



高等院校力学学习辅导丛书
Exercise Series in Mechanics for Higher Education

材料力学学习指导 与解题指南

A Guide to Material Mechanics

范钦珊 陈艳秋 编著

Fan Qinshan Chen Yanqiu



清华大学出版社



Springer

5



高等院校力学学习辅导丛书
Exercise Series in Mechanics for Higher Education

材料力学学习指导 与解题指南

A Guide to Material Mechanics

范钦珊 陈艳秋 编著

Fan Qinshan Chen Yanqiu



清华大学出版社
北京



Springer

内 容 简 介

本书主要介绍“材料力学”课程的理论与方法概要以及解题方法。一方面帮助读者应用材料力学的基本概念、基本理论和基本方法分析与解决问题；另一方面通过解题过程加深对相关概念、理论以及方法的认识和理解。全书章节的安排与现行高等院校的“材料力学”教材基本一致。本书内容包括：理论与方法要点、例题示范两部分。在例题示范部分，对初学者容易出现的某些错误进行了分析。全书共计 15 章，包括一般杆件在基本受力形式下的内力与应力分析、强度和刚度计算、应力状态与强度理论、压杆的弹性稳定问题、能量方法、静不定系统、疲劳强度、动载荷等。

本书可以与作者所编著的《材料力学》配套使用，作为在校学生学习“材料力学”课程的参考书；书中一些具有一定深度和难度的内容以及相关的例题解析，为从事“材料力学”教学的老师、准备参加研究生入学考试的学生以及需要深入了解“材料力学”的工程技术人员提供了一些目前在普通教材中未出现过的内容以及例题示范。

版权所有，翻印必究。举报电话：010-62782989 13501256678 13801310933

图书在版编目(CIP)数据

材料力学学习指导与解题指南/范钦珊,陈艳秋编著. —北京:清华大学出版社,2005.3
(高等院校力学学习辅导丛书)

ISBN 7-302-10349-6

I. 材… II. ①范… ②陈… III. 材料力学—高等学校—教学参考资料 IV. TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 004154 号

出版者：清华大学出版社

<http://www.tup.com.cn>

社总机：010-62770175

地 址：北京清华大学学研大厦

邮 编：100084

客户服务：010-62776969

组稿编辑：陈朝晖

文稿编辑：梁广平

印刷者：清华大学印刷厂

装订者：北京市密云县京文制本装订厂

发 行 者：新华书店总店北京发行所

开 本：175×245 印张：25 字数：500 千字

版 次：2005 年 3 月第 1 版 2005 年 3 月第 1 次印刷

书 号：ISBN 7-302-10349-6/O·443

印 数：1~6000

定 价：29.00 元

前 言

“材料力学”研究物体变形和内部受力,以及由此而引起的强度、刚度和稳定问题。通过学习“材料力学”不仅能使人们懂得日常生产和生活中所发生的各种现象,而且对于分析和解决建筑工程、机械制造、水利工程、电力工程、石油与化学工程、核反应堆工程,以及航空与宇航等工程问题都有着非常重要的实际意义。因此,材料力学是这些工程科学的基础。

怎样学好材料力学中的基本概念和基本理论,掌握它们的基本分析方法,并运用它们去分析和处理工程实际问题,不仅是高等工科院校大部分专业的学生,而且也是有关专业的工程技术人员共同关心的问题。编写本书的目的,除了介绍解题方法外,还想为初学者如何学好“材料力学”提供一些学习方法。

分析和解题过程既是应用基本概念、基本理论和基本方法的过程,又是加深理解的过程。解题前,应当对有关的基本概念、基本理论和基本方法有比较全面和正确的认识。解题时,首先要弄清已知条件是什么,要求的是什么,分析问题属于什么性质;其次,根据问题的性质,分析解决这类问题需要应用哪些基本概念和基本理论;第三,在上述分析的基础上归纳出解题过程与步骤,算出所需的结果;最后,还需要应用有关的概念和理论去判断和检查所得结果是否正确。作者在清华大学从事力学教育的实践经验表明:只有这样才能达到解题的目的,做到“举一反三”,通过解题而精通它的理论,使初学者逐步掌握应用这些理论进行分析和解决问题的方法。

当然,要学好材料力学还需要有一定的实验相配合,如在试验室中进行一定的力学实验等,但在本书中不介绍这些内容。

根据以上要求,每章中都首先对基本的理论和方法作简要叙述;然后,通过若干例题示范、介绍分析问题和处理问题的方法;同时对于初学者容易出现的某些常见

错误加以分析。

书中所选例题包括以下三个方面：一是基本训练题；二是简单的工程实际题；三是近年来国外有关教材中较好的例题和习题。

本书的章节安排顺序基本上与我国现行《材料力学》教科书的系统相一致。但是，考虑到本书的侧重点是解题方法介绍，因此个别章节的安排与现行教科书又略有差异。

全书共计 15 章，包括一般杆件在基本受力形式下的内力与应力分析以及强度和刚度计算、应力状态与强度理论、压杆的弹性稳定问题、能量方法、静不定系统、疲劳强度、动载荷等。

本书可以与作者所编著的《材料力学》(清华大学出版社出版)配套使用，作为在校学生学习“材料力学”课程的参考书；书中一些具有一定深度和难度的内容以及相关的例题解析，为从事“材料力学”教学工作的老师、准备参加研究生入学考试的学生以及需要深入了解“材料力学”的工程技术人员提供了一些目前在普通教材中未出现过的内容以及例题示范。

作者力图使本书反映清华大学从事材料力学教学工作几代人数十年来的一些成果。因此，书中的内容不是作者个人劳动的成果，而是这个集体中全体成员(包括曾经在其中工作过的那些同志们)心血的结晶。但由于作者水平有限，反映的教学成果也只能是点滴的。书中的缺点和错误亦在所难免，谨请广大读者批评指正。

清华大学航天航空学院研究生吴国民、张萌、赵治华等曾经为本书的文字与图形处理做了许多工作，在此表示感谢。

范钦珊
于清华大学
2004. 10. 1

目 录

前 言	I
第 1 章 拉压杆件的应力、变形计算与强度计算	1
1.1 理论与方法要点	1
1.2 例题示范	7
第 2 章 拉压杆件的静不定问题	20
2.1 理论与方法要点	20
2.2 例题示范	23
第 3 章 截面的几何性质	32
3.1 理论与方法要点	32
3.2 例题示范	39
第 4 章 剪切强度计算	48
4.1 理论与方法要点	48
4.2 例题示范	55
第 5 章 扭转强度与刚度计算	66
5.1 理论与方法要点	66
5.2 例题示范	76
第 6 章 弯曲内力——弯矩图与剪力图	93
6.1 理论与方法要点	94

6.2 例题示范	99
第7章 弯曲应力分析与弯曲强度计算	116
7.1 理论与方法要点	116
7.2 例题示范	132
第8章 应力状态与强度理论	158
8.1 理论与方法要点	158
8.2 例题示范	168
第9章 组合受力时杆件的内力分析与强度计算	190
9.1 理论与方法要点	191
9.2 例题示范	201
第10章 弯曲变形与刚度计算	224
10.1 理论与方法要点	224
10.2 例题示范	235
第11章 确定弹性位移的能量方法	259
11.1 理论与方法要点	259
11.2 例题示范	272
第12章 静不定系统	291
12.1 理论与方法要点	291
12.2 例题示范	297
第13章 压杆稳定问题	322
13.1 理论与方法要点	322
13.2 例题示范	335
第14章 疲劳强度计算	353
14.1 理论与方法要点	353
14.2 例题示范	363
第15章 动载荷作用下的应力计算	373
15.1 理论与方法要点	373
15.2 例题示范	377
参考文献	392

第 1 章

拉压杆件的应力、变形计算与强度计算

拉伸和压缩是杆件最简单的受力形式。承受拉伸和压缩的杆件所涉及的一些基本概念和基本方法虽然比较简单,但在“材料力学”中却具有一定的普遍性。本章的目的是通过这一简单受力形式下的应力计算、变形计算与强度计算,对应力、应变的概念、确定内力的基本方法以及强度计算的步骤,有一个初步而又比较全面的了解。

1.1 理论与方法要点

1.1.1 内力与确定内力的截面法

变形体在外力作用下发生变形,内部各点之间便要产生相互作用的“附加内力”。这种附加内力在“材料力学”中简称为“内力”。

内力只有用假想截面将杆件截成两部分时才能显示出来,这种显示内力的方法称为“截面法”。

处于平衡状态的承载物体如图 1-1(a)所示。现用假想截面将其截为 A、B 两部分。为了使其中每一部分在外部载荷作用下保持平衡,必须在所作的截面上加上某个内力系。这就是 A、B 两部分之间的相互作用力。根据作用与反作用定律,作用在 A 部分截面上的内力与作用在 B 部分上的内力大小相等、方向相反,如图 1-1(b)所示。

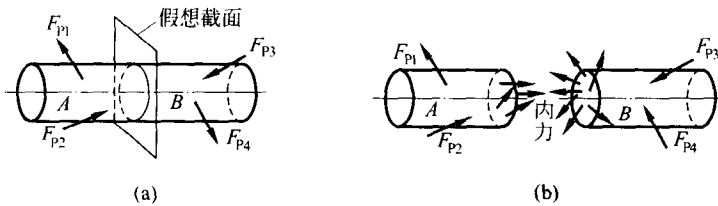


图 1-1 内力与截面法

1. 内力分量

作用在截面上的内力是一个连续分布力系。应用力系简化的基本方法,可以将其向一点(例如截面形心)简化,得到一内力主矢量 F_R 和主矩 M 。再将主矢量和主矩分别向 x, y, z 三个坐标轴投影(其中 x 轴沿杆件轴线方向, y, z 轴为截面内的特定方向,参见本书第 6 章),便得到该截面上的 6 个内力分量: F_N, F_{Q_y}, F_{Q_z} 和 M_x, M_y, M_z , 如图 1-2 所示。其中:

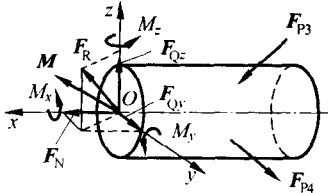


图 1-2 杆件横截面上的内力分量

F_N 引起杆件的轴向变形(拉伸或压缩),称为“轴向力”或“轴力”;

F_{Q_y}, F_{Q_z} 则使截面两侧分别产生沿 y, z 方向的剪切变形,称为“剪力”或“横向力”;

M_x 引起杆件的扭转变形,称为“扭矩”;

M_y, M_z 则使杆件分别在 xz 和 xy 平面内发生弯曲变形,称为“弯矩”。

2. 截面法要点

- (1) 在需要计算内力处用假想截面将杆件截开,并分成两部分;
- (2) 在截开的截面上建立直角坐标系;
- (3) 考察截开的某一部分的平衡,由平衡方程计算各个内力分量的大小并确定其方向;
- (4) 考察截开的另一部分的平衡,以校核上述结果的正确性。

本章只介绍轴向力 F_N 的计算。其余内力分量将在以后各章中逐一加以介绍。

1.1.2 承受拉、压的杆件应力、变形计算公式及其应用条件

对于均质杆,在承受轴向拉伸或压缩时,两个相邻横截面之间各部分产生相同的轴向变形,所以内力在截面上是均匀分布的。因此,截面上各点的正应力均相同,即

$$\sigma_x = \frac{F_N}{A} \quad (1-1)$$

根据圣维南原理,除加力点附近的区域外,上述公式对于整个截面都是适用的:

但在开孔或杆横截面突变处,由于应力集中,这些区域的应力是非均匀分布的,因而上述公式是不适用的。

对于两端承载的等截面均质直杆,不仅在杆的横截面内,而且沿杆长的各个截面上的应力都是相同的。

根据胡克定律,两端承受轴向拉伸或压缩的直杆(图 1-3),在弹性范围内,其绝对伸长量为

$$\Delta l = \frac{F_N l}{EA} \quad (1-2)$$

其中 l 为杆长; A 为杆件的横截面面积; E 为杆件材料的弹性模量; EA 称为杆件的拉伸或压缩刚度。

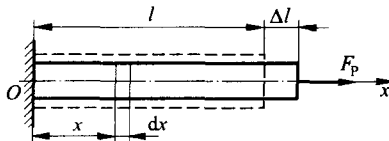


图 1-3 轴向载荷作用下杆件的纵向变形和横向变形

杆件相对伸长即正应变为

$$\epsilon_r = \frac{\Delta l}{l} = \frac{F_N}{EA} = \frac{\sigma_r}{E} \quad (1-3)$$

这是胡克定律的另一种形式。

当轴向力 F_N 和横截面积 A 沿杆轴线 x 方向变化时,必须从 dx 微段的伸长入手用积分的方法求得整个杆件的伸长量,即

$$\Delta l = \int_l \frac{F_N}{EA} dx \quad (1-4)$$

拉伸或压缩时,除了轴向变形外,还将产生横向变形,轴向应变与横向应变之间存在下列关系

$$\epsilon_y = -\nu \epsilon_r = -\nu \frac{\sigma_r}{E} \quad (1-5)$$

式中负号表示两种应变异号,即轴向应变与横向应变中,若一个为伸长(缩短),则另一个为缩短(伸长)。

式(1-1)~式(1-5)中各项符号意义如下:

F_N 为轴向力,若杆件只在两端受拉(压)时,轴向力的大小与外力相等;若沿轴线方向作用有几个外力时,则必须分段应用截面法求得各段截面上的轴向力(N);

A 为杆件的横截面积(m^2);

σ_r 为杆件横截面上的正应力(Pa);

l 为杆件原长,在这一长度内,各截面上的轴向力相同(m);

Δl 为杆件原长 l 的变化量,它可以是一段杆长的变化量,也可以是杆件的总伸长或缩短(m);

E 为杆件材料的弹性模量(Pa);

EA 为杆件的拉伸或压缩刚度;

ϵ 为正应变,无量纲, ϵ_x 为轴向应变, ϵ_y 为横向应变;

ν 为泊松比,无量纲。

1.1.3 强度条件与强度计算

1. 强度条件

根据拉伸试验所得到的材料力学性能,杆件所能承受的应力是有一定限度的。因此,为了保证杆件安全可靠地工作,必须将杆内的最大工作应力 σ_{\max} 限制在一定的数值之下。这一数值称之为许用应力,用 $[\sigma]$ 表示,由下式确定。即

$$[\sigma] = \frac{\sigma^0}{n} \quad (1-6)$$

这就是对拉、压杆进行强度计算的依据,称为强度条件。其中 σ^0 称为极限应力或危险应力,由拉伸实验确定。某些工程材料拉伸和压缩时的极限应力不同,许用应力因而不同。考虑到使杆件或结构具有一定的安全裕度,许用应力总要比危险应力小一定倍数,这个倍数称为安全因数,用 n 表示,安全因数又称强度储备。

2. 强度计算步骤

强度计算一般按下列步骤进行:

- (1) 分析危险状态(使结构或构件内应力达到最大值时的载荷位置或载荷的大小);
- (2) 应用截面法计算杆件的内力,必要时需画出内力沿杆件长度方向变化的图形(内力图),以确定危险截面(在危险状态下内力最大的截面)及其上的内力(例如 $F_{N\max}$);
- (3) 计算危险点(危险截面上应力最大的点)的应力,并建立强度条件,按照要求进行强度计算。

3. 三类强度问题

根据上述强度条件,可以解决三种类型的强度问题:

- (1) 强度校核 已知外力 F_P ,杆件的横截面积 A ,以及材料的许用应力,校核杆件的强度是否安全。
- (2) 强度设计 已知外力 F_P ,杆件材料的许用应力 $[\sigma]$,为杆件设计出合理的截面尺寸以保证其安全工作。
- (3) 确定许可载荷 已知杆件的横截面尺寸(例如圆截面杆的直径)及材料的许用应力 $[\sigma]$,要求确定杆件或结构在强度安全的条件下所能承受的最大外部载荷。

1.1.4 安全因数与许用应力

对于由塑性材料制成的零部件,可取屈服强度 σ_s 或强度极限 σ_b 作为危险应力,即

$$\sigma^\circ = \sigma_s \quad \text{或} \quad \sigma^\circ = \sigma_b$$

对于脆性材料制成的零部件则取强度极限为其危险应力,即

$$\sigma^\circ = \sigma_b$$

安全因数则是许用应力小于危险应力的倍数。它与材料的性质(脆性还是塑性)、载荷情况(静载、动载、重复变化载荷等)、材料的不均匀性,以及外部载荷及应力计算的近似性等多种因素有关。

安全因数的大小还与所取的危险应力($\sigma^\circ = \sigma_s$ 或 $\sigma^\circ = \sigma_b$)有关。

对于静载荷作用下的塑性材料,当 $\sigma^\circ = \sigma_s$ 时

$$[\sigma] = \frac{\sigma_s}{n_s}$$

其中安全因数

$$n_s = 1.4 \sim 1.6$$

若取 $\sigma^\circ = \sigma_b$, 则

$$[\sigma] = \frac{\sigma_b}{n_b}$$

为了使两种情况下的 $[\sigma]$ 比较接近,考虑到 $\sigma_s = (0.5 \sim 0.7)\sigma_b$, 因此取安全因数

$$n_b = 2.4 \sim 2.6$$

对于静载荷作用下的脆性材料,只有强度极限 σ_b , 没有屈服强度,所以只有

$$[\sigma] = \frac{\sigma_b}{n_b}$$

其中安全因数

$$n_b = 2.5 \sim 3.0$$

此外,对于脆性材料,抗拉与抗压性能不等, $\sigma_b^- > \sigma_b^+$, 抗拉与抗压的许用应力因而不同,在强度计算中必须区别对待。

1.1.5 考虑杆件自重时,拉、压杆的应力、变形计算

在一般情形下,杆件的自重与其所受的外部载荷相比很小,在杆件的应力、变形计算中可以不予考虑。但是,在某些工程中,特别是建筑工程和水利工程中,有些结构或构件,例如重力坝、挡水墙、混凝土柱以及桥墩等,其本身的重量比较大,因此,在

应力、变形计算以及强度计算中必须加以考虑。

图 1-4(a)所示为承受拉力 F_P 的等截面直杆,根据横截面的平面假定,考虑自重时,其任意横截面上的应力为

$$\sigma(x) = \frac{F_N(x)}{A}$$

其中 $F_N(x)$ 为坐标为 x 处杆件横截面上的轴向力。根据截面法(图 1-4(b)),求得

$$F_N(x) = F_P + \gamma Ax$$

其中, F_P 为外加的轴向载荷; γ 为材料重度; A 为杆件的横截面面积; x 为表示横截面位置的坐标。

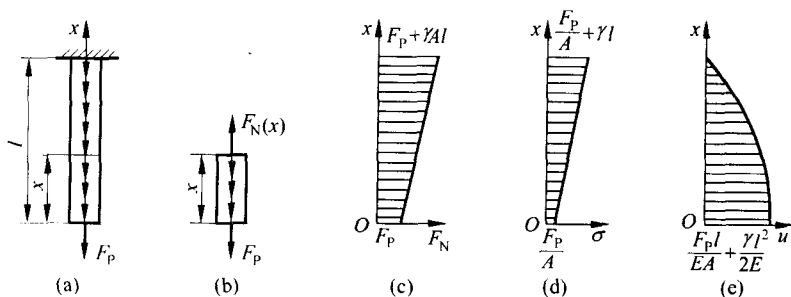


图 1-4 考虑自重时的杆件应力、变形计算

显然,当 $x=l$ 时,横截面上的轴向力和应力均达到最大值。这时

$$\sigma_{\max} = \frac{F_{N\max}}{A} = \frac{F_P + \gamma Al}{A}$$

于是其强度条件可以写成

$$\sigma_{\max} = \frac{F_{N\max}}{A} \leq [\sigma]$$

或

$$\frac{F_P + \gamma Al}{A} \leq [\sigma]$$

当无外力作用时, $F_P=0$, 这时

$$\sigma_{\max} = \frac{F_{N\max}}{A} = \frac{\gamma Al}{A} = \gamma l$$

其强度条件为

$$\gamma l \leq [\sigma]$$

根据式(1-4),考虑自重时,杆件任意横截面(到外加力 F_P 处的距离为 x)的位移为

$$u(x) = \Delta l \Big|_0^x = \int_l^x \frac{F_N}{EA} dx = \int_0^x \frac{F_P + \gamma Ax}{EA} dx = \frac{F_P x}{EA} + \frac{\gamma x^2}{2E}$$

这一位移即为 x 截面与固定截面之间杆段的伸长量 $\Delta l \Big|_0^x$ 。

杆件下端的位移即为杆件在 F_P 力和自重作用下的总伸长,其值为

$$\Delta l = \frac{F_P l}{EA} + \frac{\gamma l^2}{2E}$$

考虑到杆件的总重量 $F_w = \gamma Al$, 则

$$\Delta l = \frac{F_P l}{EA} + \frac{\gamma l^2}{2E} = \frac{F_P l}{EA} + \frac{F_w l}{2EA}$$

根据以上各式,可以画出轴向力、应力和位移沿轴线方向变化的曲线,它们分别如图 1-4(c)~图 1-4(e)所示。

1.1.6 拉、压杆件计算中需要注意的几个问题

1. 一定要用截面法计算内力

计算杆件的应力和变形时,切忌凭主观判断将截面附近作用的外力当作截面上的内力。特别是在拉、压杆计算中,不少初学者都很容易出现这一类错误。为了避免这类错误,初学者一定要用假想截面将杆件截开,然后考察其中某一部分的平衡,由平衡条件求得轴向力,从而进行应力、变形计算和强度计算。只有当这一方法已经掌握得比较牢固时,才可以不必在纸面上一一画出,但仍然必须有严格的截面法概念。

2. 在应力、变形计算中要特别注意公式的应用条件

计算应力、变形的过程中,要特别注意应力公式与变形公式的应用条件,其中应力公式的应用条件主要是轴向力必须沿着轴线方向;而变形公式的主要限制是弹性范围以及在 l 长度的范围内轴向力应为常量,当在不同段内轴向力不等时,应分段计算各段的变形,然后将各段变形的代数值相加,得到杆件的总变形量。

3. 学会判断危险状态

在计算许可载荷时,应会判断危险状态,而不能把许可内力与外力混淆起来(参见例题 1-11)。

1.2 例题示范

1.2.1 轴向力与轴向力图

例题 1-1 直杆受力如图 1-5(a)所示。

求: 指定横截面 1-1 和 2-2 上的轴向力,并画出直杆的轴向力图。

解 为求横截面 1-1 上的轴向力,首先,必须从截面 1-1 处将杆截开并分成两部

分,保留其左边部分。其次,假设截面上的轴向力为正方向,即为拉力,留下部分的受力图如图 1-5(b)所示。

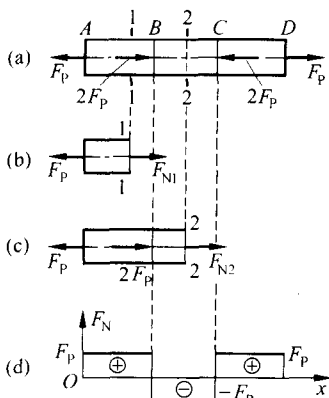


图 1-5 例题 1-1 图

根据平衡条件

$$\sum F_x = F_{N1} - F_P = 0$$

求得横截面 1-1 上的轴向力

$$F_{N1} = F_P$$

同样,还可以求得截面 2-2 上的轴向力。这时,仍假设横截面上的轴向力为正方向(拉力),其受力图如图 1-5(c)所示。

根据平衡条件

$$\sum F_x = F_{N2} + 2F_P - F_P = 0$$

求得横截面 2-2 上的轴向力

$$F_{N2} = -F_P$$

负号表示该截面上轴向力的实际方向与所设方向相反,即为压力。这样一来,一方面所得到的正负值与轴向力的正负规则相符(拉为正、压为负),另一方面便于利用所得的结果直接画出轴向力图。

对于 CD 段杆,各横截面上的轴向力亦不难确定为 F_P ,即 $F_N = F_P$ 。于是在 F_N-x 坐标中可以画出轴向力沿杆件轴线方向的变化图形,即轴向力图。

需要注意的是:这类问题虽然很简单,但是不少初学者却很容易出错。主要原因是习惯于应用截面法求内力,因而从错误的想法出发,错误地认为横截面 2-2 上的内力即为附近所作用的外力,即 $F_{N2} = -2F_P$ (压力)。这显然是错误的。如果严格地按照截面法,将直杆从截面 2-2 处截开,上述错误即可避免。

1.2.2 应力和变形计算

例题 1-2 一桁架的受力及各部分尺寸如图 1-6(a)所示,若 $F_P = 25\text{kN}$,各杆的横截面积均为 $A = 250\text{mm}^2$ 。

求: AB 杆横截面上的应力。

解 为求 AB 杆的应力,必须先根据约束的性质分析约束力,然后考察整体桁架平衡,求得 A 处的约束力,然后再用节点法或截面法求得 AB 杆的轴向力。

根据 A、F 两处的约束性质,桁架整体受力如图 1-6(b)所示。由平衡方程

$$\sum F_x = F_P + F_{Ax} = 0$$

$$\sum M_F(\mathbf{F}) = -F_P \times 8 - F_{Ay} \times 4 = 0$$

求得

$$F_{Ax} = -F_P = -25\text{kN}$$

$$F_{Ay} = -2F_P = -50\text{kN}$$

其中负号表示所假设的约束力方向与实际约束力方向相反。

再应用节点法,考察节点 A 的受力如图 1-6(c)所示。

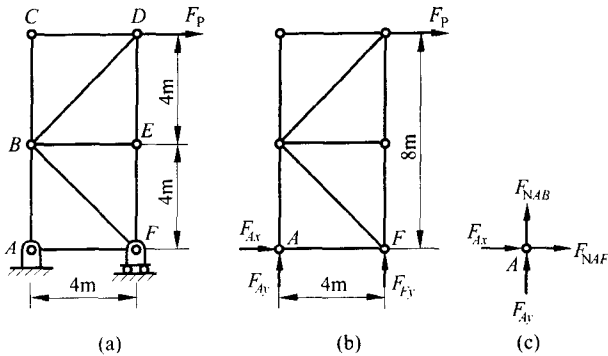


图 1-6 例题 1-2 图

根据平衡条件

$$\sum F_y = F_{NAB} + F_{Ay} = 0$$

求得 AB 杆的轴内力

$$F_{NAB} = -F_{Ay} = 50\text{kN} \quad (\text{拉力})$$

于是, AB 杆横截面上的正应力为

$$\sigma_{AB} = \frac{F_{NAB}}{A} = \frac{50 \times 10^3}{250 \times 10^{-6}} = 200 \times 10^6 (\text{Pa}) = 200 (\text{MPa})$$

例题 1-3 零件受力如图 1-7 所示,其中 $F_P = 38\text{kN}$ 。

求:零件横截面的最大正应力,并指出发生在哪一横截面上。

解 由于零件各横截面上的轴向力都是相同的,即

$$F_N = F_P$$

且开孔使截面积减小,所以最大正应力可能发生在孔径比较大的两个横截面 I-I 和 II-II 上。

对于截面 I-I,其横截面积

$$\begin{aligned} A_1 &= (50 - 22) \times 20 = 560 (\text{mm}^2) \\ &= 5.60 \times 10^{-4} (\text{m}^2) \end{aligned}$$

对于截面 II-II,其横截面积

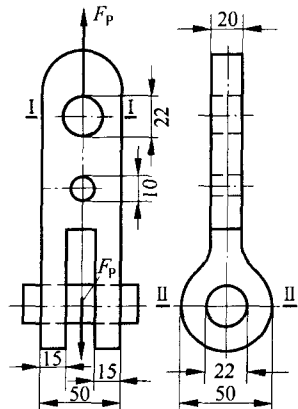


图 1-7 例题 1-3 图

$$A_2 = (50 - 22) \times 15 \times 2 = 840(\text{mm}^2) = 8.40 \times 10^{-4}(\text{m}^2)$$

于是,最大正应力发生在截面 I-I,其上之正应力为

$$\sigma_{\max} = \frac{F_N}{A_1} = \frac{F_P}{A_1} = \frac{3.8 \times 10^4}{5.60 \times 10^{-4}} = 67.88 \times 10^6(\text{Pa}) = 67.88(\text{MPa})$$

必须指出的是,由于开孔,在孔边形成应力集中,因而横截面上的正应力并不是均匀分布的。严格地讲,不能采用上述方法计算应力。上述方法只是不考虑应力集中时的应力,称为“名义应力”。如果将名义应力乘上一个应力集中因数就可以得到开孔附近的最大应力。应力集中因数可由有关材料力学手册中查得。

例题 1-4 图 1-8(a)中所示两根粗细相同的钢杆上悬挂着一刚性梁 AB,今在刚性梁上施加一垂直力 F_P 。欲使梁 AB 保持水平位置(不考虑梁自重)。

求:加力点位置 x 与 F_P, l 之间的关系。

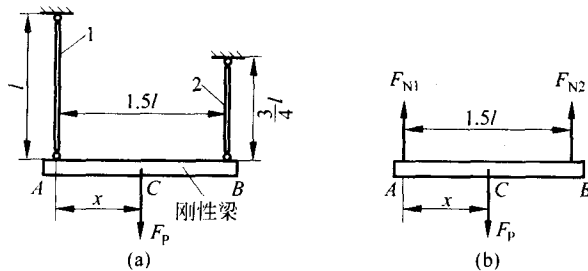


图 1-8 例题 1-4 图

解 假设 1、2 两杆所受的轴向拉力分别为 F_{N1} 和 F_{N2} ,如图 1-8(b)所示,则两杆的伸长量分别为

$$\Delta l_1 = \frac{F_{N1} l_1}{EA}$$

$$\Delta l_2 = \frac{F_{N2} l_2}{EA}$$

欲使梁 AB 保持水平,必须使两根杆的伸长量相等,即

$$\frac{F_{N1} l_1}{EA} = \frac{F_{N2} l_2}{EA}$$

其中 $l_1 = l, l_2 = \frac{3}{4}l$ 。于是由上式解得

$$F_{N1} = \frac{3}{4}F_{N2} \quad (\text{a})$$

又根据平衡条件

$$\sum M_C(F) = 0$$

得到