

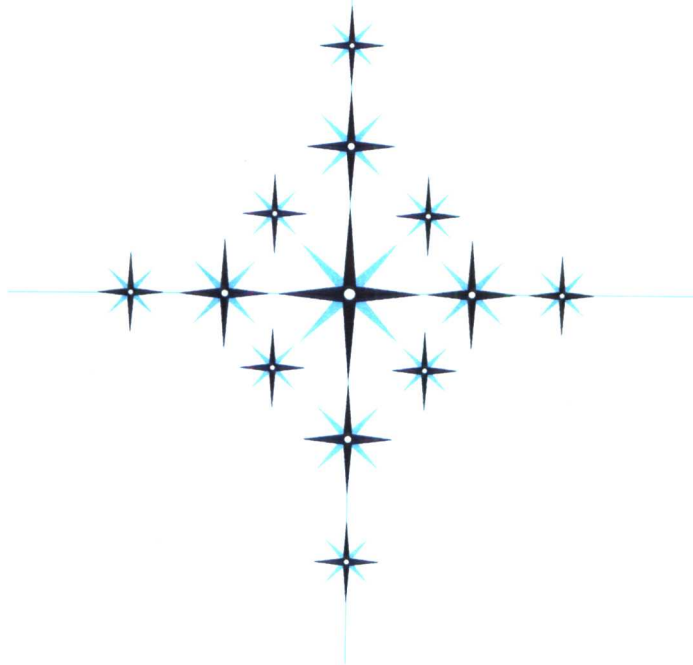
# 科学奥秘录

21世纪少年百科丛书



# 六大数学难题

李文汉 编著



SA278/2304

## 内 容 提 要

六大数学难题，是指古希腊三大几何难题和近代三大数学难题。你听说过吗？它们都是些什么样的题目呢？

本书选择有趣的传说和历史故事，从一个侧面浅显地向你介绍了六大数学难题——从提出问题到寻求解答的生动过程，使你对几何和代数的来龙去脉，有一个粗略的了解。

责任编辑：文赞阳 许贤忠  
插 图：郝红章 郝 迈

## 出版说明

《21世纪少年百科丛书》是我社献给跨进新世纪少年朋友的一份礼物。这套书是介绍自然科学和社会科学基本知识、体现科技新成果的大型丛书。它融思想性、科学性、趣味性和可读性为一体，具有知识体系完备、门类齐全、内容丰富、讲述生动等特色，是少年朋友们学科学长知识的理想用书。

1978年，我社开始出版新中国第一套《少年百科丛书》，到1987年，共出版了198种，累计印数5000万册。1989年，我社从中精选120种，成套出版《少年百科丛书》（精选本），先后印制10版次，累计印数127000套（不包括这套书中各小套的印数）。这套书的出版，受到了社会各界的关注和欢迎。党和国家的领导人十分关怀和重视。彭真同志曾给我社写信祝贺，说：“你们克服各种困难，为孩子们，为国家做了

一件大好事。”李鹏总理和严济慈副委员长为丛书题了词。许多专家、学者、作家、教师和家长写文章对《少年百科丛书》给予积极的评价，热情称赞它是“通往知识海洋的港口”，“哺育科学巨人的乳汁”，是少年儿童的良好益友。这套书在全国性评奖中曾多次获奖，国家教育部还专门发文向全国中小学生推荐。它赢得了广大青少年的喜爱。

新的世纪到来了，随着科学技术日新月异的发展，科学普及读物的作用日渐重要，《少年百科丛书》有必要进行修订和更新，以适应科技的发展和读者的需要。为此，我们决定对这套书进行修订，编辑新版的《21世纪少年百科丛书》。这次修订，增加了新的内容和选题，删去了一些陈旧的内容，对原书做了大规模的修改和补充，并进行了新的组合。全套书共100种，包括自然知识读物60种，社会知识读物40种。为满足读者需求，还出版精选本20种。两种版本同时发行。

在这套百科丛书的自然科学部分，有的讲解天文、地理、生物、数学、物理、化学等基础学科的各种知识；有的介绍科技发展史上重大发明和成就；有的展示科学技术在生产和生活中实际应用的成果；还有的讲述近几十年来高新技术的发展和应用情况。在社会科学部分，有的介绍哲学和社会发展、政治、

经济、教育、法律、民族、宗教、心理、军事、体育、民俗等重要学科的基本理论和实践，有的讲述中外历史的发展进程，有的介绍文学艺术的基本知识。丛书还为几百位中外科学家、文学家、艺术家立传，介绍他们的生平事迹。这些图书运用辩证唯物主义和历史唯物主义观点和方法，生动地向我们显示了科学技术对社会发展的巨大推动作用，贯穿了正确的世界观和人生观，是青少年在新世纪中健康成长的不可缺少的营养。

《21世纪少年百科丛书》是二百三十多位专家学者、几十位新老编辑及各方面专业人员共同创造的成果，是他们的劳动和智慧结晶。我们向所有为这套大型丛书的问世做出贡献的人们表示深深的敬意和感谢。希望这套书在向一代代少年儿童普及科学文化知识的事业中，起到它应有的作用，同时欢迎各界读者提出意见和建议，帮助我们吧图书编得更好。

《21世纪少年百科丛书》编委会

2000年7月

《少年百科丛书》

总策划设计 叶至善 遇衍滨

《21世纪少年百科丛书》

总策划 海 飞 黄伯诚

主 编 黄伯诚 雪 岗

编委会成员：

海 飞 黄伯诚 雪 岗

马书田 王信予 王洪涛

刘道远 张士真 杨向荣

张继凌 周建明 温 航

# 目

# 录

你会三等分一直角吗	1
古老的三大难题	3
近代的三大难题	6
在几何三大难题的故乡	8
阿基米德之死	11
高等学院门上的警句	15
欧几里得的杰出著作	16
圆规直尺作图法	20
我国古代的作图工具	23
传染病与几何难题	25
三等分角方法	29
立方倍积方法	34
化圆为方方法	36
化圆为线段	38
等分圆周问题	41
用代数方法研究几何图形	44



勤奋的高斯	46
费尔马数	49
正十七边形的墓碑	52
走向胜利	54
五次方程的挑战	57
人类智慧的胜利	59
三份论文的遭遇	61
短促而光辉的一生	64
近世代数学的伟大成就	67
得来不易的胜利	69
老问题,新争论	71
近似等分圆周法	73
度数为整数的角的三等分问题	76
三等分角器	80
规尺作图法的余波	82
不要再搞三等分角了	83
四色问题的由来	88
四色问题的提法	89
四种颜色是必需的	92
莫尔根的错误	93
几经波折的证明	95
七色环面	98
电子计算机的功绩	101

关于数论	103
欧几里得的妙法巧证	105
关于猜想	108
几个重要的素数类型	110
勾股数	113
费尔马小定理	115
费尔马大定理	117
费尔马问题的性质	119
10万马克奖给谁	122
哥德巴赫猜想的由来	125
堡垒正在被逐个攻破	127
殆素数	132
不断刷新着的世界纪录	134
愿捷报早传	137

## 你会三等分一直角吗

用圆规和直尺,把一个直角分成三个  $30^\circ$  角的方法是这样的:

$\angle AOB$  是直角。

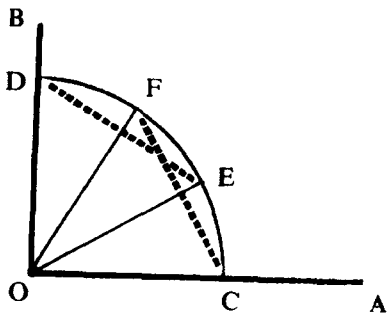
以  $O$  为心,任意长为半径,画弧  $\widehat{CD}$  交  $OA$  于  $C$ ,  
交  $OB$  于  $D$ 。

以  $D$  为心,  $OD$  的长为半径,画弧与  $\widehat{CD}$  交于  $E$ ;  
以  $C$  为心,  $OC$  的长为半径,画弧与  $\widehat{CD}$  交于  $F$ 。

连接  $O, E$  和  $O, F$ , 得

$$\angle COE = \angle EOF = \angle FOD = 30^\circ,$$

即  $\angle AOB$  被  $OE, OF$  三等分。



几何作图必须有严格的证明。这个作图方法的正确性是这样证明的：

连接 D、E 和 C、F。

$$\therefore OE = OD = DE,$$

$\therefore \triangle ODE$  为正三角形，

$$\therefore \angle EOD = 60^\circ,$$

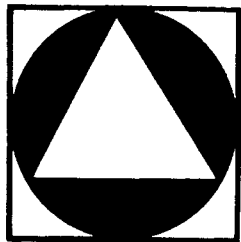
$$\begin{aligned}\therefore \angle COE &= \angle COD - \angle EOD \\ &= 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ.\end{aligned}$$

同理， $\angle FOD = 30^\circ$ ，

$$\therefore \angle EOF = 90^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle COE = \angle EOF = \angle FOD = 30^\circ,$$

即 OE、OF 三等分  $\angle AOB$ 。

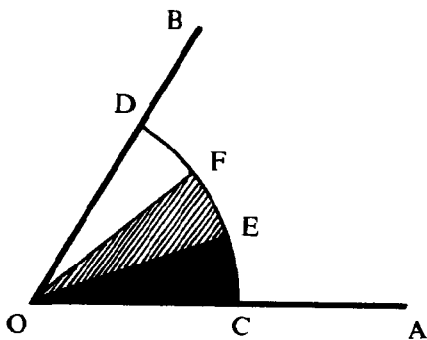


## 古老的三大难题

在学了三等分一直角后，我们很容易联想到这样一个问题：对任意给定的一个角，是不是也可以用圆规和直尺的作图方法，把它三等分呢？

也许你认为这个问题很简单：不外乎对任意的 $\angle AOB$ ，以 $O$ 为心，任取一个半径画弧，分别交 $OA$ 、 $OB$ 于 $C$ 、 $D$ 二点；再设法在 $\widehat{CD}$ 上取 $E$ 、 $F$ 两点，使 $\widehat{CE} = \widehat{EF} = \widehat{FD}$ ，得 $\angle COE = \angle EOF = \angle FOD = \frac{1}{3}\angle AOB$ ；于是， $\angle AOB$ 就被 $OE$ 、 $OF$ 三等分了。

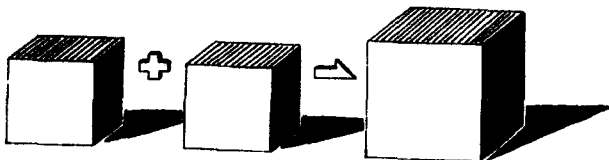
要是你真的想过这个问题，你可能没有想到，这



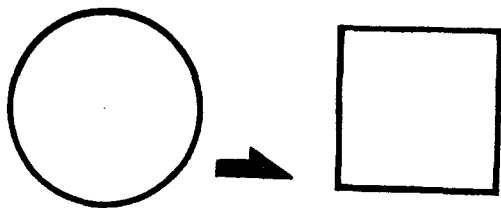
就是延续了两千多年才得到解决的世界性难题——三等分角问题。

三等分角问题，最先是古希腊人提出来的。它和古希腊人提出来的另外两个问题——立方倍积问题和化圆为方问题一起，被称为圆规直尺作图三大难题，或者叫做初等几何作图三大难题。

立方倍积问题是：求作一个正方体的棱长，使这个正方体的体积，是已知正方体体积的二倍。



化圆为方问题是：求作一个正方形，使它的面积和已知圆的面积相等。

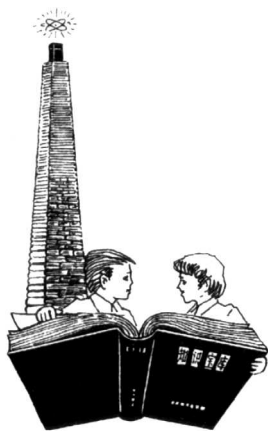


这三个问题，大约是在公元前的6世纪到4世纪之间提出来的，经过人们两千多年的奋斗，直到1837年，才解决了立方倍积问题和三等分角问题。又过了45年，在1882年，化圆为方问题才最后获得

解决,到现在不过 100 年。这三个问题虽然不同,但是解决的结论却是一样的,这就是按圆规直尺作图方法,它们都是不可能做到的!

这个答案,很可能是提出三大难题的古希腊人所不曾预料到的。

这三大难题是数学史上著名的不可能问题。它们的解决,对活跃人们的思想,促进数学的发展,都是很有意义的。



## 近代的三大难题

圆规直尺作图三大难题,题意浅显,在它们被解决之前,从初学几何的青少年,到经验丰富的学者,千千万万的人曾经从事这一工作。现在,问题已经彻底解决了,除了一些科学知识不够普及的地方,还有人在这些问题上浪费时间和精力外,终于让位给近代三大数学难题了。

近代数学如参天大树,已经形成了好几十个分支,每个分支都有自己的难题,还有许多跨分支的难题,所以难题很多,很难说出一个确切的数目。

最近一两百年来,在青少年中流传较广、影响较大的著名数学难题,是四色地图问题、费尔马大定理和哥德巴赫猜想。

四色地图问题是:画在一张纸上的每一幅地图,或者是画在地球仪上的每一幅地图,要使得有共同边界的国家着不同的颜色,只要四种颜色就够用了。

费尔马大定理是:形如  $x^n + y^n = z^n$  的方程,当  $n$  大于 2 时,不可能有正整数解。



哥德巴赫猜想是：每一个大于或者等于 6 的偶数，都可以表示为两个素数的和；每一个大于或者等于 9 的奇数，都可以表示为三个奇素数的和。

这三个问题被称为近代三大数学难题。其中，四色地图问题是 1852 年提出来的，已经在 1976 年被证明；费尔马大定理是 1670 年公布的，已于 1995 年被美国科学家证明；哥德巴赫猜想是 1742 年提出来的，还没有得到解决。

这三个问题，四色地图问题属于几何学，其他两个是数论问题。

