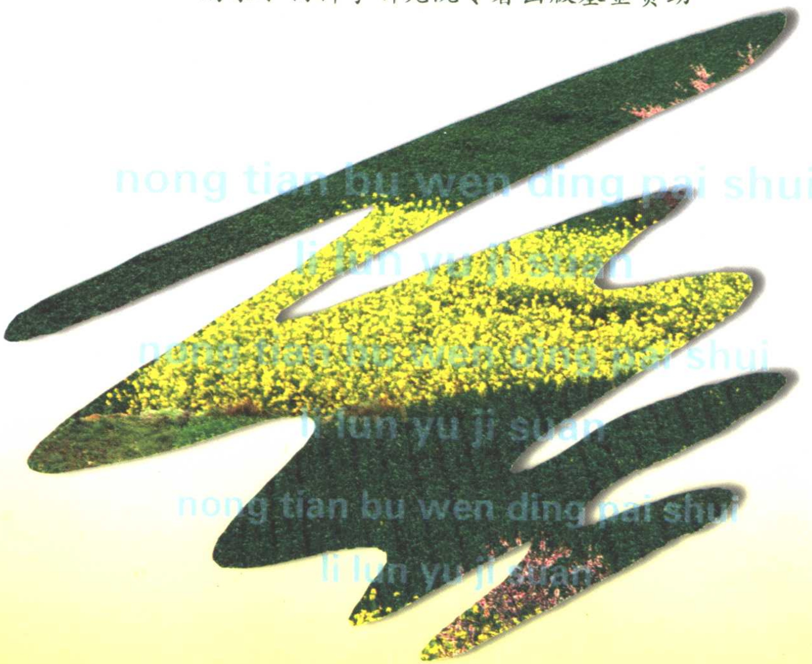
农田不稳定排水理论与计算

沙金煊 著

南京水利科学研究院专著出版基金资助



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

农田不稳定排水理论与计算

沙金煊　著

南京水利科学研究院专著出版基金资助

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书是作者长期从事农田排水研究工作的一个总结，全书深入系统地论述了农田排水的各种复杂问题，并从理论上给予全面分析，从农田地下水排水的理论基础无压不稳定渗流运动基本方程出发，结合排水问题各种类型的边界条件、初始条件及自然界存在的蒸发、降水入渗、深层承压水向上越层补给等因素，进行了综合分析研究，取得了一系列成果，是一本专门论述地下水排水的专著。

本书可供农田排灌工程规划设计人员、盐碱地排水改良人员参考，也可供从事农田排灌、水文地质、地下水资源、土壤改良等专业人员、科研教育工作者参考。

图书在版编目（CIP）数据

农田不稳定排水理论与计算/沙金煊著．—北京：中国水利水电出版社，2004

ISBN 7－5084－2505－7

Ⅰ．农…　Ⅱ．沙…　Ⅲ．农田水利—地下排水　Ⅳ．S276

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2004）第 120063 号

书　　名	**农田不稳定排水理论与计算**
作　　者	沙金煊　著
出版　发行	中国水利水电出版社（北京市三里河路 6 号　100044） 网址：www.waterpub.com.cn E－mail：sales@waterpub.com.cn 电话：（010）63202266（总机）、68331835（营销中心）
经　　售	全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排　　版	中国水利水电出版社微机排版中心
印　　刷	北京市地矿印刷厂
规　　格	850mm×1168mm　32 开本　8 印张　201 千字
版　　次	2004 年 11 月第 1 版　2004 年 11 月第 1 次印刷
印　　数	0001—1200 册
定　　价	**22.00** 元

前言

我国南方低洼及水网圩区，地下水排水不畅，地下水位普遍升高，严重地区地下水已上升到地面，这种情况对农业生产影响很大，特别是对旱作物三麦、棉花的影响尤为显著。此外，在滨海盐渍化地区，土壤质地较轻，毛管性能发达，地下水消耗于强烈的蒸发过程中，在土层表面积盐，造成土壤盐碱化。除了上述两种情况以外，还有不合理的灌溉也将引起地下水位升高。

为了解决上述问题，最根本的措施就是排水控制，将地下水调控到一个合理的高程，保证农作物正常生长，及盐碱地不返盐。有鉴于此，作者根据近半个世纪的研究探讨，撰写此书，较系统地全面论述了各种排水问题，以供从事该领域的科研、设计、教学工作人员参考。书中有不少内容均是20世纪作者本人首先研究提出来的，旨在抛砖引玉。1983年，水利电力出版社出版了本书作者编写的《农田地下水排水计算》一书，由于出版后不久，该书便销售一空，随后经常有不少单位及个人来信索书，为此，本书作者一直在争取重出一册，以应部分人员的要求。因此，本书的出版也可以说是上一本书的延续和补充，其中约有一半内容是新补充进去的。

地下水排水问题是一个十分复杂的领域，它涉及到自然因素和人为因素等各个方面的影响，地下水的动态变化受到时间和空间的制约，其机理十分错综复杂，要深入研究这一领域，主要是从理论和实践两方面入手。本书对理论方面作了初步研究，希望今后能有更多的学者对此领域作出创新和开拓。

限于作者水平，书中难免有不少谬误之处，竭诚欢迎读者们的赐教指正为幸。本书由水利部南京水利科学研究院出版基金会资助出版，谨此表示感谢。

作者

2004年10月

目录

前言
第一章　无压不稳定渗流运动基本方程 …… 1
第二章　布西涅斯克方程的线性化方法 …… 8
第三章　基本参数的测定 …………………… 19
第四章　排水沟(管)不完整系数 α 的计算 ………………………………… 39
第五章　蒸发作用下排水问题的理论解 …… 46
第六章　入渗作用下地下水的上升和下降 ………………………………… 94
第七章　不对称可变边界排水问题 ……… 121
第八章　承压补给下的排水问题 ………… 129
第九章　地下水不稳定流动问题 ………… 143
第十章　农田地下排水系统的近似计算 … 162
第十一章　国内外农田排水沟(管)间距计算的综述 ……………………… 174
第十二章　淮安鼠道排水功效试验研究 … 195
第十三章　宁夏银北地区暗管排水及现场观测 ………………………… 213
参考文献 ………………………………… 248

第一章　无压不稳定渗流运动基本方程

第一节　布西涅斯克方程

推导无压不稳定渗流运动基本方程的原理，是根据质量守恒定理出发的，它通过数学形式表示出土体微分段内流量的增量，等于该微分段内水体储量随时间的变化率。

今设有图 1－1 所示土体微分段，它位于水平不透水底层之上，具有倾斜的自由水面。从自由面至不透水底层之间的渗流厚度为 h，从自由面至基准面 xoy 之间的距离为 H。根据连续性原理，在 $\mathrm{d}t$ 时间内，流进微分段左边的流体质量应为 $\rho v_x h\,\mathrm{d}y\mathrm{d}t$，这里 ρ 为流体的密度，而从此微分段右边截面流出的流体质量则为 $\rho v_x h\,\mathrm{d}y\mathrm{d}t+\rho\dfrac{\partial(v_x h)}{\partial x}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}t$，那么在 $\mathrm{d}t$ 时间内，该微分段内流进流出的质量差为：

$$-\rho\frac{\partial(v_x h)}{\partial x}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}t \tag{1-1}$$

同理，平行 oy 轴方向的该微分段内流进流出之质量差应为：

$$-\rho\frac{\partial(v_y h)}{\partial y}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}t \tag{1-2}$$

将式（1－1）与式（1－2）相加，得到在 $\mathrm{d}t$ 时间内，该微分段内总的流进流出之质量差为：

$$-\rho\left[\frac{\partial(v_x h)}{\partial x}+\frac{\partial(v_y h)}{\partial y}\right]\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}t \tag{1-3}$$

另一方面，若地面上存在补给水源，例如蒸发 ε 或入渗 ω，则在 $\mathrm{d}t$ 时间内，进入（或逸出）该微分段的流体质量应为：

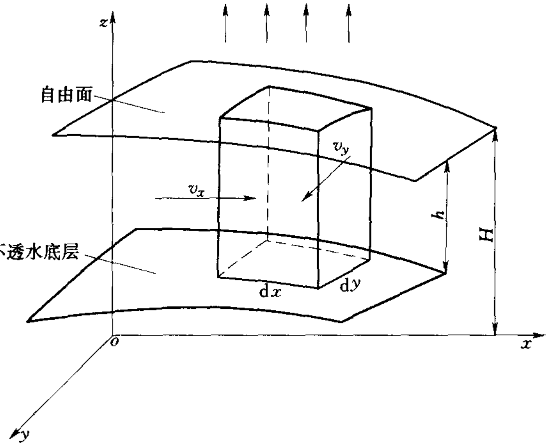


图 1-1

$$\rho\omega \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}t \tag{1-4}$$

因而，该微分段内流体质量差应为：

$$-\rho\left[\frac{\partial(v_x h)}{\partial x}+\frac{\partial(v_y h)}{\partial y}-\omega\right]\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}t \tag{1-5}$$

这个流体质量差的产生，是由于该微分段内水体储量随时间的变化而引起的，即：

$$\rho\mu\frac{\partial h}{\partial t}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}t \tag{1-6}$$

式中 μ——土壤的给水度，即土体内受重力作用而流出的水体积和土体总体积之比值。

显然，根据质量守恒定理，必成立下式：

$$\frac{\partial(v_x h)}{\partial x}+\frac{\partial(v_y h)}{\partial y}+\mu\frac{\partial h}{\partial t}-\omega=0 \tag{1-7}$$

又因达西定律，可以写出：

$$v_x=-k\frac{\partial H}{\partial x}\qquad v_y=-k\frac{\partial H}{\partial y} \tag{1-8}$$

式中 H——自基准面算起的水头；

k——渗透系数。

将达西定律代入式（1-7）则得：

$$\frac{\partial h}{\partial t}=\frac{k}{\mu}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial H}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(h\frac{\partial H}{\partial y}\right)\right]+\frac{\omega}{\mu} \tag{1-9}$$

若将不透水层放在 xoy 平面上，如图 1-2 所示，则 $H=h$，因而可将式（1-9）改写为：

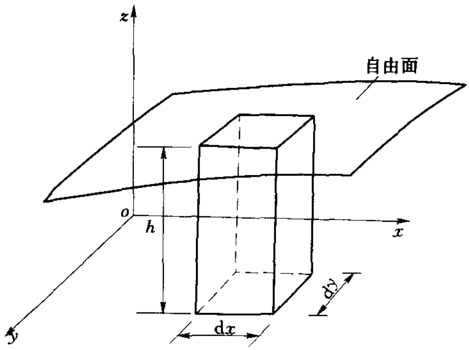


图 1-2

$$\frac{\partial h}{\partial t}=\frac{k}{\mu}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial h}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(h\frac{\partial h}{\partial y}\right)\right]+\frac{\omega}{\mu} \tag{1-10}$$

式中 k——渗透系数（m/d）；

ω——入渗强度，具有速度的因次（m/d），如为蒸发强度 ε（m/d），则用 $-\varepsilon$ 代替 ω 即可。

式（1-10）就是水平面内地下水二元不稳定流动的基本方程，由水力学家布西涅斯克首先导得。

若为铅直平面内的一元不稳定流动，只需在式（1-10）中舍去 y 项即可：

$$\frac{\partial h}{\partial t}=\frac{k}{\mu}\ \frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial h}{\partial x}\right)+\frac{\omega}{\mu} \tag{1-11}$$

上述布西涅斯克方程的导得，是基于下列假定：

(1) 渗流作缓变流运动，水平流速沿垂线方向不变。

(2) 不透水层面是水平面，且为各向同性的均一介质。

应该指出，上述假定对于广大农田地区的地下水运动是较为符合的，故在这些领域有着广泛的应用。但是对于铅直平面内的二元（x，z）不稳定渗流运动，特别是对于自由面坡降较大的二元问题，原则上说，上述布西涅斯克方程不能适用。可惜的是，迄今为止，由于铅直平面内二元不稳定渗流基本方程在理论上尚难严格论证，故国内外仍有些学者采用上述布氏方程研究堤坝不稳定渗流问题。应该指出，这是不严格的。较妥的方法，应该是采用拉普拉斯方程，结合运动着的自由面边界，把一个不稳定过程分作为许多个瞬时阶段，按时段逐个求解。

第二节　拉普拉斯方程及自由面边界

免去推导，直接将拉普拉斯方程列下：

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}=0 \qquad (1-12)$$

$$\phi=h=\frac{p}{r}+z$$

式中　h——自水平不透水层面作为基准面算起的水头，若基准面不设在水平不透水层面上，则应将 h 改为 H。

式（1-12）除了奇点和奇线以外，在渗流场内是适合的。对于无压不稳定渗流运动来说，上述拉普拉斯方程仍然是适用于这个饱和域的。但当自由面变动时，该饱和域是随时间而变化着的。对于稳定的自由面边界，可以用 $\phi=h$ 以及该自由面上任意点的外法向流速为零这两个条件来表征。而对于变化着的自由面，其速度的外法向分量不再为零，必须推导自由面上的新条件[1]。

今设自由面的垂直坐标为：

$$z=h\ (x,\ y,\ t) \tag{1-13}$$

对 t 微分得：

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}=\frac{\partial h}{\partial x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}+\frac{\partial h}{\partial y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}+\frac{\partial h}{\partial t} \tag{1-14}$$

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{v_x}{n} \qquad \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=\frac{v_y}{n} \qquad \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}=\frac{v_z}{n} \tag{1-15}$$

式中 $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$——流体质点的孔隙流速在 x 轴及 y 轴上的分量。

由达西定律可得：

$$v_x=-k\frac{\partial\phi}{\partial x} \qquad v_y=-k\frac{\partial\phi}{\partial y} \qquad v_z=-k\frac{\partial\phi}{\partial z} \tag{1-16}$$

在任何时刻，自由面上总是满足下列条件：

$$\phi=h \tag{1-17}$$

以式（1-15）、式（1-16）、式（1-17），代入式（1-14），得到描述自由面位置的方程，并用介质的给水度 μ 代替孔隙率 n，于是得到：

$$\frac{\partial h}{\partial t}=\frac{k}{\mu}\left[\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial h}{\partial y}\right)^2-\frac{\partial h}{\partial z}\right] \tag{1-18}$$

也可舍弃式（1-18）中的高次项而得：

$$\frac{\partial h}{\partial t}=-\frac{k}{\mu}\frac{\partial h}{\partial z} \tag{1-19}$$

采用拉普拉斯方程（1-12），结合着每一瞬时 t_i 的自由面边界（1-18），就可得出铅直平面内的二元不稳定运动问题的解答。而采用上节布西涅斯克方程，结合初始条件和边界条件，可以用来研究大区地下水运动及农田排水问题，这是因为这类问题的地下水自由面坡降比较平缓，符合布氏方程的假定条件，试验证明精确度是令人满意的。

顺便指出，拉普拉斯方程（1-12）及自由面方程（1-18），

一旦引进裘布衣假定，则可同样转化为布西涅斯克方程，现演化于下。已知自由面方程式（1－18），现将其变化为：

$$\mu \frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial h}{\partial x}v_x+\frac{\partial h}{\partial y}v_y-v_z=0 \qquad (1-20)$$

再将拉普拉斯方程式（1－12）变化为：

$$\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{\partial v_z}{\partial z}=0 \qquad (1-21)$$

今引入裘布衣假定：水平分速 v_x 及 v_y 不沿 z 轴变化，将式（1－21）对 z 积分可得：

$$\int_0^h \partial v_z=-\int_0^h\left(\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}\right)\partial z=-h\left(\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}\right) \qquad (1-22)$$

即

$$v_z(h)=-h\left(\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}\right) \qquad (1-23)$$

由于假定是缓变流，则等势线呈铅直向分布，势函数 $\phi=h$，故得渗流场中达西公式为：

$$\left.\begin{aligned} v_x&=-k\frac{\partial \phi}{\partial x}=-k\frac{\partial h}{\partial x}\\ v_y&=-k\frac{\partial \phi}{\partial y}=-k\frac{\partial h}{\partial y}\end{aligned}\right\} \qquad (1-24)$$

将式（1－23）、式（1－24）代入式（1－20）可得：

$$\mu\frac{\partial h}{\partial t}-k\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)^2-k\left(\frac{\partial h}{\partial y}\right)^2-kh\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial h}{\partial y}\right)\right]=0$$

$$(1-25)$$

忽略高次项后可得：

$$\frac{\partial h}{\partial t}=\frac{k}{\mu}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial h}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(h\frac{\partial h}{\partial y}\right)\right] \qquad (1-26)$$

此即布西涅斯克方程。

若在式（1－26）中，令 $\frac{\partial h}{\partial t}=0$，则布西涅斯克方程变为描

述无压稳定渗流的拉普拉斯方程，它是属于水平面内的二元流动问题，或是铅直平面内的一元流动问题。应该指出，这是拉普拉斯方程的一种特殊类型，切勿与式（1－12）的拉普拉斯方程混淆，两者是有原则区别的。

第二章　布西涅斯克方程的线性化方法

只需考虑无补给条件下的布西涅斯克方程：

$$\frac{\partial h}{\partial t}=\frac{k}{\mu}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial h}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(h\frac{\partial h}{\partial y}\right)\right] \tag{2-1}$$

式（2－1）为二阶抛物形非线性偏微方程。直接求解该方程，在数学上有困难。因此，均采取线性化方法，有三种线性化方法。[2]

第一节　第一线性化方法

这个方法应用得最广泛。对于具有小坡度自由面或深厚含水层的地下水运动时，是将上述布氏方程中的变系数 h 值以 h_{cp} 代替。h_{cp} 为整个不稳定过程中的时间和空间的平均值（也有根据线性与非线性时的两种流量相等的条件确定 h_{cp}）。于是式(2－1)变为：

$$\frac{\partial h}{\partial t}=\frac{kh_{cp}}{\mu}\left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}\right) \tag{2-2}$$

令 $a^2=\frac{kh_{cp}}{\mu}$，则式（2－2）为：

$$\frac{\partial h}{\partial t}=a^2\left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}\right) \tag{2-3}$$

式中　a^2——水文地质特征值，其尺度为 $[T^{-1}L^2]$，单位为 (m^2/d)，TL 分别为时间和长度的尺度。

第二节　第二线性化方法

这个方法是 H. A. 巴格洛夫首先采用的。其后，H. H. 费里

金也建议此法，是基于这样的想法提出来的，即不稳定运动随着进程的推移，当到达某一时刻，地下水自由面趋于稳定状态，这时$\frac{\partial h}{\partial t}=0$，即 h（x，y）不随时间 t 变化，这意味着渗流坡降不沿 x 及 y 而变，说明 h 是坐标的线性函数。这一点和众所周知的裘布衣公式中 h 是坐标的平方函数有矛盾。为此，他们建议了第二线性化方法，免除上述矛盾。

只需研究一元问题即可。众所周知，一元布氏方程为：

$$\frac{\partial h}{\partial t}=\frac{k}{\mu}\ \frac{\partial}{\partial x}\left(h\ \frac{\partial h}{\partial x}\right)-\frac{\varepsilon}{\mu} \tag{2-4}$$

将式（2－4）改写为：

$$\frac{\partial\left(\frac{h^2}{2}\right)}{\partial t}=\frac{kh}{\mu}\ \frac{\partial^2\left(\frac{h^2}{2}\right)}{\partial x^2}-\frac{\varepsilon h}{\mu} \tag{2-5}$$

令 h（不在微分号内）$=h_{cp}$，则式（2－5）变为：

$$\frac{\partial\left(\frac{h^2}{2}\right)}{\partial t}=a^2\ \frac{\partial^2\left(\frac{h^2}{2}\right)}{\partial x^2}-\frac{\varepsilon h_{cp}}{\mu} \tag{2-6}$$

再令 $u=\frac{h^2}{2}$，于是得：

$$\frac{\partial u}{\partial t}=a^2\ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{\varepsilon h_{cp}}{\mu} \tag{2-7}$$

解出 u，则式（2－4）的最终解答 $h=\sqrt{2u}$，在做了这样的代换后，则其渗流量的表达式应为：

$$q=-k\ \frac{\partial u}{\partial x} \tag{2-8}$$

而函数 u 的初始条件，也应相应代换：

$$u\Big|_{t=0}=\frac{h^2}{2}\Big|_{t=0}=u_0\ (x) \tag{2-9}$$

这里 $u_0(x)$是给定的函数，由 $t=0$ 时的渗流深度所规定。同理，当 $x=0$（或 $x=L$）时的两端边界条件也应代换而变为下

列两种形式之一：

$$\left.\begin{aligned}u\Big|_{x=0}=\frac{h^2}{2}\Big|_{x=0}=u_1\ (t)\\ \frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{x=0}=-\frac{1}{k}q\Big|_{x=0}=u_1\ (t)\end{aligned}\right\}(0<t<\infty)\qquad(2-10)$$

这里，$u_1(t)$也是给定的函数，或以渗流深度确定，或以渗流量确定。下面举 H. H. 费里金研究的例子，来说明第二线性化方法。

如图 2-1 所示，开始时是稳定状态，池水位为 h_1，按裘布衣公式得 $t=0$ 时：

$$h^2-h_1^2=-\frac{2q_0}{k}x\qquad(2-11)$$

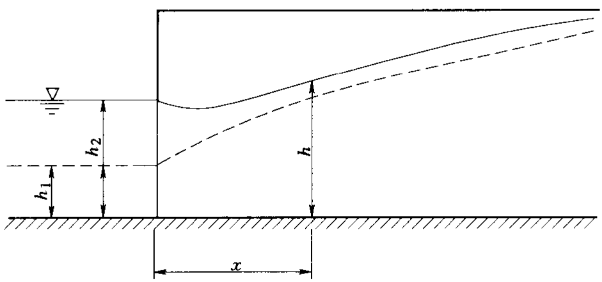


图 2-1

在 $t=0$ 后，池水位突然上升（或下降）到 h_2，以后就稳定不变了，需求渗流区任何时刻、任何地点的 $h(x,t)$。

由式（2-11）可得：

$$h^2=h_1^2-\frac{2q_0}{k}x\qquad(2-12)$$

函数 u 的初始条件为：

$$u\Big|_{t=0}=\frac{h^2}{2}\Big|_{t=0}=\frac{h_1^2}{2}-\frac{q_0}{k}x\qquad(2-13)$$

函数 u 的边界条件为：

$$u\Big|_{x=0}=\frac{h_2^2}{2}\quad(0<t<\infty)\tag{2-14}$$

以上述条件把下列布氏方程积分：

$$\frac{\partial u}{\partial t}=a^2\ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\tag{2-15}$$

于是得通解为：

$$u=\frac{h^2}{2}=\frac{h_2^2}{2}-\frac{q_0}{k}x+\frac{1}{2}\ (h_1^2-h_2^2)\ \phi\left(\frac{x}{2a\sqrt{t}}\right)\tag{2-16}$$

当 t 足够大时，式（2－16）化为：

$$h^2=h_2^2-\frac{2q_0 x}{k}\tag{2-17}$$

式（2－17）就是在时间过了 t 以后的裘布衣方程，由此可知，采用第二线性化方法 $u=\frac{h^2}{2}$，再使布氏方程第一线性化，便可消除上述矛盾。

第三节　第三线性化方法

这个方法不常用，它是由前苏联 И. A. 却尔尼建议的，下面仅以一元问题来说明它。却尔尼把布西涅斯克方程写成下列形式：

$$\frac{\partial f}{\partial t}=\frac{k}{\mu}\ \frac{\partial}{\partial x}\left(f\ \frac{\partial h}{\partial x}\right)\tag{2-18}$$

若 $f\equiv h$，则式（2－18）就是布氏方程，这里却尔尼提出的 $f(h)$是渗流深度 h 的某一待定函数，为了求得 $f(h)$，却尔尼先引入一个新函数 u：

$$u=\int f(h)\mathrm{d}h\tag{2-19}$$

注意，这里的 u 不是第二线性化方法中的 u。现在将式(2－19)