



奥数三剑客·课堂链接系列

奥数题库

天天练

AOSHU TIKU TIAN TIAN LIAN

丛书顾问

吴建平
方运加
张 芃

中国数学会普委会副主任 (历任国际数学奥林匹克中国队副领队)

中国教育学会数学教育研究发展中心主任

中央教科所课程教学研究部主任

中国教育学会数学教育研究发展中心 主编



首都师范大学出版社
CAPITAL NORMAL UNIVERSITY PRESS

小学 六年级

丛书策划：董凤举
责任编辑：李军锋
封面设计：东方上林

奥数题库 天天练

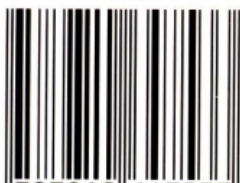
AOSHU TIKU TIANTIANLIAN

奥数教材天天读：从小学三年级起至初中三年级止（共七册）

奥数题库天天练：从小学三年级起至初中三年级止（共七册）

奥数模拟周周测：从小学三年级起至初中三年级止（共七册）

ISBN 7-81064-753-9



9 787810 647533 >

ISBN 7-81064-753-9

G·556 定价：13.00元

奥数三剑客·课堂链接系列

奥数题库 天天练

AOSHU TIKU TIAN TIAN LIAN

02810023

中国教育学会数学教育研究发展中心 主编

编者 刘富森 张素霞 寇玉琴 马 玉 韩 林 王春喜
邢淑芬 李 丹 王 兵 张 悟 陈 斌 丁雁杰

小学 六年级



首都师范大学出版社

CAPITAL NORMAL UNIVERSITY PRESS



丛书编委会

主编 中国教育学会数学教育研究发展中心

顾问 吴建平 中国数学会普委会副主任, 历任国际数学奥林匹克中国队副领队
方运加 中国教育学会数学教育研究发展中心主任
张 芑 中央教科所课程教学研究部主任

编委委员(排名不分先后)

丁连义 刘富森 司海举 李锦育 寇玉琴
丁春荣 张 悟 陈 虹 王春喜 茹书春

图书在版编目(CIP)数据

奥数题库天天练·小学/中国教育学会数学教育研究发展中心编. —北京:
首都师范大学出版社, 2005.1

ISBN 7-81064-753-9

I. 奥… II. 中… III. 数学课-小学-习题 IV. G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 142887 号

书 名	奥数题库天天练·小学六年级
责任著者	刘富森
责任编辑	李军锋
标准书号	ISBN 7-81064-753-9/G·556
出版发行	首都师范大学出版社(68418523 68418521)
地 址	北京西三环北路 105 号
网 址	www.cnup.cnu.cn
印刷单位	北京嘉实印刷有限公司
开 本	787×1092 1/16 9.75 印张 193 千字 2005 年 1 月第一版 2005 年 1 月第一次印刷
印 数	0,001~12,000 册
定 价	13.00 元

前言

著名数学家华罗庚教授在谈到有关听数学课与做数学题的关系时指出：“听数学课不做题，相当于入宝山而空返。”这句名言精辟地点明了，要想学好数学，适量的数学演练是必不可少的。

众多的高考状元以及国际国内数学奥赛奖牌夺主们的成功经历，印证了这一不争的事实。基于这一理念及实践，在我社众多奥赛图书的基础上，我社又适时地推出与新课标教科书链接的奥数三剑客系列图书。

名家谋划·名家编写 担当谋划这套书的是：在中小学数学教学科研、中小学数学奥林匹克以及中小学教科研究室这些业内老师们耳熟能详的三位名家。参加写作的是：北京市及河南省郑州市对课堂数学教学、对奥数培训指导有丰富经验的名师。

吴建平 中国数学会普委会副主任（历任国际数学奥林匹克中国队副领队，参与指导国内外数学竞赛 20 多年）

方运加 中国教育学会数学教育研究发展中心主任（指导协调全国各省市中小学数学教学研究活动）

张 芾 中央教科所课程教学研究部主任（教育部部属中小学教学研究指导单位）

何谓三剑客 这套丛书包括教材、题库、模拟三大系列，这三者相互匹配，有机整合，重点突破，全程攻略，其总体效应是任何一种以单一模式出版的图书所不可比拟的。

奥数教材天天读 从小学三年级起至初中三年级止（共七册）

奥数题库天天练 从小学三年级起至初中三年级止（共七册）

奥数模拟周周测 从小学三年级起至初中三年级止（共七册）

何谓课堂链接 我社畅销近 20 年的《通用数学奥林匹克系列》，已为我国培养了众多的数学精英，其读者层面界定在教学班上数学成绩在前三分之一左右的学生，也就是说该系列是比较难的。实践证明，许多中小学生的数学能力弱是一时的，或者没有开窍，或者贪玩，或者认为数学枯燥乏味而缺乏

学习主动性，……一旦情况有所变化，这些学生的数学学习能力是不可低估的。对这些学生数学兴趣的培养、数学智力的开发是不可忽视的，这就是我们推出课堂链接系列奥数图书的立意。

起点低·落点高·分层次递进 不论是教材、题库还是模拟，每个单元前面的内容都比较容易，然后逐渐增加难度，分层次递进，到了每个单元后面的内容就可谓是“阳春白雪”了。

源于实践·服务于实践 这是编写本套书的一大原则。在向学生们传播“数学就在我身边，数学就在我心中”这一理念的同时，还注意培养学生们的数学兴趣和数学素质，提高学生们的学习能力。这与新课标所提倡的精神是一致的。

苦与巧·练与思 做数学题要找窍门，要积累解题经验，不仅要追求做题的数量，更要讲究解题的质量。做完一道题后不要急急忙忙的做下一道题，要认真地回味一下，想想还有没有需要改进的地方？想想还有没有其他的解法？从这道题的解法中得到了什么启示？这些宝贵的数学学习理念经常散见于各书中。

本套书中的三个系列，可以独立使用，也可以联合用；可以自学用，也可供各级各类培训班使用。

时下，有关“奥数”的议论有很多，数学家们对“奥数”也存在着很大的争议。中小学生的教育工作是一件非常复杂的事情，学生们的接受能力是千差万别的，因此，对“奥数”不能轻易地以一个“好”字或“坏”字来了断。有许多学生非常聪明，极富数学天赋，薄薄的教科书根本不够他（她）们“吃”，让这些学有余力、学有兴趣的学生进一步学有发展，这于学生于家长于社会都是有益的。

本套书的编写、出版得到了许多专家、学者的大力支持，在此一并表示衷心的感谢，并欢迎读者的批评、建议。网址：hmfsl@126.com

董凤举

2005年1月3日

目 录

一、分数乘法的速算	(1)
二、分数乘法应用题	(5)
三、分数的大小	(10)
四、分数除法应用题	(14)
五、分数的简算技巧	(19)
六、分数、百分数应用题	(25)
七、圆的周长与面积	(31)
八、比和比例	(38)
九、圆柱和圆锥	(44)
十、浓度问题	(49)
十一、工程问题	(52)
十二、定义新运算	(58)
十三、钟表问题	(62)
十四、数字与数位	(66)
十五、复杂的行程问题	(69)
十六、最值问题	(75)
十七、统筹问题	(80)
十八、杂题	(84)
参考答案与解答	(89)

一、分数乘法的速算



经典例题导引

例 1 计算 $55 \times \frac{55}{56}$

思路点拨 通过观察发现 $\frac{55}{56}$ 与 1 比较接近, 可把 $\frac{55}{56}$ 看成 $1 - \frac{1}{56}$ 。这样就可以利用乘法的分配律达到简算目的。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad 55 \times \frac{55}{56} &= 55 \times \left(1 - \frac{1}{56}\right) \\ &= 55 \times 1 - 55 \times \frac{1}{56} \\ &= 55 - \frac{55}{56} = 54 \frac{1}{56} \end{aligned}$$

方法指导 本例是整数乘以分数的运算, 按分数乘法的意义应是整数乘以分数的分子的积作分子, 分母不变。这样, 分子数目较大, 结果还是化成最简分数, 达不到简算的效果。

例 2 计算 $\left(\frac{11}{12} - \frac{5}{6} + \frac{1}{4}\right) \times 24$

思路点拨 括号外的因数 24, 正好是括号内相加减的三个分数的分母 12、6、4 的公倍数, 所以根据乘法分配律用 24 分别与 $\frac{11}{12}$ 、 $\frac{5}{6}$ 、 $\frac{1}{4}$ 相乘, 就可以得到三个整数, 这比先通分后再做括号内三个分数的加减法, 再与 24 相乘简便快捷多了。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad \left(\frac{11}{12} - \frac{5}{6} + \frac{1}{4}\right) \times 24 & \\ &= \frac{11}{12} \times 24 - \frac{5}{6} \times 24 + \frac{1}{4} \times 24 \\ &= 11 \times 2 - 5 \times 4 + 6 \\ &= 22 - 20 + 6 = 8 \end{aligned}$$

方法指导 运算中因题目不同, 运算的方法也有很多, 但是无论采取什么方法达到运算的目的, 必须掌握两项基本功: (1) 能迅速、准确地找到题目中有关数

的特点,选择适当的计算方法。(2)对于一些运算律、性质、运算公式及代换方法,要在理解的基础上灵活运用。

例 3 计算 $(3 + \frac{5}{9} - \frac{2}{3}) \times (\frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12}) - (\frac{1}{6} - \frac{1}{9} + \frac{1}{12}) \times 3 + (\frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12}) \times (\frac{2}{3} - \frac{5}{9})$

思路点拨 算式中共有三个乘法算式,其中第一个乘法算式与第三个乘法算式中都有一个公共因式 $(\frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12})$,可以运用乘法分配律进行计算。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & (3 + \frac{5}{9} - \frac{2}{3}) \times (\frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12}) - (\frac{1}{6} - \frac{1}{9} + \frac{1}{12}) \times 3 + (\frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12}) \\ & \times (\frac{2}{3} - \frac{5}{9}) \\ & = [(3 + \frac{5}{9} - \frac{2}{3}) + (\frac{2}{3} - \frac{5}{9})] \times (\frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12}) - (\frac{1}{6} - \frac{1}{9} + \frac{1}{12}) \times 3 \\ & = 3 \times (\frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12}) - (\frac{1}{6} - \frac{1}{9} + \frac{1}{12}) \times 3 \\ & = 3 \times [(\frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12}) - (\frac{1}{6} - \frac{1}{9} + \frac{1}{12})] \\ & = 3 \times \frac{2}{9} = \frac{2}{3}. \end{aligned}$$



典型试题荟萃

1. 计算

(1) $157 \times \frac{23}{156}$; (2) $9 \frac{18}{19} \times 15$; (3) $8 \frac{3}{11} \times 1 \frac{4}{7}$; (4) $6 \frac{3}{8} \times 7 \frac{5}{8}$ 。

2. 计算

(1) $450 \times (\frac{1}{5} - \frac{1}{9})$; (2) $139 \times \frac{137}{138} + 137 \times 1 \frac{1}{138}$ 。

3. 计算

(1) $(\frac{1}{30} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63}) \times 2 \frac{1}{7}$; (2) $(\frac{7}{15} \times \frac{11}{39} + \frac{8}{15} \times \frac{11}{39}) \times 3 \frac{6}{11}$ 。

4. 计算

(1) $1994 \frac{1}{1992} \times \frac{1992}{1993}$; (2) $\frac{181818}{218218} \times \frac{182182}{818181}$ 。

5. 计算

$$(1) \frac{1 \times 2 \times 3 + 7 \times 14 \times 21}{1 \times 3 \times 5 + 7 \times 21 \times 35};$$

$$(2) \frac{1 \times 3 \times 24 + 2 \times 6 \times 48 + 3 \times 9 \times 72}{1 \times 2 \times 4 + 2 \times 4 \times 8 + 3 \times 6 \times 12};$$

$$(3) \frac{1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1}{666666 \times 666666}.$$

6. 求值: $\frac{1}{21} + \frac{1}{\Delta} = \frac{1}{4} \times \left(1 - \frac{1}{21} \times \frac{1}{5}\right)$, $\Delta =$ _____.

7. 将 1997 减去它的 $\frac{1}{2}$, 再减去余下的 $\frac{1}{3}$, 再减去余下的 $\frac{1}{4}$, 再减去余下的 $\frac{1}{5}$ …… 依此类推, 直至最后减去余下的 $\frac{1}{1997}$, 最后的结果是 _____.

8. 计算

$$(1) 81 \frac{4}{19} \times 1.375 + 105 \frac{5}{19} \times 0.9.$$

$$(2) \frac{573 + 697 \times 572}{573 \times 697 - 124} + \frac{363636}{727272}.$$

$$(3) \frac{18541 \times 18541 - 12709 \times 12709}{13500}.$$

$$(4) \left(20 \frac{94}{95} \times 1.65 - 20 \frac{94}{95} + \frac{7}{20} \times 20 \frac{94}{95}\right) \times 47.5 \times 0.8 \times 0.25.$$

$$(5) 3 \frac{1}{6} \times \left(7 \frac{1}{3} - 3 \frac{1}{7}\right) \times \frac{6}{19} \div 1 \frac{1}{21}.$$

$$(6) \frac{12 \frac{4}{5} \times 3 \frac{3}{4} - 4 \frac{4}{11} \times 4 \frac{1}{8}}{2 \frac{4}{7} \times 11 \frac{2}{3}}.$$

$$(7) \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \frac{1}{9 \times 11} + \frac{1}{11 \times 13}.$$

$$(8) \left(11 - \frac{11}{36}\right) + \left(9 - \frac{11}{36} \times 5\right) + \left(1 - \frac{11}{36} \times 3\right) + \left(5 - \frac{11}{36} \times 9\right) + \left(3 - \frac{11}{36} \times 7\right) + \left(7 - \frac{11}{36} \times 11\right).$$

$$(9) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \cdots \times \left(1 + \frac{1}{99}\right) \times \left(1 - \frac{1}{99}\right).$$

$$(10) \frac{2 \times 2}{1 \times 3} + \frac{4 \times 4}{3 \times 5} + \frac{6 \times 6}{5 \times 7} + \frac{8 \times 8}{7 \times 9} + \frac{10 \times 10}{9 \times 11}.$$

$$(11) \frac{1234+4567 \times 7890}{4568 \times 7890 - 6656}.$$

$$(12) \left(\frac{621}{126} + \frac{739}{358} + \frac{458}{947} \right) \times \left(\frac{739}{358} + \frac{458}{947} + \frac{378}{207} \right) - \left(\frac{621}{126} + \frac{739}{358} + \frac{458}{947} + \frac{378}{207} \right) \\ \times \left(\frac{739}{358} + \frac{458}{947} \right).$$

9. 如果 $A = \frac{11 \times 77 + 12 \times 78 + 13 \times 79 + 14 \times 80}{11 \times 76 + 12 \times 77 + 13 \times 78 + 14 \times 79}$, 那么 $100A$ 的整数部分是

多少?

二、分数乘法应用题



经典例题指引

例 1 六年级一班有学生 45 人,其中男生人数占全班总人数的 $\frac{5}{9}$,女生有多少人?

思路点拨 这道题中反映数量间倍数关系的已知条件是:“男生人数占全班总人数的 $\frac{5}{9}$ ”,意思是男生人数是全班人数的 $\frac{5}{9}$,那么把全班人数看作单位“1”。根据题意画出线段图:

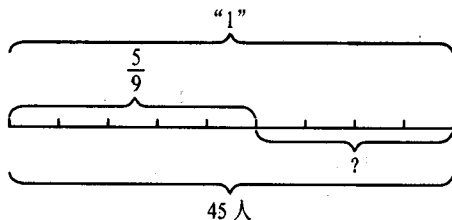


图 2-1

根据已经学过的知识,可以先求出男生人数,再用全班人数减去男生人数就可以求出女生人数了。

$$\text{解 } 45 - 45 \times \frac{5}{9} = 45 - 25 = 20(\text{人}).$$

答:女生有 20 人。

方法指导 以上这种方法不够简捷,我们再来探求更简捷的方法。观察上面的线段图,把全班人数看作单位“1”,男生人数占全班人数的 $\frac{5}{9}$,女生人数占全班人数的 $(1 - \frac{5}{9})$ 。要求女生有多少人,就是求全班人数的 $(1 - \frac{5}{9})$ 是多少:

$$45 \times (1 - \frac{5}{9}) = 45 \times \frac{4}{9} = 20(\text{人})$$

比较以上两种方法,第一种方法是根据分数乘法的意义先求出男生有多少人,再求女生的人数;第二种解法是根据分数乘法意义直接求女生有多少人,显

然这种解法比较简便。尤其对今后解答复杂的分数应用题更能体现出来。

例 2 六年级参加数学小组的同学有 54 人,参加绘画小组的人数是数学小组的 $\frac{5}{6}$,参加合唱组的人数是绘画小组的 $\frac{2}{3}$,问参加合唱组的有多少人?

思路点拨 参加绘画小组的人数是参加数学小组的 $\frac{5}{6}$,是把参加数学小组的人数看作单位“1”,是求 54 人的 $\frac{5}{6}$ 是多少人;参加合唱组的人数是绘画小组的 $\frac{2}{3}$,是把绘画小组的人数看作单位“1”,是求 54 的 $\frac{5}{6}$ 的 $\frac{2}{3}$ 是多少。

$$\text{解 } 54 \times \frac{5}{6} \times \frac{2}{3} = 30(\text{人}).$$

答:参加合唱组的有 30 人。

方法指导 解答分数乘法应用题,首先要确定单位“1”,求出所求部分是单位“1”的几分之几,然后再根据一个数乘以分数的意义求出这几分之几是多少。

例 3 某区举行小学春季运动会,其中育新小学参加的人数占总人数的 $\frac{1}{15}$,若这个学校再多去 10 名运动员,则该校人数占总人数的 $\frac{2}{23}$ 。问:这次运动会共有运动员多少人?育新小学原来有多少人参加?

思路点拨 育新小学参加运动会的人数占总人数的 $\frac{1}{15}$,那么其他学校参加运动会的人数占 $\frac{14}{15}$ 。若该校再多去 10 名运动员,则该校人数占总人数的 $\frac{2}{23}$,其他学校的人数占 $1 - \frac{2}{23} = \frac{21}{23}$ 。从表面上看,每一个数量都在改变,但通过仔细观察与思考不难发现,在这个过程中,其他学校的总人数并没有改变,也就是前面提到的其他学校人数占总人数的 $\frac{14}{15}$ 与后面提到的其他学校人数占总人数的 $\frac{21}{23}$ 所表示的数相等,于是我们就找到了解决问题的突破口。

$$\text{解 } \text{因现有人数} \times \left(1 - \frac{2}{23}\right) = \text{原有总人数} \times \left(1 - \frac{1}{15}\right),$$

所以,现有总人数 = 原有总人数的 $\frac{46}{45}$ 。

$$\text{原有运动员人数为: } 10 \div \left(\frac{46}{45} - 1\right) = 450(\text{人}).$$

育新小学参加人数为： $450 \times \frac{1}{15} = 30$ (人)。

答：这次运动会原有运动员 450 人，育新小学原有 30 名运动员参加。

方法指导 我们也可根据原来其他学校参加人数等于现在参加人数，可以设这次运动会原有运动员 x 人，于是可列方程，得：

$$x \times \left(1 - \frac{1}{15}\right) = (x + 10) \times \left(1 - \frac{2}{23}\right)$$

解得： $x = 450$ (人)， $450 \times \frac{1}{15} = 30$ (人)。

这种解题方法是找出题目中相等的量而列方程，解法简便。

例 4 甲、乙、丙、丁四人共植树 60 棵。甲植树的棵数是其余三人的 $\frac{1}{2}$ ，乙植树的棵数是其余三人的 $\frac{1}{3}$ ，丙植树棵数是其余三人的 $\frac{1}{4}$ ，丁植树多少棵？

思路点拨 题目中出现三次“其余三人”，但“其余三人”所包含的对象不同，因此，三个单位“1”是不同的，这就是我们所说的单位“1”不统一。我们可以把四人的总棵数作为单位“1”，“甲植树棵数是其余三人的 $\frac{1}{2}$ ”，可以理解为甲植树棵数占 1 份，其余三人占 2 份；那么甲植树棵数占总棵数的 $\frac{1}{1+2} = \frac{1}{3}$ ；同理，乙植树棵数是总棵数的 $\frac{1}{1+3} = \frac{1}{4}$ ，丙植树棵数占总棵数的 $\frac{1}{1+4} = \frac{1}{5}$ 。这些过程就是所谓的转化单位“1”，使单位“1”统一为“总棵数”。那么，求丁植树多少棵，就是求 60 棵的 $\left(1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right)$ 是多少。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & 60 \times \left(1 - \frac{1}{1+2} - \frac{1}{1+3} - \frac{1}{1+4}\right) \\ & = 60 \times \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) \\ & = 60 \times \frac{13}{60} = 13 \text{ (棵)} \end{aligned}$$

答：丁植树 13 棵。

方法指导 我们在解分数应用题时，经常会发现，在同一道题目中出现不同的单位“1”，造成解题困难。这种时候，我们可以根据题意，转化其中的单位“1”，使单位“1”统一起来。



典型试题荟萃

1. 小华看一本 240 页的故事书,第一天看了全书页数的 $\frac{1}{4}$,第二天看了余下的 $\frac{1}{3}$,小华还剩多少页没有看?
2. 小华有课外书 36 本,小明的本数是小华的 $\frac{5}{6}$,小芳的本数是小明的 $\frac{2}{3}$,小强的本数是小芳的 $\frac{4}{5}$,小强有多少本课外书?
3. 一套运动衣出厂价是 150 元,到商场出售时加价 $\frac{1}{10}$,到了夏季出售时又降了 $\frac{1}{5}$,现在这套运动衣的售价是多少元?
4. 修一条长 2400 米的公路,第一天修了全长的 $\frac{1}{4}$,第二天修了余下的 $\frac{1}{3}$,还剩下多少米?
5. 光明机械厂第一车间一月份生产 250 台机床,工人师傅们都在积极地搞科技创新。如果下一个月都比前一个月多生产 $\frac{1}{5}$,这样这个车间四月份能生产多少台机床?
6. 甲、乙两个修路队合修一条 75 千米的路,甲队修了全长的 $\frac{2}{5}$ 多 2 千米,乙队修了全长的 $\frac{1}{3}$ 少 3 千米,这时还剩下多少千米没有修?
7. 足球门票为 15 元一张,降价后观众增加了一半,收入增加了 $\frac{1}{5}$,则一张门票降价多少元?
8. 陇海图书城内某跨世纪书店对顾客有一项优惠,凡购买同一种书 100 本以上,就按书价的 90% 收款,某学校到书店购买甲、乙两种书,其中乙种书的册数是甲种书册数的 $\frac{3}{5}$,只有甲种书得到了 90% 的优惠。这时,买甲种书所付的总钱数是买乙种书所付总钱数的 2 倍,已知乙种书每本定价 1.5 元,那么优惠前甲种书每本定价多少元?
9. 有两个书架,甲书架上有书 450 本,从甲书架上取出 $\frac{1}{5}$ 放入乙书架后,甲

书架上的书比乙书架的 2 倍还多 20 本,乙书架上原来有书多少本?

10. 甲、乙、丙三人到银行存款,甲存入的款数比乙多 $\frac{1}{5}$,乙存入的款数比丙多 $\frac{1}{5}$,问甲存入的款数比丙多几分之几?

11. 一筐苹果 45 个,把它分给甲、乙、丙三人,甲分得总数的 $\frac{1}{5}$ 多 4 个,乙分得剩下的 $\frac{1}{4}$ 多 6 个,丙分得这时筐内剩下的 $\frac{2}{3}$,还剩下多少个苹果?

12. 六一班有 56 名同学,在一次大扫除中有 $\frac{3}{8}$ 的同学打扫操场,剩下的 $\frac{3}{7}$ 的同学打扫图书馆,再剩下的 $\frac{1}{4}$ 的同学打扫电教室,其余的同学帮助低年级的小同学搞卫生,帮助低年级搞卫生的有多少人?

13. 妈妈给刚打完球回来的小明倒了一杯橙汁,小明先喝了它的 $\frac{1}{5}$,接着又喝了剩下的 $\frac{1}{4}$,小明嫌太甜,就把杯子加满水后又喝了 $\frac{1}{2}$,第四次喝了剩下的 $\frac{1}{3}$,这时杯子里剩下的橙汁相当于这杯橙汁的几分之几?

14. 一根长 202 米的绳子,先剪去它的 $\frac{1}{2}$,再减去剩下的 $\frac{1}{3}$,再减去剩下的 $\frac{1}{4}$,……照这样一直减去剩下的 $\frac{1}{202}$,这时剩下的绳长多少米?

15. 四个孩子合买一只 360 元的小电动车。第一个孩子付的钱是其他孩子付的总钱数的一半,第二个孩子付的钱是其他孩子付的总钱数的 $\frac{1}{3}$,第三个孩子付的钱是其他孩子付的总钱数的四分之一,那么第四个孩子付了多少钱?

三、分数的大小



经典例题导引

例1 比较 $\frac{15}{19}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{12}{25}$, $\frac{20}{37}$ 这四个分数的大小。

方法点拨 这四个分数的分母19, 9, 25, 37两两互质, 通分后分母较大, 计算麻烦。分子15, 4, 12, 20的最小公倍数是60, 因此可以根据分数的基本性质, 把以上四个分数转化为分子相同的分数进行比较, 较为简便。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad \frac{15}{19} &= \frac{15 \times 4}{19 \times 4} = \frac{60}{76} & \frac{4}{9} &= \frac{4 \times 15}{9 \times 15} = \frac{60}{135} \\ \frac{12}{25} &= \frac{12 \times 5}{25 \times 5} = \frac{60}{125} & \frac{20}{37} &= \frac{20 \times 3}{37 \times 3} = \frac{60}{111} \end{aligned}$$

$$\text{因} \quad \frac{60}{76} > \frac{60}{111} > \frac{60}{125} > \frac{60}{135}, \text{所以, 有} \frac{15}{19} > \frac{20}{37} > \frac{12}{25} > \frac{4}{9}.$$

方法指导 分子和分母都不相同的分数比较大小, 可以把它们转化为分母相同的分数比较大小, 即分母相同的分数分子大的分数比较大; 也可以把它们转化为分子相同的分数比较, 即分子相同的分数比较大小, 分母大的分数反而小。

例2 比较 $\frac{7}{11}$ 和 $\frac{9}{13}$ 的大小。

思路点拨 分母互素, 分子也互素, 所以通分或化成同分子都比较繁, 可以利用交叉相乘的方法比较。

解 用 $\frac{7}{11}$ 的分子7乘以 $\frac{9}{13}$ 的分母13, $7 \times 13 = 91$; 再用 $\frac{9}{13}$ 的分子乘以 $\frac{7}{11}$ 的分母11, $9 \times 11 = 99$ 。

$$\text{因为} 91 < 99, \text{所以} \frac{7}{11} < \frac{9}{13}.$$

方法指导 上述解法归结为: 用第一个分数的分子与第二个分数的分母相乘, 再用第二个分数的分子与第一个分数的分母相乘, 然后比较两次所得积, 那么含有哪个分子的积大, 哪个分数就大, 这是因为: 两个分数 $\frac{a}{b}$ 和 $\frac{c}{d}$, 当 $ad > bc$

时, 便有 $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ 。