

高中数学 学习导引

Gaozhong Xuexi Daoyin

上册

原子能出版社



梁寿山 蒋佩锦 叶克琪 邵琰明 编著

高中数学学习导引

(上册)

梁寿山 蒋佩锦 编著
叶克琪 邵琰明

北京市东城区教育局中学教研室

原子能出版社

内容简介

本书是学习高中数学的导引，是为在校、在职和待业学习的各类青年编写的。上册包括代数、三角和立体几何。所谓导引，就是按新的结构教学法给读者知识结构，使读者按结构去掌握具体知识；给读者学习程序，使读者通过对应性和综合性训练巩固基本知识，掌握基本技能。本书编写原则是：知识分块系统化；基础知识简明扼要；习题形式多样而又精炼，避免题海战术。本书可作为高考和考工、考职应试的系统复习和练习资料，可供知识青年自学之用，亦可供教师教学参考。

高中数学学习导引

(上册)

梁寿山 蒋佩锦 编著
叶克琪 邵琰明

北京市东城区教育局中学教研室 审订

原子能出版社出版

(北京 2108信箱)

北京通县长城印刷厂印刷

(北京顺义牛栏山一中印刷厂排版)

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

☆

开本 787×1092 1/32 ·印张16.375 ·字数367千字

1986年 12月北京第一版·1986年 12月北京第一次印刷

印数 1—30600 ·统一书号， 7175·738

定价：2.85元

前 言

《高中数学学习导引》是高中学生学习数学的向导。

本书是按照知识结构编写的。知识多种多样，千变万化，犹如浩瀚的海洋。在现代化社会中，知识更新加快，信息量就象无尽的洪流。但是，知识是有规律的，各学科之间以及各学科内部各分支之间互相联系，互为因果。导引，就是给出知识结构、体系、线索，指导同学们沿着结构去掌握具体知识。

本书是按照学习程序编写的。了解一块知识的结构，通过学习掌握有关知识，又经过相应的基本训练和综合训练去掌握知识，深化概念，去测试自己掌握基本知识、基本技能的程度和能力。如此一浪推一浪地前进。这样，同学们获得的知识又好比滚雪球一样，越滚越大。导引，就是给程序，为学习引路，给同学们一把金钥匙，让大家去打开科学知识的宝库。学习本身也是科学，要学习得法，就可以举一反三，触类旁通，达到事半功倍的目的。本书就是力图按照这一原则为同学们指出一条正确的学习途径。

本书以教育部统编教材为基础，以比较精练的文字或图表揭示知识结构，以少而精的练习题训练同学运用知识解决问题的能力。本书可以作为在校学生或知识青年的“自学钥匙”，也可以供高中总复习，高考应试和考工应试之用，还可供教师教学参考。

由于本书是根据新的教学方法和学习方法而编写的，时间又比较仓促，一定会存在不足之处。我们打算在实践中加

以改进和完善。请老师们和同学们提出宝贵意见。

本书由梁寿山（北京二中）、蒋佩锦（北京五中）、叶克琪（北京景山中学）和邵琰明（北京东直门中学）编写，由北京市东城区教育局中学教研室审订。

编 者

1985年5月

目 录

前 言	(1)
第一编 代 数	(1)
第一讲 数与式	(1)
一、基础知识	(1)
(一)数 集	(1)
(二)实 数	(3)
(三)复 数	(5)
(四)代数式	(7)
(五)指数式与对数式	(9)
二、基本训练	(11)
练习 1-1	(12)
练习 1-1 答案	(18)
三、综合训练	(22)
习题 1-1	(45)
四、自我检查题 1-1	(49)
第二讲 方程	(52)
一、基础知识	(52)
(一)方程的概念与分类	(52)
(二)解方程(组)的理论	(52)
(三)方程(组)的解法	(54)
(四)列方程(组)解应用问题(略)	(57)
二、基本训练	(57)
练习 1-2	(58)
练习 1-2 答案	(63)
三、综合训练	(66)

四、自我检查题 1-2	(92)
第三讲 不等式	(95)
一、基础知识	(95)
(一) 不等式的性质	(95)
(二) 不等式(组)的解法	(96)
(三) 不等式的证明	(98)
二、基本训练	(99)
练习 1-3	(99)
练习 1-3 答案	(103)
三、综合训练	(105)
习题 1-3	(123)
四、自我检查题 1-3	(126)
第四讲 函数	(129)
一、基础知识	(129)
(一) 映射与函数	(129)
(二) 函数的性质	(130)
(三) 几个重要的初等函数	(131)
二、基本训练	(135)
练习 1-4	(136)
练习 1-4 答案	(140)
三、综合训练	(142)
习题 1-4	(158)
四、自我检查题 1-4	(160)
第五讲 排列、组合与二项式定理	(162)
一、基础知识	(162)
(一) 排列与组合	(162)
(二) 数学归纳法	(163)
习题 1-2	(90)

(三) 二项式定理	(163)
二、基本训练	(164)
练习 1-5	(169)
练习 1-5 答案	(172)
三、综合训练	(174)
习题 1-5	(193)
四、自我检查题 1-5	(197)
第六讲 数列与极限	(199)
一、基础知识	(199)
(一) 数 列	(199)
(二) 数列的极限	(206)
(三) 无穷等比数列(公比的绝对值小于1)各项和公式	(208)
二、基本训练	(208)
练习 1-6	(209)
练习 1-6 答案	(212)
三、综合训练	(216)
习题 1-6	(248)
四、自我检查题 1-6	(251)
习题及自我检查题答案	(253)
习题 1-1	(253)
自我检查题 1-1	(256)
习题 1-2	(261)
自我检查题 1-2	(268)
习题 1-3	(271)
自我检查题 1-3	(277)
习题 1-4	(281)
自我检查题 1-4	(286)
习题 1-5	(288)

自我检查题 1-5	(293)
习题 1-6	(295)
自我检查题 1-6	(300)
第二编 三角	(304)
第一讲 三角函数的定义和基本性质	(304)
一、基础知识	(304)
(一) 任意角的三角函数	(304)
(二) 同角的三角函数间的关系	(307)
(三) 三角函数的基本性质	(308)
二、基本训练	(308)
练习 2-1	(309)
三、综合训练	(316)
习题 2-1	(325)
四、自我检查题 2-1	(327)
第二讲 两角和差的三角函数	(329)
一、基础知识	(329)
(一) 两角和与差的正弦、余弦、正切公式	(329)
(二) 二倍角的正弦、余弦、正切公式	(329)
(三) 半角的正弦、余弦、正切公式	(330)
(四) 万能公式	(330)
(五) 三角函数的和差化积公式	(330)
(六) 积化和差公式	(331)
(七) 几个常用于和积互化的公式	(331)
二、基本训练	(332)
练习 2-2	(334)
三、综合训练	(340)
习题 2-2	(356)
四、自我检查题 2-2	(361)

第三讲 反三角函数和三角方程..... (363)

一、基础知识..... (363)

(一) 反三角函数的定义..... (363)

(二) 反三角函数的图象和性质..... (364)

(三) 关于反三角函数的恒等式..... (365)

(四) 三角方程的基本概念..... (365)

(五) 最简单的三角方程的解集..... (366)

(六) 简单的三角方程..... (366)

二、基本训练..... (367)

练习 2-3-1..... (368)

练习 2-3-1 答案..... (371)

练习 2-3-2..... (373)

练习 2-3-2 答案..... (374)

三、综合训练..... (377)

习题 2-3..... (389)

四、自我检查题 2-3..... (391)

第四讲 解三角形..... (393)

一、基础知识..... (393)

(一) 解三角形的概念..... (393)

(二) 直角三角形中的边角关系..... (393)

(三) 解直角三角形的基本类型..... (394)

(四) 斜三角形中的边角关系..... (394)

(五) 解斜三角形的基本类型..... (395)

(六) 几个概念..... (395)

二、基本训练..... (396)

练习 2-4..... (397)

练习 2-4 答案..... (399)

三、综合训练..... (409)

习题 2-4	(409)
四、自我检查题 2-4	(411)
习题及自我检查题答案	(413)
习题 2-1	(413)
自我检查题 2-1	(410)
习题 2-2	(410)
自我检查题 2-2	(431)
习题 2-3	(434)
自我检查题 2-3	(436)
习题 2-4	(436)
自我检查题 2-4	(437)
第三编 立体几何	(438)
第一讲 直线和平面	(438)
一、基础知识	(438)
(一) 平面的基本性质	(438)
(二) 直线与直线的位置关系	(438)
(三) 直线与平面的位置关系	(438)
(四) 两个平面的位置关系	(441)
(五) 空间有关距离的概念	(443)
(六) 其它常用定理	(443)
二、基本训练	(444)
练习 3-1	(447)
练习 3-1 答案	(452)
三、综合训练	(453)
习题 3-1	(467)
四、自我检查题 3-1	(469)
第二讲 多面体和旋转体	(472)
一、基础知识	(472)

(一) 多面体	(472)
(二) 旋转体	(474)
(三) 柱、锥、台的侧面积与体积及球的表面积与体积	(475)
(四) 其它定理和公式	(476)
二、基本训练	(477)
练习 3-2	(478)
练习 3-2 答案	(481)
三、综合训练	(482)
习题 3-2	(497)
四、自我检查题 3-2	(500)
习题及自我检查题答案	(501)
习题 3-1	(501)
习题 3-2	(501)
自我检查题 3-1	(502)
自我检查题 3-2	(506)

第一编 代 数

第一讲 数与式

一、基础知识

(一) 数 集

1. 集合与元素

(1) 集合：每一组对象的全体形成一个集合。集合可以简称为集。

(2) 元素：集合里的各个对象叫做这个集合的元素。

(3) 集合中元素的特性：对于任何给定的集合，集合中的元素是确定的，是互异的，元素之间是没有顺序的。

(4) 集合与元素之间关系的符号表示：用符号 $a \in A$ 表示元素 a 属于集合 A ，用符号 $a \notin A$ 表示元素 a 不属于集合 A 。

2. 集合的表示方法

(1) 列举法：把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内表示集合的方法，叫做列举法。

(2) 描述法：把集合中的元素的公共属性描述出来，

写在大括号内表示集合的方法，叫做描述法。

3. 有限集与无限集

(1) 有限集：含有有限个元素的集合叫做有限集。

(2) 无限集：含有无限个元素的集合叫做无限集。

4. 单元素集与空集

(1) 单元素集：只含有一个元素的集合叫做单元素集。 $\{a\}$ 是只含有元素 a 的集合，它与元素 a 是不相同的。

(2) 空集：不含有任何元素的集合叫做空集，用符号 ϕ 来表示。

5. 数集

(1) 数集：如果一个集合中的所有元素都是数，那么这个集合叫做数集。

(2) 数集的常用符号：

N ——自然数集， Z ——整数集，

Q ——有理数集， Q^+ ——正有理数集，

Q^- ——负有理数集， R ——实数集，

R^+ ——正实数集， R^- ——负实数集，

C ——复数集。

6. 子集与真子集

(1) 子集：如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，那么集合 A 叫做集合 B 的子集，记作 $A \subseteq B$ （或 $B \supseteq A$ ）。

任何一个集合是它本身的子集；空集是任何集合的子集。

(2) 真子集：如果 A 是 B 的子集，并且 B 中至少有一个元素不属于 A ，那么集合 A 叫做集合 B 的真子集，记作 $A \subset B$ （或 $B \supset A$ ）。

(3) 集合的相等：对于两个集合 A 与 B ，如果 $A \subseteq B$ ，同时 $B \subseteq A$ ，则称集合 A 与集合 B 相等，记作 $A = B$ 。

7. 交集与并集

(1) 交集：由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素组成的集合，叫做 A ， B 的交集，记作 $A \cap B$ 。

$$A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$$

对于任何集合 A ， B ，有

$$A \cap A = A, A \cap \phi = \phi, A \cap B = B \cap A$$

(2) 并集：由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A ， B 的并集，记作 $A \cup B$ 。

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$$

对于任意集合 A ， B ，有

$$A \cup A = A, A \cup \phi = A, A \cup B = B \cup A.$$

8. 全集与补集

(1) 全集：在研究集合与集合之间的关系时，可以把一些集合看作一个给定集合的子集，那么这个给定的集合叫做全集，记作 I 。

(2) 补集：已知全集 I ，集合 $A \subseteq I$ ，由 I 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做集合 A 在集合 I 中的补集，记作 $\bar{A}$ 。

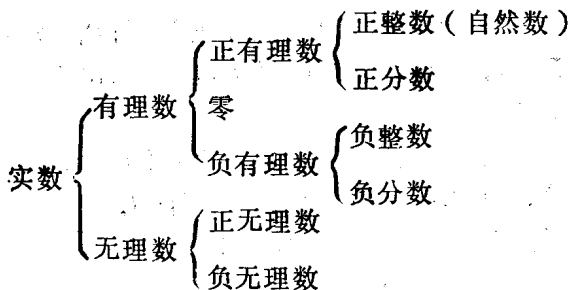
$$\bar{A} = \{x | x \in I \text{ 且 } x \notin A\}$$

对于任何集合 A ，有

$$A \cup \bar{A} = I, A \cap \bar{A} = \phi, \overline{\bar{A}} = A$$

(二) 实 数

1. 实数的分类：



2. 质数与合数

质数集与合数集都是自然数集的真子集。

(1) 质数：一个大于1的正整数，只能被1和它本身整除，不能被其他正整数整除，这样的正整数叫做质数（或素数）。

(2) 合数：一个正整数除了能被1和它本身整除外，还能被另外的正整数整除，这样的正整数叫做合数。

3. 有理数与无理数

(1) 有理数：无限循环小数（包括整数和有限小数），叫做有理数。有理数都可表示成 $\frac{a}{b}$ 的形式（其中 a, b 都是整数，且 $b \neq 0$ ）。

(2) 无理数：无限不循环小数叫做无理数。无理数都不能表示成 $\frac{a}{b}$ 的形式（其中 a, b 都是整数，且 $b \neq 0$ ）。

4. 倒数与相反数

(1) 倒数：如果两个实数的积等于1，那么这两个实数叫做互为倒数。

(2) 相反数：如果两个实数的和等于0，那么这两

个实数叫做互为相反数。

5. 绝对值与算术根

(1) 绝对值：正实数的绝对值是它本身，负实数的绝对值是它的相反数，零的绝对值是零。

(2) 算术根：非负实数的非负方根，叫做算术根。

6. 实数的比大小与实数的运算（略）

(三) 复数

1. 复数的概念

(1) 复数：把形如 $a+bi$ (a, b 都是实数)的数叫做复数。 i 叫做虚单位。

(2) i 的性质：

① $i^2 = -1$;

② $i^{4n} = 1, i^{4n+1} = i, i^{4n+2} = -1, i^{4n+3} = -i. (n \in N)$

(3) 复数的分类：

$$\begin{array}{l} \text{复数 } a+bi \\ (a \in R, b \in R) \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{实数 } (b=0) \\ \text{虚数 } (b \neq 0) \left\{ \begin{array}{l} \text{纯虚数 } (a=0, b \neq 0) \\ \text{非纯虚数 } (a \neq 0, b \neq 0) \end{array} \right. \end{array} \right.$$

(4) 共轭复数：如果两个复数的实部相等，虚部互为相反数，那么这两个复数叫做共轭复数。

复数 $Z = a+bi$ 的共轭复数是 $\bar{Z} = a-bi$ 。

(5) 复数相等：两个复数相等的充要条件是它们的实部与虚部分别相等。

$$a+bi = c+di \iff \begin{cases} a=c \\ b=d \end{cases}$$