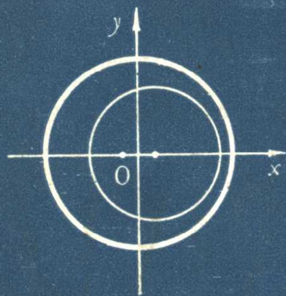
高中毕业生

数学套题选



SHUXUE TAOTIXUAN

辽宁教育出版社

高中毕业生

数 学 套 题 选

沈阳市中小学教学研究室　编

辽 宁 教 育 出 版 社
一九八五年·沈阳

高中毕业生

数学套题选

沈阳市中小学教学研究室　编

辽宁教育出版社出版　辽宁省新华书店发行

（沈阳市南京街6段1里2号）　朝阳六六七厂印刷

字数：146,000　开本：787×1092 1/32　印张：$6\frac{3}{4}$

印数：1—100,500

1985年4月第1版　1985年4月第1次印刷

责任编辑：俞晓群　封面设计：周咏红

统一书号：7371·27　定价：0.82元

出 版 说 明

为了帮助广大中小学师生开阔知识视野，沟通信息，交流经验，提高教学和学习质量，在沈阳市中小学教学研究室的积极支持下，我们出版了“中小学毕业生套题选”，包括高、初中政治、语文、数学、物理、化学，小学语文、数学，共十二本。可供中小学生、自学青年和教师参考。

这套书的题目选自全国部分省、市和地区的毕业生毕业试题、升学试题和模拟试题，是在广集资料、精心筛选的基础上形成的。所选试题包括基础知识和基本技能的训练，题型比较全面，基本上反映出全国各地中小学的教学水平。

为了使读者更好地理解试题内容，加强思维训练，书中还备有全部试题解答。

陈修农、邢恩德、张玉春、崔宏毅同志参加了这一分册的整理和编写工作。

目　录

试 题 部 分

1.北 京 市（理工科用）

一、填空：

（1）计算：$\lim\limits_{n\to\infty}[(n+1)+(n+2)+\cdots\cdots+2n]/n^2=$ ______。

（2）用集合表示，函数 $y=\lg(\text{ctg}x\cdot\sin x)$ 的定义域为______。

（3）在 $(\sqrt[3]{a}-\dfrac{1}{a})^8$ 的展开式中，不含 a 的项是第______项，它是______。

（4）圆锥的轴截面是等腰直角三角形，其底面积为10。那么它的侧面积为______。

（5）7个同学站在一排照像，其中有两个同学不排在相邻位置，则一共有______种不同排法。

（6）方程 $4^x-5\times2^x-6=0$ 的解为______。

（7）在等比数列 $\{a_n\}$ 中，若其中三项 a_1，a_2，a_4 又成等差数列则公比为______。

（8）把 $\sin12°-\cos12°+\sin54°$ 化为积的形式，就是______。

（9）已知复数 $z=1+\cos200°+i\sin200°$，则复数的模为______，幅角的主值为______。

（10）分别画出下列极坐标方程的图形：

① $\theta=\dfrac{\pi}{3}$（ρ允许取负值），

② $\rho=4\sin\theta$。

二、选择答案，每小题共有四个答案其中有且仅有一个答案是正确的，把所选答案的序号填入空白处。

（1）三条直线a,b，l，如果$a\perp l$，$b\perp l$，那么a和b的位置关系为（　　）。

（A）相交；

（B）平行；

（C）位置不确定；

（D）异面直线。

（2）一个圆的参数方程为$\begin{cases}x=2\cos\theta,\\ y=2\sin\theta.\end{cases}$一条直线的方程为 $3x-4y-9=0$。那么这条直线与圆的位置关系为（　　）。

（A）相交而不过圆心；

（B）过圆心；

（C）相切；

（D）相离。

（3）下列图 1—1 中的四个图形都是幂函数的图象，函数 $y=x^{\frac{2}{5}}$的图象为（　　）。

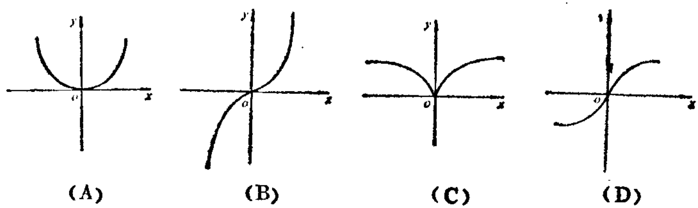


图 1—1

（4）已知函数$y=A\sin(\omega x+\phi)$，在同一个周期内当$x=\frac{\pi}{12}$时，取最大值$y=2$，当$x=\frac{7\pi}{12}$时，取最小值$y=-2$，那么函数的解析式为______。

（A）$y=\frac{1}{2}\sin(x+\frac{\pi}{3})$；

（B）$y=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$；

（C）$y=2\sin(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{6})$；

（D）$y=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$．

（5）已知椭圆的对称轴是坐标轴，离心率$e=\frac{2}{3}$，长轴的长为6，那么椭圆方程为（　　）．

（A）$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$；

（B）$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$；

（C）$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$或$\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{9}=1$；

（D）$\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{36}=1$或$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$．

（6）虚数$z=a+bi(b\neq 0)$，则$|z^2|$，$|z|^2$，z^2的关系是（　　）．

（A）互不相等；

（B）$|z^2|=|z|^2\neq z^2$；

（C）$|z^2|\neq|z|^2=z^2$；

（D）$|z^2|=|z|^2=z^2$．

（7）如果$\log_a\frac{2}{3}<1$，那么a的取值范围是（　　）．

(A) $0<a<\frac{2}{3}$； (B) $a>\frac{2}{3}$；

(C) $\frac{2}{3}<a<1$； (D) $0<a<\frac{2}{3}$或$a>1$。

(8) 下列关系中，使得α角存在的关系只有（ ）。

(A) $\sin\alpha=\frac{1}{3}$，且$\cos\alpha=\frac{2}{3}$；

(B) $\sin\alpha=\frac{a^2+b^2}{2ab}$ $(|a|\neq|b|)$；

(C) $\sin\alpha-\cos\alpha=\frac{4}{3}$；

(D) $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{1}{2}$ （α为锐角）。

三、已知下列函数：$f_1(x)=-\sqrt[3]{x}$；$f_2(x)=x^3+x$；$f_3(x)=\lg x$；$f_4(x)=x^2+1$。

(1) 上述函数哪些是奇函数？为什么？

(2) 在（1）中的奇函数里，哪些是递增函数，并证明之。

四、在四边形$ABCD$中，$\triangle BCD$是等边三角形，$\triangle ABD$是等腰直角三角形，且$\angle A=90°$，沿对角线BD折叠，使二面角$A—BD—C$为直二面角，折叠后，如图1—2所示，求二面角$A—DC—B$的大小（用反三角函数表示）。

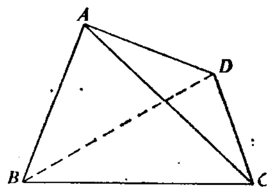


图1—2

五、过曲线$5x^2-4y^2+10x+16y-31=0$的右焦点，作倾角为$\theta=arc\cos\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$的直线，交曲线于A，B两点，

求 AB 的长。

六、如图1—3，$B_1, B_2, \cdots, B_n, \cdots$顺次为曲线$y=\frac{1}{x}$（$x>0$）上的点，$A_1$，$A_2$，$A_3$，…，$A_n$，…顺次为$ox$轴上的点，且$\triangle OB_1A_1$，$\triangle A_1B_2A_2$，…，$\triangle A_{n-1}B_nA_n$，…为等腰直角三角形（其中$\angle B_n$为直角），设$A_n$的坐标为（$x_n$，0）。

（1）求A_1，A_2，A_3的横坐标：x_1，x_2，x_3；

（2）归纳A_n的横坐标x_n的通项公式，并用数学归纳法证明你的结论。

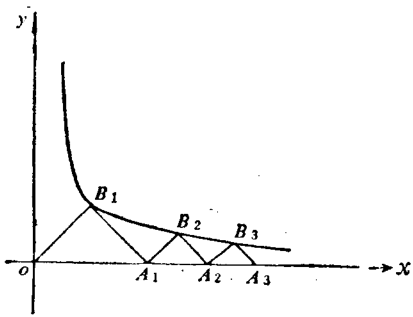


图1—3

2. 上 海 市（理工科用）

一、填空：

1．集合$A=\{$正整数$\}$，$B=\{x: -6<x<10, x\in J\}$，则$A\cap B$的子集的个数是__________。

2．若$f(x)=x^2-ax+1$有负值，则 a 的取值范围

是________.

3．作一个圆柱的内接正三棱柱，再作这个三棱柱的内切圆柱，那么，外圆柱和内圆柱的体积比为________.

4．直线L_1和L_2关于直线$y=x$对称，若直线L_1的方程是$y=ax+b$，那么直线L_2的方程是________.

5．从1、2、3、4、5、6、7、8、9中取出两个分别作一个对数的底和真数，一共可以得到______个不同的对数值；一共可以得到______个大于1的对数值.

6．若$\left(\sqrt[3]{x}+\frac{1}{x}\right)^n$展开式中的第五项是常数，则展开式中系数最大的项是第____项.

7．已知α，β均为锐角，且$\cos(\alpha+\beta)=\frac{12}{13}$，

$\cos(2\alpha+\beta)=\frac{3}{5}$，则$\cos\alpha=$________.

8．过点（2，－2）且与$\frac{x^2}{2}-y^2=1$有公共渐近线的双曲线方程为________.

二、设$\omega=\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$，以复平面上三个点$O$，$A$，$B$为顶点构成等腰直角三角形$OAB$，且$\angle AOB=90°$，若$O$，$A$，$B$对应的复数为$Z_0=0$，$Z_A=\omega-Z$，$Z_B=\omega+Z$，求$Z$，并求$\triangle OAB$的面积.

三、证明直线$\rho=\frac{1}{a\cos\theta+b\sin\theta}$（$b\neq0$）与圆$\rho=2c\cos\theta$相切的必要条件是：$b^2c^2+2ac=1$.

四、设$f(x)=x^2-x+k$，若$\log_2 f(a)=2$，$f(\log_2 a)$

$=k\ (a\neq 1)$，

求使得 $\begin{cases} f(\log_2 x)>f(1) \\ \log_2 f(x)<f(1) \end{cases}$ 成立的x的值。

五、如图2—1，点P在直径$AB=1$的半圆上移动，过P点作圆的切线PT，且$PT=1$，$\angle PAB=\alpha$，当α为何值时，四边形$ABTP$的面积最大？

六、已知数列相邻两项a_n，a_{n+1}是方程$x^2+3nx+C_n+\frac{9}{4}n^2=0$ $(n\in N)$的二根，且$a_1=1$，

求 $C_1+C_2+\cdots+C_{4P}$。

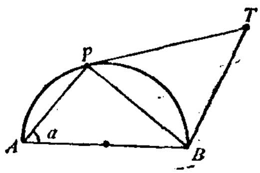


图2—1

七、如圆2—2，C是以AB为直径的圆周上的一点，PA垂直于圆所在的平面α。

（1）求证：平面$BPC\perp$平面APC。

（2）若$\angle ABC=30°$，PB与平面α成45°角，求平面CBP与平面ABP所成的角。

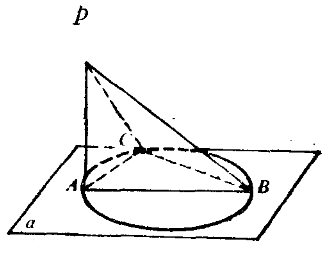


图2—2

八、抛物线$y^2=4ax(a>0)$，过焦点的弦P_1Q_1、P_2Q_2、P_3Q_3与x轴倾角分别为θ_1、θ_2、θ_3（均为锐角）。

（1）以S_1、S_2、S_3分别表示$\triangle OP_1Q_1$、$\triangle OP_2Q_2$、$\triangle OP_3Q_3$的面积。证明：

$$S_1=\frac{2a^2}{\sin\theta_1},\quad S_2=\frac{2a^2}{\sin\theta_2},\quad S_3=\frac{2a^2}{\sin\theta_3}.$$

（2）若$\theta_2=\theta_1+\theta_3$，求证：

$$S_2=\frac{S_1S_3}{\sqrt{S_1^2-4a^4}+\sqrt{S_3^2-4a^4}}.$$

3.黑龙江省（理工科用）

一、填空：

1．方程$4^x=2^{x+1}$的解$x=$____。

2．计算　$\lg 12.5-\lg\frac{5}{8}+\lg\frac{1}{2}=$____。

3．若角α的顶点在原点,始边在x轴的正半轴，$P(x,y)$是α终边上的点，则 $\sin\alpha=$____，$\operatorname{tg}\alpha=$____。

4．若$\sin\alpha=\frac{3}{5}$，$\alpha\in(\frac{\pi}{2},\pi)$，则$\cos\alpha=$____，

$\sin 2\alpha=$____。

5．三垂线定理的逆定理是：在平面内的一条直线，如果和这个平面的一条斜线垂直，那么________________。

6．若A表示斜棱柱集合，B表示直棱柱集合，C表示正棱柱集合，则$A\cap B=$____，$B\cap C=$____。

7．椭圆$9x^2+25y^2=225$的长半轴$a=$________，离心率$e=$________。

8．等差数列28,21,14,……的通项公式,$a_n=$______，这个数列前9项的和$S_9=$______。

9．无穷等比数列2048，1024，512,……各项的和 $S=$________。

10．已知$z=-1+i$，z的三角形式是________，z^5的代数形式是________________。

11．$(x^3-2x)^7$的展开式的第四项 $T_4=$____，$(1-x)^5$

的奇次项系数和是________。

二、判断下列各命题的对错，对的在后边的括号内划“√”，错的划“×”：

1．如果一个平面内的两条平行直线平行于另一个平面，那么这两个平面平行。（　　　）

2．椭圆$\frac{x^2}{\sqrt[4]{4}}+\frac{y^2}{\sqrt[3]{3}}=1$的焦点在$y$轴上。（　　）

3．若$a>0$，则$-a$的平方根是$\sqrt{a}i$。（　　　）

4．若$a>1$时，$y=\log_a x$是增函数。（　　）

5．当$a>1$时，$y=a^{-x}$是增函数。（　　）

三、下列各题在A、B、C、D四个答案中仅有一个是正确的，选出正确答案的标号填在〔　　　〕内：

1．〔　　〕是奇函数。

（A）$y=-|\sin x|$；　　（B）$y=\sin(-|x|)$；

（C）$y=\sin|x|$；　　（D）$y=x\sin|x|$。

2．都按对应关系$f:x\to y=x^2$使集合X的元素x对应于集合Y的元素y，其中〔　　〕种情况，f是从X到Y的一一对应。

（A）$X=R$，$Y=R$；

（B）$X=R$，$Y=\{$非负实数$\}$；

（C）$X=\{$非负实数$\}$，$Y=R$；

（D）$X=\{$非正实数$\}$，$Y=\{$非负实数$\}$。

3．多边形的对应边成比例是多边形相似的〔　　　〕条件。

（A）充分不必要；　　（B）必要不充分；

（C）充分必要；　　（D）既不充分也不必要。

4．方程$x^2+2x-y+1=0$所表示的曲线是〔　　〕。

(A) 圆；　　　　　(B) 椭圆；

(C) 双曲线；　　　(D) 抛物线。

四、用数学归纳法证明：$a^{2n+1}+b^{2n+1}$ 能被 $a+b$ 整除。

五、已知函数 $f(x)=3\sin x\cos(x+\frac{\pi}{6})+3\cos x\sin(x+\frac{\pi}{6})$：

1．求 $f(x)$ 的最小正周期；

2．求出 $f(0)$ 和 $f(\pi)$；

3．求 $f(x)$ 在 $(0,\pi)$ 内等于零的 x 值；

4．在 $(0,\pi)$ 内，x 为何值时，$f(x)$ 达到最大值和最小值，求出最大值和最小值；

5．画出 $f(x)$，$x\in[0,\pi]$ 的图象。

六、已知圆锥曲线的极坐标方程 $\rho=\frac{ep}{1-e\cos\theta}$：

1．化此方程为直角坐标方程；

2．求出 $e>1$ 时，双曲线中心的直角坐标和实半轴长，虚半轴长。

七、如图3—1，长方体的长和宽都是10cm，高是5cm：

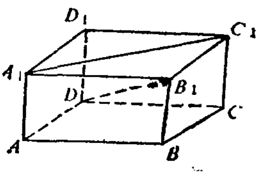


图3—1

1．求直线 BC 和直线 A_1C_1 所成角的度数；

2．证明 $DB_1\perp C_1A_1$；

3．求直线 DB_1 和平面 $B_1C_1D_1$ 夹角的正弦；

4．求 DB_1 与 A_1C_1 的距离。

八、已知 l、m、n 是三个互

不相等的正实数，用这三个数同时作一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的三个系数：

1．能作出多少个不同的一元二次方程，并写出这些方程；

2．证明这些方程中至少有两个方程有虚根。

4.湖 南 省（理工科用）

一、填充题：

（1）不等式 $\frac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}$ 成立的条件是______；其中等号成立的条件是______。

（2）已知集合 $A=\{x:-5\leqslant x<3\}$、$B=\{x:0<x\leqslant 4\}$。则 $A\cup B=$______；$A\cap B=$______。

（3）函数 $y=\sqrt{\log_2 x}$ 的定义域是____；值域是____。

（4）三角方程 $\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{\pi}{2}<x<\pi\right)$ 的解是___；$tg2x=1$ 的解集是______。

（5）用平行于底面的平面截棱锥；截面面积与底面面积之比为1:2。这个截面截得的棱的高与已知棱锥的高之比是____；其体积之比是____。

二、选择题：本题共有5个小题，每个小题都给出代号为A、B、C、D的四个结论，其中只有一个结论是正确的，把正确结论的代号写在题后的圆括号内。

（1）函数 $y=2x+\sqrt[3]{x}$ 是（　　　）。

（A）偶函数；

（B）奇函数；

（C）既是偶函数又是奇函数；

（D）既非偶函数又非奇函数。

（2）$a=b$是$ax=bx$的（　　）。

（A）充分条件；　　（B）必要条件；

（C）充要条件；　　（D）既非充分条件又非必要条件。

（3）平面上有六个点，其中任何三点不在一条直线上，可连接成直线的条数是（　　）。

（A）P_6^2；　　（B）$2C_6^1$；

（C）C_6^2；　　（D）$C_6^2C_4^2C_2^2$

（4）极坐标方程$\rho=\frac{1}{2-\cos\theta}$表示的曲线是（　　）。

（A）抛物线；　　（B）圆；

（C）椭圆；　　（D）双曲线。

（5）在空间，下列命题中正确的命题是（　　）。

（A）如果两条直线同垂直于一条直线，那么这两条直线平行；

（B）如果两条直线同平行于一个平面，那么这两条直线平行；

（C）如果两个平面同垂直于一个平面，那么这两个平面平行；

（D）如果两条直线同垂直于一个平面，那么这两条直线平行。

三、在平面直角坐标系（图4—1）内，用五点法画出函数$y=3\sin2x+1$（$x\in R$）在一个周期内的图象，并回答所列问题。