陈永华　编著

《概率论与数理统计》习题全解

浙江大学出版社

《概率论与数理统计》习题全解

陈永华　编著

浙江大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

《概率论与数理统计》习题全解／陈永华编著．一杭州：浙江大学出版社，2004.1
ISBN 7-308-03546-8

Ⅰ．概… Ⅱ．陈… Ⅲ．①概率论－高等学校－解题②数理统计－高等学校－解题 Ⅳ．O21-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 105698 号

责任编辑 邹小宁
出版发行 浙江大学出版社
（杭州浙大路 38 号 邮政编码 310027）
（网址：http://www.zjupress.com）
（E-mail：zupress@mail.hz.zj.cn）
排　　版 浙江大学出版社电脑排版中心
印　　刷 德清第二印刷厂
开　　本 850mm×1168mm 1/32
印　　张 13.5
字　　数 350 千字
版 印 次 2004 年 1 月第 1 版　2004 年 1 月第 1 次印刷
印　　数 0001－5000
书　　号 ISBN 7-308-03546-8/O·303
定　　价 20.00 元

内容提要

本书详细解答了《概率论与数理统计》(第二版)的全部习题。这些习题涵盖了我国全日制高等院校“概率论与数理统计”课程教学大纲所规定的全部内容。此外，为了适应教育部修订的最新考研大纲，还精选了几十道典型性的补充题，并给出了分析解答。

参考本书提供的解题方法，有利于读者开拓眼界，提高解题能力，真正掌握“概率论和数理统计”课程的基本概念和基本方法。本书是高等院校工科、理科(非数学专业)学生学习该课程的优秀参考读物。

由于采用讲解式的分析解题方法，因此本书特别适用于自考、函授、电大和远程教学方式学习的学生。

本书在注重解题的逻辑性和严谨性的同时，也指出了目前一些考研辅导书中在解答概率统计题型时存在的错误，并给出了正确的解答。因此，本书不仅是较好的考研复习用书，对青年教师来说，也是较好的教学参考书。

涵盖课程大纲，详析各类题型

——课程学习的阶梯

阐明解题思路，提高应试能力

——考研成功的助手

前言

本书详细解答了浙江大学出版社出版的由范大茵、陈永华编的《概率论与数理统计》(第二版)中的全部习题.此外,还精选了几十道补充题,并给出了分析与解答.

所有这些习题涵盖了我国全日制高等院校"概率论与数理统计"课程教学大纲所规定的全部内容.因此,采用任何工科类教材的读者均能选用本书.

概率论与数理统计以随机现象作为研究对象,其独特的"概率思想"与"统计思想"往往会使初学者感到无所适从.

笔者在浙江大学数学系从事"概率论与数理统计"课程教学工作近40年,曾执教浙江大学混合班及诸多工科院系硕士研究生的后续课程——"应用数理统计".此外,还在浙江大学所属的数家二级学院以及成教学院(电大、函授、自考、夜大)从事该课程的教学,熟知这门课程的重点和难点,深谙学习中的疑难与困惑.

学习该课程之初,同学们在做习题时常会遇到不少困难,普遍感觉缺乏思路,难以下手.即使有了思路,也总会觉得表达欠清晰.题目做完了,往往也不敢确认是否做对了.针对这种情况,本书采用通俗易懂的讲解方法,向读者一一展示解题的基本思路,给出了解题的方法和步骤.同时,笔者在深入、全面讲解一些习题后,附加了注释,指出解题要点和易犯的错误,使读者能很好地掌握解题的技巧,从而力求达到释疑解惑的作用.

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

要学好数学，提高解题能力，首要问题是独立思考和演算. 多做习题是关键，其次则是汲取别人有益的经验. 参考本书提供的解题方法，有利于读者开拓眼界，提高解题能力，真正掌握“概率论与数理统计”课程的基本概念和基本方法.

目前，社会上有不少青年正通过电视及网络等远程教学方式学习“概率论与数理统计”课程，他们也希望得到老师详尽的辅导. 因此，编写本书的另一目的就是尝试在这方面提供一些力所能及的帮助. 同时考虑到在校学习的工科类大学生的实际情况，也希望能为他们提供一些解题辅导. 所以，本书采用极其明了的讲解方法，由浅入深地全面解答了给出的习题. 读者持有本书就仿佛有了一位贴心的优秀辅导“老师”.

近十余年来，笔者参加了各种工科类硕士研究生入学考试数学复习班的教学，研究了自 1987 年以来全国统一命题的各类工科硕士研究生入学考试的数学试题. 为了适合教育部修订的最新考研大纲，本书除了详尽解答《概率论与数理统计》(第二版)教材(在本书中简称“教材”)中的全部习题外，还精选了一些典型性的补充题，供考生复习时参考.

本书各章的一些难题以及补充题需要通过系统性、创造性地运用概率论与数理统计的知识才能最终得到解决. 对这些问题，本书都从基本概念和基本方法出发，从分析每个具体题目的常用思维着手，同时结合本题的特点和此类题型的解题套路，为读者提供清晰的解题思路和技巧，以提高考研的应试能力.

本书在注重解题的逻辑性和严谨性的同时，也指出了目前一些考研辅导书中在解答概率统计的题型时存在的错误，并给出了正确的解答. 因此，本书不仅是较好的考研复习用书，对青年教师来说，也是较好的教学参考书.

书中个别习题是笔者在解决企业实际课题中遇到的问题，同时

也引用了国内外有关书籍中的一些例题和习题，恕不一一指明出处，在此一并向有关人员致谢．本书初稿杀青恰逢孙儿天风上幼儿园，在此也顺祝BB健康快乐，学业有成．

学无止境，书中的不足之处，尚请读者一一指正．

浙江大学 陈永华

2003年10月

目 录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第 1 章

概率论的基本概念

1.1 有关样本空间的题型

题 1.1 写出下列试验的样本空间：

(1)随机抽查 10 户居民，记录已安装空调机的户数；

(2)记录某一车站某一时间区间内的候车人数；

(3)同时掷 10 个钱币，记录正面朝上的钱币的个数；

(4)从某工厂生产的产品中依次抽取 3 件进行检查，记录正、次品的情况；

(5)在单位球内随机地取一点，记录其直角坐标；

(6)某人进行射击，射击进行到命中目标为止，记录射击的情况；

(7)对某工厂的产品进行检查，每次抽查 1 个产品，若查得的次品数达到 2 个就停止检查或总的检查数达到 4 个也停止检查，记录检查情况.

[**分析**] 本题要求写出随机试验的样本空间. 随机试验的每一个可能出现的结果为随机试验的一个样本点(本书有时为节省篇幅起见简称为点)，一般用 e 来表示. 样本点的全体组成的集合，称为样本空间，用 S 表示.

在具体问题中，写出样本空间是描述随机现象的第一步. 怎样写出样本空间 S，关键是描写样本点. 这要看仔细题干中给出的关键词.

正确地写出样本空间，就是要写出所有不同的样本点的集合. 这

里“所有”是指不能遗漏，“不同”是指不可重复. 当然更不能多写样本点，把不是 S 中的点，也写进去了.

(1)关键词是“户数”. 它可能的取值为 0，1，2，…，10. 所以 $S=\{0,1,2,\cdots,10\}$. 其中不能遗漏了“0”这一可能的试验结果. 样本空间是集合，这里采用集合的罗列法，把所有的元素一个个地罗列出来.

(2)题中“某一车站”，“某一时间区间”都不是关键词，审题时一带而过，不去注意. 关键是要去体会“候车人数”这个词. 当然可以是没有人来候车，候车人数为“0”. 候车人数也可以是 1，2，…. 有没有最大的数？

实际上，如果全世界所有的人都在这一时间区间内到这一车站候车，也只有几十个亿，是个有限数. 硬性规定某一个最大的数还不如“在理论上”看成没有最大的数较好. 正如随机试验这个概念，“试验可以在相同的条件下重复进行”，也是“在理论上”的约定. 例如抛硬币，“向上抛出具有一定的高度”这是个基本条件，否则就不是“随机的”试验. 即使这样，试验在实际上也不可能重复无限次，在具体的某次抛掷硬币时，这枚硬币刚好立在那个落下的地方，它不倒下来，你说这是出现“正面”还是“反面”？又如，当抛掷很多很多次以后，这枚硬币图文已辨认不清了，你说这倒下来的一面是“正面”还是“反面”？

某些假装爱思考的人可以对这些不必争辩的事例喋喋不休地争辩下去，但我们不准备沉溺其中，所以对本小题的答案应该可以是 $S=\{0,1,2,\cdots\}$.

(3)本小题和题(1)没有区别. 某一户居民“已安装空调”与某一个钱币抛出“正面朝上”可以建立一一对应. 样本空间一样是 $S=\{0,1,2,\cdots,10\}$.

(4)关键词是“依次抽取 3 件产品进行检查”中 的“依次”. 怎样描写检查的每一种可能的试验结果呢？这是写出样本空间的基础. 可以“依次”写 3 个从集合{正，次}中的每次任意取出的字. 例如“次正次”，代表“第 1 件取出次品，第 2 件取出正品，第 3 件取出次品”这一个检查结果. 中学数学里“映射”的概念使我们想起可以用“1”代表取

出的产品为正品，用"0"表示次品．这样，对上面的这一个检查结果就可以写成"010"．当然也可以写成向量的形式"(0,1,0)"，但这样是否嫌太繁锁了．本小题的答案为

$$S=\{111,110,101,011,100,010,001,000\}, \tag{1.1}$$

其中，1 表示正品，0 表示次品．在答案中，最后的说明是不可省的．

笔者看到过和本小题有关的例题，某出版社在 2003 年出版的《概率论与数理统计学习指导》一书中第一个例子：

某运动员连续射击 3 次，设 A_i＝"第 i 次射击命中"$(i=1,2,3)$，B_j＝"3 次射击正好击中 j 次"$(j=0,1,2,3)$，C_k＝"3 次射击中至少击中 k 次"$(k=0,1,2,3)$，写出事件 A_i，B_j 和 C_k 的样本空间．

对这个例子，这本书的作者认为 A_i，B_j 和 C_k 的样本空间都是(1.1)式(其中 1 表示射击命中，0 表示不命中)，这样的解法是错误的．

这本书的作者这样分析：

此解法所犯的错误是由于没有真正理解样本空间的定义，并没有意识到样本空间的元素是由试验的目的所确定的，不同的试验将导致不同的样本空间，想当然地认为同一实验的样本空间相同是错误的．

(这本书的作者得出的正确解法是 B_j 和 C_k 的样本空间都是$\{0,1,2,3\}$)

笔者却认为这样的"分析"是有问题的．首先，只有"随机试验的样本空间"的提法，"随机事件的样本空间"(这个例子提出了求事件的样本空间)的提法本身就值得商榷．其次，由(1.1)式表示的 S 难道不是这个试验的样本空间吗？第三，写出(1.1)式这样的具有等可能基本事件的样本空间，而不是$\{0,1,2,3\}$才恰恰有利于以后计算事件 A_i，B_j，C_k 的概率．

(5)认为 $S=\{(x,y,z)\mid x^2+y^2+z^2<1\}$就是答案，不是很严格．应该指出空间直角坐标是怎样设定的．例如，必须指明坐标系的原点取在球心处．

(6)本题的关键词语是"射击进行到""命中目标为止"．可以用"Y"表示射击命中，"N"表示未命中．有

$$S=\{N,NY,NNY,\cdots,\underbrace{N\cdots N}_{n-1}Y,\cdots\},$$

其中，$\underbrace{N\cdots N}_{n-1}Y$ 表示“前 $n-1$ 次射击都未命中，而第 n 次射击命中了”这一个试验结果.

(7)产品在什么情况下“停止检查”这是本题的关键，审题时要看清楚. 写出样本点时要牢牢地把握随机试验的这个基本条件. 用 0 表示抽查到的一个产品是次品，1 表示是正品. 自左至右写出的数字表示依次查得的产品是正、次品的情况. 抽查到的产品数为 2,3,4 依次分别有规律地写出样本点. 得到答案为

$$S=\{00,100,010,1111,0111,1011,1101,1110,1100,1010,0110\}.$$

注意 1001,0101 等不是样本点.

补充题 1.1 记录一个小班一次数学考试的平均分数(设以百分制记分).

[**分析**] 认为样本空间 $S=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 100\}$ 是错误的. 因为 $0\leqslant x\leqslant 100$ 中的 x 可取到无理数，而百分制记分的平均分数不可能是无理数.

认为 $S=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 100, x\in Q\}$ (其中 Q 表示有理数全体组成的集合)也是错误的. 描写样本空间，不能多写元素. 如设小班的人数为 n，考试可能的全班总分数为 $i=0$，也就是小班每个人都得 0 分. 此时平均分数最小为 $\frac{0}{n}=0$. 比这个总分数大的最小的总分是 $i=1$，即小班中 1 个人考 1 分，其余 $n-1$ 个人考 0 分. 此时平均分数为 $\frac{1}{n}$. 平均分数在 0 与 $\frac{1}{n}$ 之间是没有的.

所以，虽然求试验的样本空间是概率论中第 1 个最基本的题型，但也是不能粗心大意的.

本题的答案是用集合的描写法写出样本空间这个集合为

$$S=\left\{\frac{i}{n}\,\middle|\, i=0,1,2,\cdots,100n\right\},$$

n 为小班人数.

1.2 有关事件及其运算的题型

题 1.2 设 A,B,C 为三个事件，用 A,B,C 的运算表示下列各事件：

(1) A,B,C 都发生；

(2) A,B 发生，C 不发生；

(3) A,B,C 都不发生；

(4) A,B 中至少有一个发生而 C 不发生；

(5) A,B,C 中至少有一个发生；

(6) A,B,C 中至多有一个发生；

(7) A,B,C 中至多有两个发生；

(8) A,B,C 中恰有两个发生.

[**分析**] 数学题目的文字叙述都是很精练的. 本题要求用 A,B,C 的运算结果表示所指定的一个事件. 但是有的学生在解答第(8)小题时，写出“A,B,C 中恰有两个发生”的答案为“$AB\overline{C}$，$A\overline{B}C$，$\overline{A}BC$”三个事件，这完全是没有过文字审题这一关.

(1)题中的关键词“都”，表示同时发生，是交的运算.“A,B,C 都发生”为事件 ABC.

(2)事件描述中出现的逗号“,”表示同时发生.“A,B 发生，C 不发生”意即“A,B 发生”同时“C 不发生”，这是事件 $AB\overline{C}$，答 $AB-C$ 也可以.

(3)“A,B,C 都不发生”答 $\overline{A}\overline{B}\overline{C}$ 或 $\overline{A\cup B\cup C}$ 都可以. 两者相等是根据德摩根律.

(4)几个事件至少有一个发生即为这几个事件的并(根据和事件(即并事件)的定义). 故

“A,B 中至少有一个发生而 C 不发生”$=(A\cup B)\overline{C}$.

(5)看到“至少有一个发生”马上反映为“并”运算. 故

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com