

ZHONGGUO SHUXUE JIANSHI

中外数学简史编写组
山东教育出版社

中国
数学
简史

中国数学简史

中外数学简史编写组

山东教育出版社

一九八六年·济南

编写组人员名单

(以姓氏笔划为序)

白尚恕	李迪	李兆华	李继闯
沈康身	罗见今	张莫宙	袁小明
梁宗巨	黄顺基	欧阳降	

中国数学简史

中外数学简史编写组

山东教育出版社出版

(济南经九路胜利大街)

山东省新华书店发行 山东新华印刷厂德州厂印刷

850×1168毫米32开本 19.625印张 440千字

1986年8月第1版 1988年8月第1次印刷

印数 1—1,950

书号 13275·33 定价 3.45 元

出版说明

数学史，是研究数学发展进程与规律的学科，它对于追溯数学的渊源，指导数学的进展和预见数学的未来，都有十分重要的意义。认真探索先人的数学思想，往往比仅仅掌握由此而得到的数学结论更为重要。

早在十九世纪，西方有些国家的大学就开设了数学史课程，目前在这些国家开设数学史课的大学已极为普遍。美国有的大学还设置了数学史系。本世纪五十年代，我国也曾把数学史列为高等师范院校的选修课，但由于师资和教材的原因，这个计划并没有得到实施。近年来，情况有了很大好转，开设数学史课的大学逐年增加，于是教材便成为普遍的迫切要求。

为此，北京师范大学、内蒙古师范大学、中国人民大学、杭州大学、辽宁师范大学、西北大学、山西大学、上海师范大学、天津师范大学的部分教师和山东教育出版社共同发起，拟编写出版《中国数学简史》和《外国数学简史》两部教材，以应急需。1983年3月，山东教育出版社组织部分作者在济南召开了两部教材的编写讨论会，会上拟定了编写原则和编写提纲。全体编写人员经过一年又三个月的努力，于1984年6月完成了两部教材的初稿。同年七、八月份，原教育部委托北京师范大学举办了由全国高等院校一百余名教师参加的“中外数学史讲习班”，对这两部教材的初稿进行了试讲。在广泛征求意见的基础上，编写人员又对初稿进行了认真的修改，即成为现在

的这个样子。

原教育部委托举办“中外数学史讲习班”时，我国著名数学家江泽涵先生、吴文俊先生、王梓坤先生出席了开幕式并讲了话，尔后江泽涵先生、吴文俊先生又分别为《外国数学简史》和《中国数学简史》写了序；在这两部教材的编写过程中，还得到许多有关部门、有关院校、有关专家和有关同志的支持，在此一并致谢！

编写和出版此类教材，在我国还是首次，尚属尝试，必然存在缺点和不足，希望全国各高等院校师生、有关专家和其他读者在阅读和使用及时指出，以便再版时修改，使其逐步完善。

一九八五年十一月

序

以《九章算术》为代表的中国古代传统数学，与以欧几里得《几何原本》为代表的西方数学，代表着两种不同的体系，其思想与方法各呈特色。前者着重应用与计算，其成果往往以算法的形式表达。后者着重概念与推理，其成果一般以定理的形式表达。前者的思维方式是构造性与机械化的，而后者则往往偏重于存在唯一以及概念之间相互关系等非构造性的纯逻辑思维。前者由于它机械化的思维方式与算法形式的具体成果，从思想上与方法上正好切合于计算机出现后的时代要求。遗憾的是，明代中国古算实学因长期忽视而几成绝学，至明末西算传入，更使自秦汉以至宋元的古算传统沦落至烟没无闻。研究历史决非是历史癖好古而已，其主要目的应在于古为今用。特别如中国古算的传统特色与其思想体系，对于未来数学的发展应起巨大的指导与推动作用，更应不惜痛下功夫。因此，将中国古算的具体成就与思想实质向高等院校广为传播，乃是一件大事，决不能等闲视之。

吴文俊

一九八五年四月

于中国科学院系统科学研究所

目 录

绪论	1
----	---

第一编 中国数学的起源

第一章 中国数学的萌芽	19
第一节 出土文物的几何形状与几何图案	19
第二节 早期的数目观念与数字符号	23
第三节 原始的记数方法	27
第四节 商甲骨文与周金文中的某些数学资料	31
第二章 早期数学知识的积累	39
第一节 《周易》、《墨子》等典籍中的数学知识	39
第二节 《周髀》、《三统历》等书中的数学	48
第三节 汉简中的数学知识	59
第四节 筹算与十进制制	64

第二编 中国初等数学体系的形成与发展

第三章 数学专著《九章算术》	71
第一节 《九章算术》的成书概况	71
第二节 数系的初步建立	78
第三节 比率与盈不足术	86
第四节 求积与勾股	97
第五节 开方术与“方程”	109
第四章 古代数学理论研究的深化	124
第一节 赵爽《周髀》注中的数学成就	124
第二节 刘徽的治学方法与数学思想	134

第三节	刘徽在数学理论方面的杰出贡献	152
第四节	刘徽在数学上几个出色的创作	159
第五节	祖冲之父子的卓越成就	170
第六节	《元嘉历》、《大明历》中的数学	178
第五章	孙子定理、开带从立方、二次内插法 与简算法	183
第一节	《孙子算经》与孙子定理	183
第二节	《张邱建算经》中的数学成就	188
第三节	《缉古算经》与开带从立方	195
第四节	《皇极历》与《麟德历》中的等间距二次内插法	209
第五节	《大衍历》中的不等间距二次内插法及其他成就	214
第六节	筹算的改革与敦煌算书	220
第六章	隋唐时期数学教育与中外数学交流	228
第一节	数学教育的制度化	228
第二节	中国数学传入朝鲜	232
第三节	中国数学东传日本	236
第四节	印度数学的传入	239
第七章	刘益、贾宪和沈括的数学成就	247
第一节	刘益的正负开方术	247
第二节	贾宪的增乘开方法与开方作法本源	253
第三节	沈括的隙积术、会圆术与运筹	263
第八章	秦九韶和杨辉的数学成就	272
第一节	秦九韶与《数书九章》	272
第二节	大衍求一术	278
第三节	高次方程的秦九韶解法	290
第四节	杨辉的数学研究与数学教育工作	296
第九章	天元术、四元术及招差术	308
第一节	天元术与李冶的成就	308

第二节	《授时历》中的三次内插法	317
第三节	朱世杰的垛积术与四次内插法	323
第四节	朱世杰的四元术	332
第五节	阿拉伯数学的传入	341
第三编 中国数学的缓慢发展与西方数学的传入		
第十章	初等数学的普及与西方数学的传入	348
第一节	初等数学与珠算的普及	348
第二节	《几何原本》与《同文算指》	358
第三节	三角术、对数与比例规等的传入	364
第十一章	清代前期的数学工作	370
第一节	梅文鼎及其数学工作	370
第二节	康熙帝与《数理精蕴》	389
第三节	早期计算机和年希尧、明安图的成就	397
第十二章	传统数学的整理与研究	414
第一节	戴震等人对《算经十书》的发掘	414
第二节	焦循、汪莱、李锐的数学工作	420
第三节	罗士琳等人的数学工作	429
第四编 中西数学的合流		
第十三章	幂级数、尖锥术与垛积术	436
第一节	幂级数的研究及应用	436
第二节	李善兰的尖锥术	454
第三节	李善兰的垛积术	470
第十四章	变量数学的传入及其影响	490
第一节	清末西方变量数学的传入	490
第二节	中西数学的交互发展	501
第五编 现代数学研究的开端与进展		
第十五章	现代数学研究在中国的开端	528

第一节	留学生与学习西方数学教育	528
第二节	学术团体与中外学术交流	541
第三节	数学研究成果概述	547
第十六章	新中国成立后数学发展简况	561
第一节	1949年到1966年的中国数学界	561
第二节	1949年到1966年的主要学术成就	568
	中国数学大事年表	583
	人名索引	600
	编后记	617

绪 论

中国数学史的对象是什么？如何估评中国数学史的价值？中国传统数学有哪些特点？中国数学的发展该如何分期？……这是研究中国数学史必须首先明确的一些重要问题。

一、中国数学史的对象

数学史是研究数学发展规律的科学。任何一种事物都有其自身发展的规律性，有些事物从外表上看起来似乎杂乱无章，但实际上都是按照某些规律发展着的。数学也不例外，它也有自身的发展规律。

研究数学发展规律不能凭空进行，研究者要明确研究对象和掌握资料。数学史的研究对象与数学的研究对象是两个不同的范畴，不能混为一谈。众所周知，恩格斯对数学的研究对象有一句名言：“纯数学的对象是现实世界的空间形式和数量关系，所以是非常现实的材料。”（《反杜林论》，1970，人民出版社，第35页）“空间形式”和“数量关系”在不同的历史时期，人们的认识和理解自然要发生变化。例如空间形式，在19世纪初叶以前人们理解为欧几里得空间；以后则扩张为非欧几里得空间。恩格斯这句话的关键在于指明数学研究对象在现实世界中，是客观存在的东西。数学研究者根据研究对象——空间形式和数量关系——抽象出规律来，如定义、公理、定

理，乃至数学理论，等等。

人们研究数学规律的发展、包括研究方法、历史背景、学术交流、哲学对数学发展的影响、数学与实践的关系等等，就是数学史。从认识上看，数学是第一个层次，数学史是第二个层次，后者是以前者为基础的。因此，数学史的对象是历代的数学成果和影响数学发展的各种因素。

中国数学史研究数学在中国发展的规律。数学的发展有普遍的规律，大体上适用于各个国家，当然也适用于中国。但是每个国家都有其特殊情况，各个国家的数学发展并不是千篇一律，有的在某一个历史时期内发展较快，而在另一个时期内又慢了下来。尤其是中国数学，就其本身来说，与西方有所不同，有优点也有缺点，有经验也有教训，应当认真总结。中国数学史的对象是中国历代的数学成果和影响中国数学发展的各种因素。

根据中国数学史研究对象的定义，中国数学史的研究首先应从考察中国历代数学成果入手。中国历史上到底有多少数学成果，它们的价值和水平怎样？研究方法和特点与西方有何不同？等等。为了解决这些问题，必须对中国古代的数学著作进行清理和研究。中国古代数学著作之多，虽非浩如烟海，但为数亦确实不少。至今还没有人作过确切的统计。我们估计全部古代数学著作（包括失传的在内），大约有两千五百种左右；光是流传下来的，有人认为差不多有两千一百种。此外，在天文历法等方面的典籍中也包含了某些高水平的数学成果，因而这些著作也是中国数学史的研究内容。对这么多古算书和有关著作进行整理研究，不是少数人在短期内所能完成的，而必须多人接力工作。对上述典籍要有选择地、分别主次地进行研究。

研究的范围可以逐渐扩大，直至达到掌握全貌。做到了这一步，就可以大体上勾划出中国数学发展的一个轮廓来。

其次要研究影响中国数学发展的各种因素，所谓“影响”包括两个方面的意义，即促进中国数学发展的因素和阻碍中国数学发展的因素。只有做到这一步才能弄清中国数学发展的特殊规律，也才能总结出经验教训，找出今后中国数学发展的正确道路。但是这方面的研究更为困难，因为它涉及的领域很广，至少包括社会制度、经济发展的水平、文化传统、政策制度、统治者的好恶、对外关系、思维方式等等。这些领域有的是短期起作用的，有的是长期起作用的。总之，是十分复杂的。如果要在研究中国数学史方面作出突破性的贡献，就特别要在这个问题上多花一些气力。

我们这里所讲的中国数学史的对象是广义的。如果只是狭义地研究中国历代数学成果，则将有许多重大问题难以弄清。因此，我们主张研究广义的对象。

二、中国数学史的价值

中国的传统数学，就目前掌握的资料来看，一般认为它起源于遥远的石器时代。经历先秦、汉、唐，至宋、元达到鼎盛时期。在漫长的历史过程中，它形成了自己独特的风格。中国传统数学，是世界数学的一个重要组成部分，在世界数学发展史中，占有一定的位置。

在原始社会后期，我们的祖先就已经建立了十进制；至迟到春秋战国之际，在计算中又普遍使用了算筹。这种优越的记数法和在当时较为先进的筹算制，使中国传统数学在计算方面

取得了一系列杰出的成就：秦汉时的分数四则运算，比例算法，开平方与开立方，盈不足术，“方程”解法，正负数运算法则；五世纪的孙子剩余定理，圆周率的测算；七世纪的三次方程数值解法；七世纪至八世纪的内插法；十一世纪至十四世纪的高次方程数值解法，贾宪三角，高次方程组解法，大衍求一求，高阶等差级数求和；十三、十四世纪的珠算等等。以上大多数成果在世界数学发展史上曾处于遥遥领先的地位，其中有些成果还直接促进了世界数学的发展。

在世界数学史上，如果说古希腊数学以抽象性和系统性为其特点，并以其几何学闻名于世，那么中国传统数学则以计算见长，通过直接的途径把理论与实践联系起来，并且奠定了正确地反映现实世界的数学理论基础，从而体现出另一种迥然不同的风格，这一风格足以与古希腊数学所具特色相媲美。甚至有人怀疑，古希腊数学的“偏爱抽象、演绎和纯理论，而忽视具体、经验和应用”是否是一种进步。怀特海德(Whitehead)就曾说过，好果认为希腊人发现了数学的基础，而我们给它增加了高深部分，这是错误的，更接近实际情况的是相反的说法，希腊人对数学的高深部分感兴趣，但从未发现它的基础。

由此可见，不仅中国传统数学中那些杰出的成就在世界数学史上毋庸置疑地占有领先地位，而且作为一个完整的源于实践、用于实践、以算为主的数学体系，在世界数学史中中国传统数学的地位也是不可低估的。这就是中国传统数学的历史价值。

其次，中国传统数学在中国古代社会，古代科学技术发展史中，有着十分重要的地位。

《史记》中记叙夏禹治水时即有“左准绳”、“右规矩”

的说法，可见数学与人类生活和生产同存；《九章算术》是中国历史上现存最早的一部系统的数学著作，它记录了秦汉时代广泛地为社会实践服务的数学；唐代把数学正式列为国家最高学府的主要专业之一；《缉古算经》讨论并解决了难度很大的水利、土方、仓库等问题；宋代《数书九章》所处理的问题，涉及天文、气象、税收、商业、农垦、军事、土建、冶金等许多方面；元代《算学启蒙》、《四元玉鉴》不但在理论上有所创见，而且记载了大量实际问题；中国数学的研究在元明两代仍然继承了为实践服务的传统，如《算法统宗》由于涉及社会各领域，曾风靡一时，流传中、外。又如《考工记》、《新议象要法》、《营造法式》等，虽是手工业、机械与建筑方面的古代著作，但其中都含有相当多的数学问题。至于修筑万里长城，开挖大运河以及观测天象制定历法，若无相当的数学知识，则更是不可想象的。

由此观之，中国传统数学扎根于古代社会生活的各个领域，并成为中国古代其他科学技术发展的有力工具。这就是传统数学的社会价值。

研究中国传统数学在当前仍然具有很高的现实价值，它突出地表现在以下诸方面。

第一，中国传统数学中有些独特的思想和方法，至今还值得深入地探讨和研究。

由于中国传统数学基本属于应用数学体系，加之运算工具以算筹为主，后来又为算盘所代替，因此，在进行计算时“程序化”成为显著的特征。从《九章算术》起，中国古代数学著作大多沿用“问——答——术”的形式，即包括问题、答案、算法三部分，其中表示算法的“术文”就是一个计算程序，它们确

实可以编译为计算机语言，上机运算。还有人更形象地把算筹比喻为计算机的硬件，而术文则是软件。对于中国传统数学中的程序化计算，新近越来越多地引起了国内、外有关专家的兴趣和注意。

中国传统数学注重数与形结合起来加以研究，这也是颇具现实意义的思想方法。恩格斯指出，数学是研究客观世界的数量关系和空间形式的科学。初等数学所研究客观世界的数与形，分别体现为代数与几何；数与形结合就意味着代数与几何结合。这方面的例证，在中国传统数学中可谓比比皆是。赵爽注《周髀》中证明勾股定理和有关定理所用的“勾股圆方图”、刘徽注《九章算术》中有关开方术的论述等都是很典型的。事实已证明，这种代数与几何的结合，对发展数学的理论和应用都是至关重要的。

中国传统数学中几何论证方面所特有的某些公理和方法，如“出入相补原理”、“截割原理”、“刘徽原理”、“刘祖原理”、模型法、无穷分割法和极限法等，不仅促进了中国古代数学的发展，而且对现代数学理论的研究也是有启发意义的。吴文俊在论述“出入相补原理”时，曾指出：“多面体的体积理论到现在还余蕴未尽，估计中国古代几何中的思想和方法，或许对进一步的探讨还不无帮助。”

第二，中国传统数学在数学教育方面也大有借鉴的价值。

中国古代的数学著作，大多是为了指导实践，必然要考虑便于教给人们掌握。因此，这些数学著作都较为注重由浅入深、举一反三，都可作为数学教材。自刘徽注《九章算术》流传之后，两晋南北朝数学有明显进步。隋唐两朝国家开设算学科，唐李淳风等注释编成“十部算经”作为国家统一的数学教

材。这种实施数学教育的做法，在世界史上也是少见的。无疑这种教育对社会进步和科学技术发展都产生了积极的影响。但是，在封建专制制度之下，数学教育的效率不可能很高，甚至这仅见的数学教育到后来竟然也被废除。这难道没有值得借鉴的价值吗？

第三，在中国传统数学萌芽，形成和发展的过程中，涌现出许多杰出的数学家，如刘徽、祖冲之、秦九韶、李冶、朱世杰等。他们给后世留下了不少数学著作。这些数学家的著作，成为中国传统数学宝库的重要组成部分。因此，研究历代数学家及其数学著作对发掘中国传统数学宝库是十分有益的。而我们这方面的工作还远远不够。另外，对中国传统数学所经历的兴衰过程的研究也十分有价值，我们可以从中吸取经验教训，使中国现代数学得以迅速发展，使我们中华民族在数学领域中重新走在世界的前列。

总而言之，中国传统数学源远流长，常汲不竭。它不仅具有很高的历史价值和社会价值，而且在当前仍具有现实意义。它不仅在学术上具有深入研究的价值，而且在不断学习、整理和研究中国传统数学的同时，能激起我们强烈的爱国主义热情，能激励青年一代振兴中华的宏图大志，这也更高地体现出中国传统数学的价值。

三、中国传统数学的特点

中国传统数学经历了由古代到十九世纪初大约两、三千年的持续发展。正如日本著名数学史家三上义夫所说：“以算学之发达，包含于如此之大文明中而有如此久长之历史，世界诸