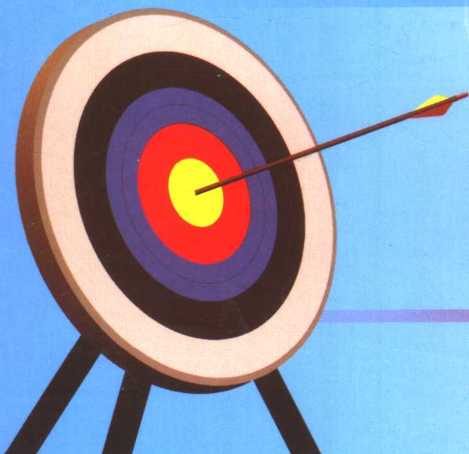
大学物理考点全方位训练



主编 陈春天 熊燕玲 赵玉华

哈尔滨工业大学出版社

大学物理考点全方位训练

主　编　陈春天　熊燕玲　赵玉华
主　审　何丽娟

哈尔滨工业大学出版社
·哈尔滨·

内容提要

本书通过要点提示、题型分析和习题解答启发读者思维，提高分析问题、解决问题的能力，在解题中注重提供多种思路、多种解法，对训练学生的发散思维和创新意识有积极的引导作用。

本书既可与《大学物理教程》配套使用，也可作为独立的大学物理辅助学习参考书及报考研究生的读者系统地备考大学物理时参考。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理考点全方位训练/陈春天等主编.—哈尔滨：哈尔滨工业大学出版社，2005.5

ISBN 7-5603-2158-5

Ⅰ.大…　Ⅱ.陈…　Ⅲ.物理学－高等学校－教学参考资料　Ⅳ.04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 043311 号

出版发行　哈尔滨工业大学出版社
社　　址　哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号　邮编 150006
传　　真　0451－86414749
印　　刷　哈尔滨市工大节能印刷厂
开　　本　787×960　1/32　印张 6.75　字数 180 千字
版　　次　2005 年 5 月第 1 版　2005 年 5 月第 1 次印刷
书　　号　ISBN 7-5603-2158-5/O·182
印　　数　1～6 000
定　　价　10.00 元

前　言

本书是遵循"循序渐进、逐步深化、温故知新"的学习规律编写的，各单元的内容提要简练，教学要求明确，突出课程重点、难点、考点，选题典型、覆盖面广、难易层次分明，能满足不同程度读者的备考需要。

书中结合教材内容，通过要点提示、题型分析和习题解答启发读者思维，提高学生分析问题、解决问题的能力，为加强练习，还设置了模拟试题供学生自我检测。本书在解题中注重提供多种思路、多种解法，对训练学生的发散思维和创新意识有积极的引导作用。

一、考点归纳——高度归纳总结，内容清晰明了，成竹在胸。

二、考点解析——典型考题，详尽分析，举一反三，触类旁通。

三、考点训练——内容广泛，类型众多。

四、参考解答——给出训练习题的全部解答，技巧性强。

本书的作者都是长期工作在教学第一线的教师，具有丰富的教学经验。第一、二、三、四、五章由陈春天编写；第六、七、八、九、十章由熊燕玲编写；第十一、十二、十三、十四、十五章由赵玉华编写；本书由何丽娟主审。编写过程中得到了李冬华、张晓冰、卢杰、吕月兰的帮助，在此表示感谢。

由于时间仓促、水平有限，难免有疏漏之处，敬请各位读者批评指正。

编　者

2004 年 8 月于哈尔滨

目　录

第一章　质点运动学

考点归纳

一、描述运动状态的物理量

1. 位置矢量

为了确定质点在空间的位置，需要引入位置矢量，在直角坐标系中位置矢量和坐标的关系是

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$$

质点运动时，位置矢量是时间的函数，称为质点的运动函数

$$\boldsymbol{r} = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k}$$

2. 位移

$$\Delta\boldsymbol{r} = \Delta x\boldsymbol{i} + \Delta y\boldsymbol{j} + \Delta z\boldsymbol{k}$$

位移是描述质点空间位置变化的物理量，位移和路程是两个不同的概念。

3. 速度和加速度

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}, \quad \boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$$

4. 轨道方程

表征质点运动路径的轨迹，通过运动方程消去时间参数 t 而得到。

二、基本运动规律

1. 匀变速直线运动

位移 $$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

速度 $$v = v_0 + at$$

2. 圆周运动

切向加速度 $$\boldsymbol{a}_\tau = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}$$

法向加速度 $$\boldsymbol{a}_n = \frac{v^2}{R}\boldsymbol{n}$$

式中：$\boldsymbol{\tau}$ 表示沿切线方向的单位矢量；$\boldsymbol{n}$ 表示沿法线方向的单位矢量。

总加速度 $$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_\tau + \boldsymbol{a}_n$$

考点解析

质点运动学的考题大致可分为两种类型。第 Ⅰ 种类型：已知质点的运动方程，求质点的位移、路程、速度和加速度；第 Ⅱ 种类型：已知质点的速度或加速度的表达式及初始条件，求质点的运动方程和轨道方程。

求解以上两种类型的考题时，通常要建立相应的坐标系，运用积分或微分方法求解。本章按直线运动、圆周运动和一般曲线运动的顺序举例分析。

[例1-1] 已知一质点的运动方程为：$x = 3t^2 - t^3$(SI)。试求：

(1) 质点何时达到最大的正 x 值？

(2) 最初 4 s 内质点经过的路程是多少？

(3) 最初 4 s 内质点经过的位移是多少？

(4) 第 2 s 末质点的速度和加速度各是多少？

(5) 第 2 s 内的平均速度是多少？

分析　此题属于第Ⅰ种类型,即已知质点运动方程,求质点位移、速度和加速度等物理量,采用求导运算解题。

解　建立一维坐标系,设质点沿 x 轴正向运动。

(1)$v = dx/dt = 6t - 3t^2$

令 $v = 0$,即

$$6t - 3t^2 = 0$$

得

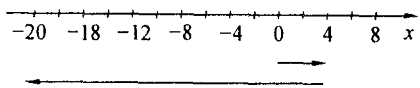
$$t = 2(\mathrm{s})$$

质点此时刻开始改变运动方向,达到最大正 x 值。

(2)$t = 0$ 时质点恰在 $x_0 = 0$ 处,t 从 0 s 到 2 s 以及 2 s 到 4 s 之间的位移分别为

$$\Delta x_1 = x(2) - x_0 = x(2) = 3 \times 2^2 - 2^3 = 4(\mathrm{m})$$

$$\Delta x_2 = x(4) - x(2) = (3 \times 4^2 - 4^3) - 4 = -20(\mathrm{m})$$



例 1-1 图

由例 1-1 图可见,最初 4 s 内质点经过的路程

$$s = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 4 + 20 = 24(\mathrm{m})$$

(3) 最初 4 s 内质点经过的位移

$$x = 3t^2 - t^3 = 3 \times 4^2 - 4^3 = -16(\mathrm{m})$$

(4) 由速度和加速度的定义可知

$$v = dx/dt = 6t - 3t^2 = 6 \times 2 - 3 \times 2^2 = 0(\mathrm{m \cdot s^{-1}})$$

$$a = dv/dt = 6 - 6t = 6 - 6 \times 2 = -6(\mathrm{m \cdot s^{-2}})$$

(5) 由平均速度的定义可知

$$v = \frac{x|_{t=2} - x|_{t=1}}{\Delta t} = \frac{4-2}{2-1} = 2(\mathrm{m \cdot s^{-1}})$$

[例 1-2]　有一小球沿斜面向上运动,小球离开初始位置向上滚动的距离与时间的关系为 $s = 9t - t^3$(SI),试求:

(1) 小球的初速度?

(2) 小球何时开始下滚?

分析 此题属于第 Ⅰ 种类型,即已知质点运动方程,求质点速度等物理量,将小球沿斜面返回的条件表达为 $v = 0$,从而求得小球返回时已经历的时间。

解 (1)$v = \frac{ds}{dt} = 9 - 3t^2$,则 $t = 0$ 时,可得小球的初速度

$$v_0 = 9(\mathrm{m \cdot s^{-1}})$$

(2) 小球开始返回时,s 取极大值,故

$$v = \frac{ds}{dt} = 9 - 3t^2 = 0$$

小球开始下滚的时间为 $t = 1.73(\mathrm{s})$

[例 1-3] 已知质点的运动方程为 $\boldsymbol{r} = A\cos\omega t\boldsymbol{i} + B\sin\omega t\boldsymbol{j}$,式中 A、B、ω 均为正常数。

(1) 求 t 时刻质点的速度和加速度;

(2) 质点作什么运动?求其轨道方程。

分析 此题属于第 Ⅰ 种类型,即已知质点运动方程,求质点速度和加速度等物理量,采用求导运算解题,并根据求得的物理量判断质点的运动形式。

解 (1) 由速度和加速度定义

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = -A\omega\sin\omega t\boldsymbol{i} + B\omega\cos\omega t\boldsymbol{j}$$

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = -A\omega^2\cos\omega t\boldsymbol{i} - B\omega^2\sin\omega t\boldsymbol{j}$$

(2) 由运动方程知

$$x = A\cos\omega t \quad y = B\sin\omega t$$

两式联立,消去 t,得质点的轨道方程为

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$$

由 x、y 的表达式知,质点在 x 轴方向和 y 轴方向的分运动为

两个振动方向相垂直的同频率的简谐振动,合运动是椭圆运动。

[**例 1-4**] 已知质点的加速度 $\boldsymbol{a} = 12\boldsymbol{j}$,在 $t = 0$ 时,$\boldsymbol{v}_0 = 5\boldsymbol{i}$。试求质点的速度。

分析 此题属于第 Ⅱ 种类型:已知运动质点的加速度的表达式和初始条件,求质点的运动速度,采用积分运算解题。

解 由加速度求速度可用积分法

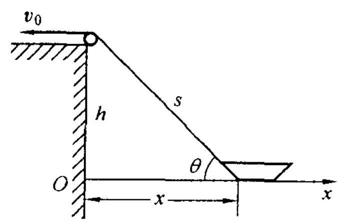
$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{a} = 12\boldsymbol{j} \quad 则\ \mathrm{d}\boldsymbol{v} = 12\mathrm{d}t\boldsymbol{j}$$

积分,得 $$\boldsymbol{v} = \int 12\boldsymbol{j}\mathrm{d}t = 12t\boldsymbol{j} + \boldsymbol{c}$$

由 $t = 0$ 时,$\boldsymbol{v}_0 = 5\boldsymbol{i}$,求得 $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{v}_0 = 5\boldsymbol{i}$

所以,质点的速度 $\boldsymbol{v} = 5\boldsymbol{i} + 12t\boldsymbol{j}$

[**例 1-5**] 在离水面高度为 h 的岸边上以速率 v_0 收绳拉小船靠岸,如例 1-5 图所示,试求小船被拉到离岸边 x 处时刻的速率和加速度的大小。



例 1-5 图

分析 此题属于第 Ⅰ 种类型,但运动方程是时间的隐函数,通过几何关系建立质点运动方程,求速度和加速度等物理量,采用求导运算解题。

解 由题意知

$$v_0 = -\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}, \qquad x = \sqrt{s^2 - h^2}$$

所以小船的速率

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sqrt{s^2 - h^2} = \frac{s}{\sqrt{s^2 - h^2}}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = -\frac{\sqrt{x^2 + h^2}}{x}v_0$$

小船的加速度

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(-\frac{\sqrt{x^2 + h^2}}{x}v_0\right) = -\frac{h^2 v_0^2}{x^3}$$

考点训练

1-1 两辆车 A 和 B,在笔直的公路上同向行驶,它们从同一起始线上同时出发,并且由出发点开始计时,行驶的距离 x(m) 与行驶时间 t(s) 的函数关系式分别为 $x_A = 4t + t^2, x_B = 2t^2 + 2t^3$。请回答下述各题:

(1) 它们刚离开出发点时,行驶在前面的一辆车是________;

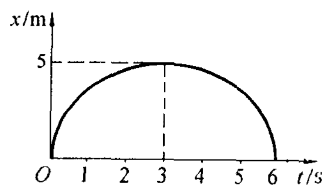
(2) 出发后,两辆车行驶距离相同的时刻是____________;

(3) 出发后,B 车相对 A 车速度为零的时刻是__________。

1-2 一小球沿斜面向上运动,其运动方程为 $s = 5 + 4t - t^2$(SI),则小球到最高点的时刻是(　　)。

(A)$t = 4$ s　(B)$t = 2$ s　(C)$t = 8$ s　(D)$t = 5$ s

1-3 一质点作直线运动,其坐标 x 与时间 t 的函数关系曲线如题 1-3 图所示。则该质点在第______秒瞬时速度为零;在第______秒至第______秒间速度与加速度同方向。



题 1-3 图

1-4 一物体悬挂在弹簧上,在竖直方向上振动,其振动方程为 $y = A\sin\omega t$,其中 A、ω 均为常数。

(1) 物体的速度与时间的函数关系式为__________;

(2) 物体的速度与坐标的函数关系式为__________。

1-5 在 x 轴上作变加速直线运动的质点,已知其初速度 v_0,初始位置为 x_0,加速度 $a = ct^2$,则其速度与时间的关系为 $v =$ __________;运动方程为 $x =$ __________。

1-6 一物体悬挂在弹簧上作竖直振动,其加速度为 $a =$

$-ky$,式中 k 为常量,y 是以平衡位置为原点所测得的坐标,假定振动的物体在坐标 y_0 处的速度为 v_0,试求速度 v 与坐标 y 的函数关系式。

1-7 一质点沿 x 方向运动,其加速度随时间变化关系为 $a = 3 + 2t$(SI),如果初始时质点的速度 v_0 为 $5\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$,则当 $t = 3\ \mathrm{s}$ 时,质点的速度 v = ________。

1-8 对于沿曲线运动的物体,以下几种说法中正确的是(　　)。

(A) 切向加速度必不为零

(B) 法向加速度必不为零

(C) 由于速度沿切线方向法向分速度必为零,因此法向加速度必为零

(D) 若物体做匀速率运动,其总加速度必为零

1-9 一质点沿半径为 R 的圆周运动,在 $t = 0$ 的时刻经过 P 点,此后它的速率 v 按着 $v = A + Bt$(A、B 均为已知常量)变化。则质点沿圆周运动一周再经过 P 点时切向加速度 a_τ 为________;法向加速度 a_n 为________。

1-10 一质点沿半径为 R 的圆周运动,其路程随时间的变化规律为 $s = v_0 t - \frac{1}{2}bt^2$,式中 v_0 和 b 为大于零的常数,试求:

(1) 何时质点切线加速度和法线加速度大小相等?

(2) 切线加速度和法线加速度大小相等时总加速度多大?

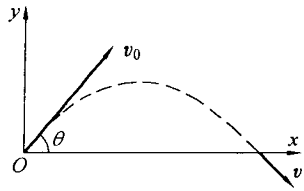
1-11 一质点沿 x 轴运动,其加速度与位置坐标的关系为 $a = 4 + 3x^3$,若质点在原点处的速度为零,试求其在任意位置处的速度。

1-12 如题 1-12 图所示,一小球由地面开始作斜上抛运动,初速度的大小为 v_0,与水平方向成 θ 角。设地面是水平的,且忽略空气阻力,试求:

(1) 小球在任一时刻的位置坐标及轨迹方程;

(2) 小球在 t 时刻的速度、切向加速度和法向加速度;

(3) 小球落到地面时的切向加速度、法向加速度及此时轨迹的曲率半径。



题 1-12 图

1-13 路灯距地面高为 H,身高为 h 的人以匀速率 v_0 离灯而去,求人头顶的投影移动的速度。

1-14 一物体作直线运动,初速度为零,初始加速度为 a_0,出发后每经过时间间隔 τs,加速度均匀增加 a_0,求经过 ts 后物体的速度和距出发点的距离。

1-15 在距河岸 5 km 处有一灯塔 A,它发出的光束每分钟转动一周,求当光束扫至与岸边成 60° 角时,光点沿岸边滑动的速度和加速度。

参考解答

1-1 (1)A (2)1.19 s (3)0.67 s

1-2 B

1-3 3 3 6

1-4 (1)$v = \omega A\cos\omega t$ (2)$v = \omega\sqrt{A^2 - y^2}$

1-5 $v_0 + \frac{1}{3}ct^3$ $x_0 + v_0 t + \frac{1}{12}ct^4$

1-6 解 由已知,得 $\frac{dv}{dt} = v\frac{dv}{dy} = -ky$

分离变量 $vdv = -kydy$

则 $\int_{v_0}^{v} vdv = \int_{y_0}^{y} -kydy$

积分得 $v = \sqrt{v_0^2 + k(y_0^2 - y^2)}$

1-7 23 m · s^{-1}

1-8 B

1-9 B; $\frac{A^2}{R} + 4\pi B$

1-10 解 (1)$v = \frac{ds}{dt} = v_0 - bt$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(v_0 - bt)^2}{R}$$

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = b$$

当$|a_n| = |a_\tau|$时，$b = \frac{1}{R}(v_0 - bt)^2$解得

$$t = \frac{1}{b}(v_0 + \sqrt{Rb})$$

(2)$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{b^2 + (v_0 - bt)^4/R^2} = \sqrt{2}b$

1-11 解 设质点在任一位置 x 处速度为v，又

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = v\frac{dv}{dx}$$

可得 $$\frac{vdv}{dx} = 4 + 3x^3$$

分离变量，由初条件得 $\int_0^v v dv = \int_0^x (4 + 3x^3) dx$

$$v = \sqrt{8x + 1.5x^4}$$

1-12 解 (1)$x = (v_0\cos\theta)t$ ①

$$y = (v_0\sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2 \quad ②$$

消去 t 得轨迹方程为

$$y = x\tan\theta - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2 \quad ③$$

(2) 对式 ① 和式 ② 求导得

$$v_x = v_0\cos\theta \quad ④$$

$$v_y = v_0\sin\theta - gt \tag{5}$$

故速度大小为

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(v_0\cos\theta)^2 + (v_0\sin\theta - gt)^2}$$

速度与 x 轴和 y 轴夹角分别为 α、β，则

$$\cos\alpha = \frac{v_x}{v} = \frac{v_0\cos\theta}{\sqrt{(v_0\cos\theta)^2 + (v_0\sin\theta - gt)^2}}$$

$$\cos\beta = \frac{v_y}{v} = \frac{v_0\sin\theta - gt}{\sqrt{(v_0\cos\theta)^2 + (v_0\sin\theta - gt)^2}}$$

切向加速度为

$$a_\tau = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{g^2 t - v_0\sin\theta g}{\sqrt{(v_0\cos\theta)^2 + (v_0\sin\theta - gt)^2}} \tag{6}$$

法向加速度为

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2} = \sqrt{g^2 - a_\tau^2} \tag{7}$$

以式⑥代入式⑦即可。

(3) 小球落到地面时 $y = 0$，由式②得所需时间为

$$t_1 = \frac{2v_0\sin\theta}{g}$$

把 t_1 代入式⑥和式⑦得

$$a_\tau = g\sin\theta, a_n = g\cos\theta \tag{8}$$

由前面式④、⑤得

$$v = v_0$$

由 $a_n = v^2/\rho$ 得曲率半径为

$$\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{v_0^2}{g\cos\theta}$$

1-13　解　取坐标系如解题 1-13 图所示。设 t 时刻人在 x_A 处，头顶的投影在 x_B 处，因为 $\triangle ABD \backsim \triangle OBC$，有

$\dfrac{h}{H} = \dfrac{x_B - x_A}{x_B}$ 得投影速度