DUO MUBIAO JUECE FANGFA YU YINGYONG

多目标决策方法与应用

杨剑波 著

湖南出版社

多目标
决策方法与应用

● 杨剑波 著

湖 南 出 版 社

责任编辑：唐长庚
装帧设计：宋铭辉

多目标决策方法与应用

杨剑波 著

*

湖南出版社出版、发行
(长沙市河西银盆南路 67 号)
湖南省新华书店经销 长沙市富洲印刷厂印刷
1996 年 12 月第 1 版第 1 次印刷
开本:850×1168 1/32 印张:13
字数:298000 印数:1—1000
ISBN 7—5438—1508—7
F·227 定价:14.80 元

目 录

第5章 应用

第 1 章

多目标决策的基本原理和求解技术

§1.1　多目标决策的基本概念

本节将从多目标决策方法的作用出发，通过分析非常简单的多目标决策问题的几个案例，阐述多目标决策的基本概念。并且，扼要回顾多目标决策的发展过程。

1.1.1　多目标决策方法的作用

任何决策问题的解决主要依赖于所谓决策者和分析者。决策者一般指有权挑选行动方案，并能够从中选择满意方案作为最终决策的人员。政府官员、企业行政管理人员均为某类问题的决策者。决策者的作用是：评价和判断各目标的相对重要性；根据目标的当前水平值以及主观的判断和经验，提供关于决策方案的偏好信息。分析者一般指能够提供可行方案和各目标之间的折衷信息的人或机器，比如经济学家、工程师、系统分析员、社会学家、计算机等。

只有 1 个目标的决策问题称为单目标决策问题，相应的解题方法称为单目标方法。具有 2 个或 2 个以上目标的决策问题称为多目标决策问题，相应的求解方法称为多目标方法。从方法的特点来看，单目标方法强调分析者的作用，忽视决策者的

作用；而多目标方法则由决策者探寻和确定备选的可行方案范围，评价目标的相对价值。从求解过程来看，单目标方法采用统一的单一度量单位，向决策者提供唯一的最优方案。由于模型的不准确性和单一目标的片面性，这种所谓最优的方案并不一定是决策者满意的。自然，用这种最优方案作为决策者的最终决策具有强迫性质，往往难以为决策者接受。另一方面，多目标方法向决策者提供经过仔细选择的备选方案（多种方案）。这样使得决策者有可能利用自己的知识和经验对这些方案进行评价和判断，从中找出满意方案或给出偏好信息以寻找更多的备选方案。

概括起来，多目标决策方法处理实际决策问题有三个方面的优点：（1）加强了决策者在决策过程中的作用；（2）可以得到范围更为广泛的备选决策方案；（3）决案问题的模型和分析者对问题的直觉将更加现实。

1.1.2 多目标决策问题的案例及特点

我们先介绍两个日常生活中常见的决策问题。第一个是顾客到商店购买衣服。对于顾客而言，购买衣服就是一个决策问题，顾客本人是决策者，各种各样的衣服是行动方案集。该决策问题的解就是顾客最终买到一件合适的衣服（或选择一个满意的方案）。那么，一件衣服（即一个方案）合适否（满意否）应该根据几个指标来评价，比如衣服的质量、价格、大小、式样、颜色等。因此，顾客购买衣服的问题是多目标决策问题。又如，公务人员外出办事总要乘某种交通工具。这也是一个决策问题，决策者是公务员，备选方案是可利用的交通工具。公务员为了选择合适的交通工具，需要考虑几个指标，比如：时间、价格、舒适性、方便程度等等。显然，这也是一个多目标决策

问题。

生产系统、工程系统、社会经济系统中，多目标决策问题更是屡见不鲜。比如在炼油厂的生产计划中，基本的决策问题是如何根据企业的外部环境与内部条件，制定出具体的作业计划。该计划应能使企业的各种主要的经济指标达到预定的目标。这些指标包括：利润、原油量、成本、能耗、轻质油率等。其他企业一般也有类似的多目标计划决策问题，在此不一一列举。

多目标决策问题有两个共同的特点，即各目标的不可公度性和相互之间的矛盾性。所谓目标的不可公度性指各目标之间没有统一的量纲，因此难以作相互比较。目标之间的矛盾性是指：如果改进某一目标的值，可能会使另一个或一些目标变差。在上面的几个例子中均包含了这两个特点。比如顾客买衣服的例子中，价格的量纲是“元”，大小的量纲是“尺”，颜色用“红”、“蓝”等表示，式样和质量可用代码和等级表示。在这里，目标之间的矛盾性是显而易见的。比如一件质量好，大小合适，颜色和式样俱佳的衣服，其价格往往不会太便宜。

正因为各目标的不可公度性和相互之间的矛盾性，多目标决策问题不能简单地作为单目标问题来处理。必须深入研究其特征，特别是解的性质。单目标决策一般有最优解。且往往是唯一的，有时存在无限多个解。但这里的“最优”往往带有片面性，不能全面、准确地反映决策者的偏好信息。多目标决策问题不存在所谓的“最优”解，只存在满意解。满意解指决策者对于有关的所有目标值都认为满意。本书的内容主要是围绕如何求出满意解而展开的。

1.1.3 多目标决策的发展简史

多目标决策是几个学科交叉的新研究领域，它主要起源于

运筹学、经济学和心理学。在心理学方面，主要是在研究个人怎样从多种方案中作出合理选择及其类似问题中，提出了多目标决策问题。有关多目标数学理论的研究内容相当丰富。其中，T. C. Koopmans 提出了有效向量概念(1951 年)，这导致多目标决策中最重要的概念——非劣解（或有效解）的产生。H. W. Kuhn，A. W. Tucker 给出了向量优化问题的最优条件，即著名的鞍点定理（1953 年）。Arrow. Barankin. Blaokwell 提出了“允许”解的最优性条件（1953）。运筹学研究的深入发展更是促进了多目标决策的研究。特别是，May（1954 年）、Adams，Fagst（1959 年），Yntema，Torgerson（1961 年），和 Howard－Raiffa 等人在多属性效用理论方面的工作为多目标决策奠定了理论基础；A. Charnes，Willian W. Cooper（1961 年）提出的目标规划，Peter Bod（1963 年）提出的线性多目标规划和多目标单纯形方法，为求解多目标决策问题提供了基本思想方法。在经济学方面，Ijiri 首先将目标规划方法应用于会计管理领域（1965 年），Erik Johnsen 在他的《Studies in Multi－objective Decision Models》一书中，从经济学角度，对如何分析和处理矛盾目标进行了深入严格的研究。当然，还有许多学者对多目标决策的早期发展作出了贡献。1972 年 10 月在美国召开了第一次多目标决策方面的国际会议。此后，许多杂志出版了多目标决策方面的专辑或辟有专门的栏目，并定期召开国际多目标决策会议。1990 年在英国曼彻斯特召开了第八届国际多目标决策会议，会议主题为改进组织机构中的决策，重点放在模型与方法在实际中的运用，以及如何寻找成功应用的关键要素。

我国在多目标决策的研究方面起步比较晚，但近年来发展迅速。1981 年在北京召开了首次全国多目标决策会议。会上共

交流了 26 篇论文，理论和方法性的论文与应用性论文各占一半。其特点是综述性和介绍性的文章居多，应用面也比较窄，涉及领域有工程设计、经济、能源、农业和教育等。1984 年在北京召开了第二次全国多目标决策会议。会上共交流了 39 篇论文，理论和方法方面的居多 (28 篇)，应用性的较少。理论上出现了几个新的方向，有些方法得到了重视，如非光滑问题、模糊决策、目标规划、AHP 方法、优序法等。应用方面趋于成熟，涉及领域有工程设计、工艺过程、配方配比、科研管理、城市规划和总体发展战略等。第三次全国多目标决策会议于 1987 年在哈尔滨召开。会上交流论文 52 篇，其中理论和方法 33 篇，应用和软件方面 19 篇。多目标决策的理论研究领域更为宽广和深入，方法的研究和使用更为广泛，应用领域更为宽广，有些项目取得了明显实效，比如石油钻井优化、企业生产计划制订等。

多目标决策在 70 年代是运筹学和管理科学中发展最快，最富有创新精神的领域，70 年代末成为运筹学和管理科学中最活跃，应用最广的领域。80 年代以来，理论、方法和应用继续向纵深发展。近年来，出现了许多新的发展方向，尤其在多目标决策，特别是交互式决策方法，与决策支持系统的结合方面，许多学者和应用人员表示出越来越大的兴趣。此外，运用专家系统方法从心理学角度出发建立描述性决策模型，以便把决策者的经验、判断和推理与定量的决策分析方法结合起来，也是一个重要的发展趋势，这是使多目标决策变得更为实用的重要步骤。另一个趋势是多目标决策的应用已经开始从微观领域扩展到宏观领域，比如多维风险分析及其在战略管理与经济政策的决策中的应用。总之，多目标决策正在发展成一门独立的学科。

§1.2 非劣性、非劣解和非劣解集

1.2.1 非劣性

首先，让我们回顾单目标优化问题中，可行解的优先序与目标函数的关系和最优性问题。设单目标问题的可行解集X，目标函数为f (x)，那么，可行解集中的各解（或称行动方案）之间存在全序性。也就是说，设 x^1、$x^2 \in X$，则

或：$x^1 > x^2$　　当且仅当 $f(x^1) < f(x^2)$（设极大化 $f(x)$）

或：$x^1 < x^2$　　当且仅当 $f(x^1) < f(x^2)$

或：$x^1 \sim x^2$　　当且仅当 $f(x^1) = f(x^2)$

单目标问题的最优性：设决策规则是极大化目标函数f(x)，那么可行解（或可行方案）x^*最最优的，当且仅当对于任何别的方案 $x \in X$，下面的关系成立：

$$f(x^*) > f(x)，或 f(x^*) = f(x)$$

并且，给定一固定的方案集X和目标函数f(x)，则至少存在一个最优点 x^*。

相比之下，多目标决策问题的可行方案集中的各方案只有部分序而非全序，并且一般不存在满足最优性的可行解。设多目标问题的可行解集为X，目标函数为 $F(x) = [f_1(x),_1 \cdots, f_n(x)]$，那么任何满足下面的部分序

$x^1 > x^2$ 当且仅当 $F(x^1) \geqslant F(x^2)$，（至少有一个分量之间是严格大于关系）

$x^1 < x^2$ 当且仅当 $F(x^1) \leqslant F(x^2)$，（至少有一个分量之间是严格小于关系）

$x^1 \sim x^2$ 当且仅当 $F(x^1) = F(x^2)$

$x^1 <> x^2$ 当且仅当 $F(x^1) <> F(x^2)$

上面关于目标函数 F（x）的等式和不等式均指向量关系。多目标问题一般没有最优性，而只有矛盾性，即尽管某一个可行解能使 n 个目标中的某个目标最优，但不可能使其它 n－1 个目标同时最优。各目标之间的这种矛盾性是多目标问题的基本特性，不具有这种特性的问题实质上是单目标优化问题。

可行解的非劣性正是多目标问题矛盾性所引起的。非劣性的意义可解释为：设某一可行解 $\bar{x}$ 对应的目标函数值为 $F(\bar{x})$，若不存在其他可行解既能在 $F(\bar{x})$ 的基础上改进某一目标的值，同时又不至于使任何别的目标的值变差。在不同的研究方向，非劣性（noninferiority）可能有不同的说法，比如，数学家，经济学家和统计学家又称之为"有效性"（efficiency），或"Pareto－最优性"（Pareto－Optimality）。下面举一个简单的例子来说明非劣性。

例 1.2.1　试分析表 1.2.1 所示四个方案的非劣性。

表 1.2.1　　**双目标决策问题表**

方案	目标函数		方案的性质
	$f_1(x)$	$f_2(x)$	
x^1	10	21	非劣
x^2	14	18	非劣
x^3	12	16	劣
x^4	8	20	劣

解：因 $\begin{pmatrix} f_1\ (x_1) \\ f_2\ (x_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 21 \end{pmatrix} > \begin{pmatrix} 8 \\ 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1\ (x_4) \\ f_2\ (x_4) \end{pmatrix}$

故 $x_1 > x_4$。同理可得，$x_2 > x_3$；$x_1 <> x_2$；$x_1 <> x_3$；$x_2 <> x_4$。因此，四个方案的非劣性如表 1.2.1 最后一列所示。

1.2.2 非劣解

多目标决策问题一般可表达为

$$\begin{cases} \text{Maxmize(Minimize)}F(x) = [f_1(x) \cdots f_n(x) & (1.2.1) \\ \qquad \text{s.t.} \quad x \in X \end{cases}$$

对于离散型决策问题，方案集 X 由可数个方案组成。对于连续型决策问题，方案集 X 定义为

$$X = \{x \mid g_i(x) \leqslant 0, h_j(x) = 0; i=1, \cdots, n; j=1, \cdots, k!; x \geqslant 0\}$$

所谓非劣解，通俗说来，是指多目标决策问题的可行解中具有非劣性的解，其严格的数学定义可表述为：

定义 1.2.1 设 $\bar{x} \in X$，若不存在 $x \in X$，满足 $F(x) \geqslant F(\bar{x})$，且至少有一个分量 j 使严格不等式关系成立（即 $f_j(x) > f_j(\bar{x})$），则称 $\bar{x}$ 是多目标决策问题（1.2.1）的严格非劣解，简称非劣解（或有效解）。

非劣性的条件是相当严格的，许多多目标优化算法不能保证得到严格非劣解，而是弱非劣解，定义如下。

定义 1.2.2 设 $\bar{x} \in X$，若不存在 $x \in X$，满足 $F(x) > F(\bar{x})$，则称 $\bar{x}$ 为弱非劣解（或弱有效解）。

不难看出，弱非劣解的条件比非劣解的条件要宽松，或者说满足后者必然满足前者，反之则不然。对非劣解和弱非劣解可以作几何解释（假设属性个数小于或等于 3）。对于 $F(x)$ 只有两个分量 $f_1(x)$，$f_2(x)$ 的情况，容易用平面图形解释非劣解和弱非劣解的定义。分离散问题和连续问题两种情况解释。

在图 1.2.1 中假设离散问题共有 9 个可行方案，即 x_1，…，