式

$$x=10\mathrm{m}+3\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}t^2,\quad y=2\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}t^2$$

消去 t 可得轨迹方程　$3y=2x-20\mathrm{m}$

这是一个直线方程:

找出该直线经过的两点,可画出图象(10、0)和(25、10)

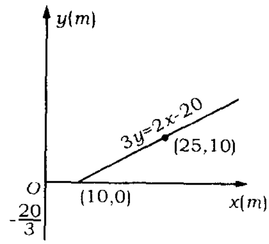


图 1-9

1-10 飞机以 $100\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ 的速度沿水平直线飞行,在离地面高为100m时,驾驶员要把物品空投到前方某一地面目标处。问:(1) 此时目标在飞机下方前多远?(2) 投放物品时,驾驶员看目标的视线和水平线成何角度?(3) 物品投出2.00s后,它的法向加速度和切向加速度各为多少?

知识点窍 平抛运动的水平位移公式:$x=vt$

平抛运动的竖直位移公式:$y=\dfrac{1}{2}gt^2$

逻辑推理 物体做平抛运动可分解为水平方向匀速直线运动和竖直方向的自由落体运动的合运动,而且两方向的运动具有等时性。物体在运动过程中合加速度就是重力加速度,将其沿切线方向和法线方向分解,就可求出切向加速度和法向加速度

解题过程 (1) 如图所示,以抛出点为原点建立坐标系

$$\begin{cases}x=v_0t\\ y=-\dfrac{1}{2}gt^2\end{cases}$$

当 $y=-100\mathrm{m}$ 时,可求得目标在飞机正下方前的距离为

$$x=v_0\sqrt{-\frac{2y}{g}}=452\mathrm{m}$$

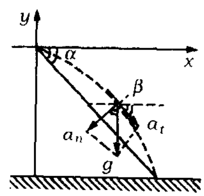


图 1-10

(2) $\alpha = \arctan\frac{-y}{x} = 12.5°$

(3) 设 t 时刻, $\boldsymbol{v}$ 与 x 轴夹角为 β, 则　$\beta = \arctan\frac{v_y}{v_x} = \arctan\frac{gt}{v_0}$

$t = 2\text{s}$ 时, $\beta = \arctan 0.196$

所以　$a_t = g\sin\beta = 1.88\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

$a_n = g\cos\beta = 9.62\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

1-11　一足球运动员在正对球门前 25.0m 处以 $20.0\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 的初速率罚任意球,已知球门高为 3.44m。若要在垂直于球门的竖直平面内将足球直接踢进球门,问他应在与地面成什么角度的范围内踢出足球?(足球可视为质点)

知识点窍　斜抛运动轨迹方程: $y = x\tan\alpha - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2$

逻辑推理　球在空中的运动可看作是斜抛运动。其运动路径由轨迹方程描述。球直接踢进球门即是对竖直方向的变量 y 的限制条件,既 $0 \leqslant y \leqslant 3.44\text{m}$。将水平距离 $x = 25.0\text{m}$, 初速度 $v_0 = 20.0\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 及 $0 \leqslant y \leqslant 3.44\text{m}$ 代入轨迹方程,既可求出对应的球离地时的速度与地面所成的角度范围。

解题过程　设足球运动员以 θ 角踢出足球,则足球被踢出后在空中将作抛体运动,以水平方向为 x 轴方向,竖直方向为 y 轴方向,抛出点为坐标原点,所以

$$\begin{cases} x = vt\cos\theta \\ y = vt\sin\theta - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

因为 $v_{x_0} = vt\cos\theta, v_{y_0} = vt\sin\theta$, 将 $x = 25.0\text{m}, v_0 = 20.0\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 及 $0 \leqslant y \leqslant 3.44\text{m}$ 代入斜抛运动的轨迹方程,消 t 后得: $y = x\tan\alpha - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2$ 可解得　$18.89° \leqslant \alpha_1 \leqslant 27.92°$,　$69.92° \leqslant \alpha_2 \leqslant 71.11°$

此题有两个解,其物理意义为:若以较小的角度范围 α_1 将球踢出,则球的水平分速度较大,到达球门上缘时($\alpha = 27.92°$),球还未达到运动的最高点。若以较大的角度范围 α_2 将球踢出,则球的水平分速度较小,球在空中运动的时间较长,球到达球门上缘($\alpha = 69.92°$)之前,已经通过了最高点。

1-12　设从某一点 O 以同样的速率,沿着同一竖直面内各个不同方向同时抛出几个物体。试证:在任意时刻,这几个特体总是散落在某一圆周上。

知识点窍　质心坐标系 —— 相对参考系

逻辑推理　在质心坐标系中,所有物体都以抛出时的初速度作匀速直线运动

证明　质心坐标系中,所有物体作匀速直线运动

以质心为坐标原点,则任意时刻 t,抛出的物体到坐标原点的距离为 $r = vt$,此即为以原点为圆心,vt 为半径的圆方程,此题得证。

1-13　一质点在半径为 R 的圆周上以恒定的速率运动,质点由位置 A 运动到位置 B,OA 和 OB 所对的圆心角对 $\Delta\theta$。(1) 试证位置 A 和 B 之间的平均加速度为 $\bar{a} = \sqrt{2(1-\cos\Delta\theta)}v^2/(R\Delta\theta)$;(2) 当 $\Delta\theta$ 分别等于 $90°$、$30°$、$10°$ 和 $1°$ 时,平均加速度各为多少?并对结果加以讨论。

知识点窍　平均加速度公式:$\bar{a} = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$

瞬时加速度公式:$\boldsymbol{a} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$

匀速圆周运动的向心加速度:$\boldsymbol{a}_n = \dfrac{\boldsymbol{v}^2}{R}$

逻辑推理　物体作匀速圆周运动,由题可确定 A、B 两点速度 $\boldsymbol{v}_1$,$\boldsymbol{v}_2$,进而可求出 $|\Delta\boldsymbol{v}| = |\boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1|$。$\Delta t$ 可由 $\Delta\theta$ 求出。

解题过程　(1) 由图(b),由几何关系

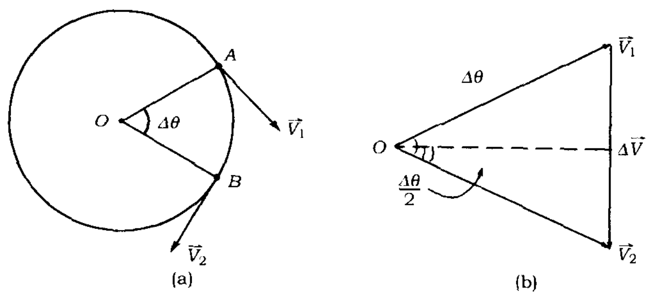


图 1-13

$$|\Delta\boldsymbol{v}| = 2\boldsymbol{v}\sin\frac{\Delta\theta}{2} \qquad \Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{R\Delta\theta}{v}$$

所以
$$\boldsymbol{a} = \frac{|\Delta\boldsymbol{v}|}{\Delta t} = \frac{2\boldsymbol{v}\sin\frac{\Delta\theta}{2}}{\frac{R\Delta\theta}{\boldsymbol{v}}} = \frac{2\boldsymbol{v}^2\sin\frac{\Delta\theta}{2}}{R\Delta\theta}$$

$$= \frac{\boldsymbol{v}^2}{R\Delta\theta}\cdot 2\cdot\sin\frac{\Delta\theta}{2} = \frac{\boldsymbol{v}^2}{R\Delta\theta}\sqrt{2(1-\cos\Delta\theta)} \qquad ①$$

其中利用 $2\sin^2\theta = 1 - \cos\theta$

(2) 将 $\Delta\theta = 90°,30°,10°1°$ 代入 ① 式可得

$$a_1 \approx 0.9003\frac{v^2}{R}, a_2 \approx 0.9886\frac{v^2}{R}, a_3 \approx 0.9987\frac{v^2}{R}, a_4 \approx 1.000\frac{v^2}{R}$$

上述结果表明，当 $\Delta\theta \to 0$ 时，$a \to \frac{v^2}{R}$ 即平均加速度趋向时瞬时加速度。

1-14　一质点沿半径为 R 的圆周按规律 $s = v_0 t - \frac{1}{2}bt^2$ 运动，v_0、b 都是常量。(1) 求 t 时刻质点的总加速度；(2) t 为何值时总加速度在数值上等于 b？(3) 当加速度达到 b 时，质点已沿圆周运行了多少圈？

知识点窍　在自然坐标下作圆周运动物体的速率公式：$v = \frac{ds}{dt}$

在自然坐标下作圆周运动物体加速度的切向分量式：$a_t = \frac{d^2 s}{dt^2} = \frac{dv}{dt}$

在自然坐标下作圆周运动加速度的法向分量式：$a_n = v^2/R$

总加速度公式：$a = a_t \mathbf{e}_t + a_n \mathbf{e}_n$

t 时间内通过的路程：$\Delta s = s_t - s_0$

逻辑推理　由给定运动方程 $s = s(t)$，对 t 求一导数即得速率 v 对速率再求一阶导数即得加速度的切向分量 a_t，由 $a_n = v^2/R$，求出加速度的法向分量，再求 a_t 与 a_n 的矢量和，即得到质点的总加速度。

解题过程　(1) 质点作圆周运动的速率为：$v = \frac{ds}{dt} = v_0 - bt$

其加速度的切向分量为：$a_t = \frac{dv}{dt} = -b$

其加速度的法向分量为：$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(v_0 - bt)^2}{R}$

由于 $a = a_t \mathbf{e}_t + a_n \mathbf{e}_n$，（因为 $\mathbf{e}_t \perp \mathbf{e}_n$）

所以总加速度的大小为　$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \frac{\sqrt{R^2 b^2 + (V_0 - bt)^4}}{R}$　①

总加速度的方向与切线之间的夹角为：$\theta = \arctan\frac{a_n}{a_t} = \arctan\left[-\frac{(v_0 - bt)^2}{Rb}\right]$

(2) 当 $a = b$ 时，代入①，解得 $t = \frac{v_0}{b}$

(3) 由(2)知加速度达到 b，$t = \frac{v_0}{b}$，代入位移公式得，此时质点的位移为：$3 - s_t - s_0 = \frac{v_0^2}{2b}$，质点运行的圈数为 $n = \frac{s}{2\pi R} = \frac{v^2}{4\pi Rb}$

1－15 碟盘是一张表面覆盖一层信息记录物质的塑性圆片。若碟盘可读部分的内外半径分别为2.50cm和5.80cm。在回放时,碟盘被以恒定的线速度由内向外沿螺旋扫描线(阿基米德螺线)进行扫描。(1)若开始时读写碟盘的角速度为50.0rad·s^{-1},则读完时的角速度为多少?(2)若螺旋线的间距为1.60μm,求扫描线的总长度和回放时间。

知识点窍 圆周运动的基本规律:$v = \omega r$

螺旋线的总圈数计算式:$n = \dfrac{r_2 - r_1}{d}$(d为螺线间距)

等差中项计算公式:$a_{中} = \dfrac{a_A + a_B}{2}$($a_{中}$ 为 a_A、a_B 的等差中项)

逻辑推理 因线速度恒定,可由 $v = \omega r$ 及已知条件确定读完时的角速度。

由内、外半径及螺线的间距可知螺旋线的总圈数,各圈的长度构成等差数列,由等差中项分式求出平均周长,从而求出扫描线的总长度和回放时间。

解题过程 (1)由 $v_1 = v_2$,即 $\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$,得:$\omega_2 = \dfrac{\omega_1 r_1}{r_2} = 21.6\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$

(2)螺旋线的总圈数:$n = \dfrac{r_2 - r_1}{d} = 2.0625 \times 10^4$ 圈

螺旋线各圈的平均周长:$s_0 = \dfrac{2\pi(r_1 + r_2)}{2} = 26.062\text{cm}$

扫描线的总长度:$s = ns_0 = 5.375 \times 10^3\text{m}$

碟盘的回放时间为:$t = \dfrac{s}{v} = \dfrac{s}{\omega_1 r_1} = 4.30 \times 10^3\text{s} \doteq 1.20\text{h}$

本题也可用极坐标下的参数方程 $r = r_0 + a\theta$,求解 s。式中 $a = \dfrac{\text{d}}{2\pi}$

$$s = \int r\text{d}\theta = \int_0^{2\pi(r_2-r_1)/d} (r_1 + \frac{\text{d}}{2\pi}\theta)\text{d}\theta = \frac{\pi(r_2^2 - r_1^2)}{\text{d}} = 5.375 \times 10^3 m$$

1－16 地面上垂直竖立一高20.0m的旗杆,已知正午时分太阳在旗杆的正上方,求在下午2时正,杆顶在地面上的影子的速度的大小。在何时刻杆影将伸展至20.0m长?

知识点窍 速度公式:$v = \dfrac{\text{d}s}{\text{d}t}$ 角速度公式:$\omega = \dfrac{\text{d}\theta}{\text{d}t}$

逻辑推理 通过地球自转周期可以推出太阳对地球转动的角速度。再由几何关系可以得到杆的影长与时间的关系,对此关系作时间的导数,就是杆顶的影子的速