



高等职业教育人才培养创新教材出版工程

高职高专基础课教材系列

高等数学及实验 (下册)

主 编 颜文勇 成和平
副主编 陈 琳 柯善军

Mathematics

 科学出版社
www.sciencep.com

● 高等职业教育人才培养创新教材出版工程

高职高专基础课教材系列

高等数学及实验

(下册)

主 编 颜文勇 成和平

副主编 陈 琳 柯善军

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书注重数学思想、方法,强调数学知识的应用.全书分上、下两册.下册包括空间解析几何与向量代数、多元函数微分学、多元函数积分学、线性代数、概率论初步、实用统计学初步等六章.在多元函数积分学、线性代数、实用统计学初步等三章内容中各含一节数学实验,介绍了用 MATLAB 做数学实验的方法.书后附有标准正态分布数值表、 t 检验的临界值表和习题答案.本书中标有 * 号的内容可作为选学内容.

本套教材可作为高等职业技术学院、高等专科学校、成人高校及本科院校的二级学院以及本科(少学时)的通用教材,也可作为数学建模培训、数学实验课程和经济、工程应用中的参考资料.

图书在版编目(CIP)数据

高等数学及实验(下册)/颜文勇,成和平主编.—北京:科学出版社,2004

高等职业教育人才培养创新教材出版工程.高职高专基础课教材系列

ISBN 7-03-014433-3

I. 高… II. ①颜…②成… III. 高等数学-高等学校:技术学校-教材 IV. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 099738 号

责任编辑:许 远/责任校对:陈玉凤

责任印制:安春生/封面设计:王壮波

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2004年11月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2004年11月第一次印刷 印张:14

印数:1—5 500 字数:260 000

定价:18.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

《高等数学及实验(下册)》编委会

主 审 张志让 谢云荪

主 编 颜文勇 成和平

副主编 陈 琳 柯善军

委 员 (按姓氏笔画排序)

丁继忠 王 科 刘 红

李才良 李金丹 陈 琳

柯善军 洪 洁 梁 兵

《高等职业教育人才培养创新教材》 出版工程说明

一、特色与创新

随着高等教育改革的进一步深化,我国高等职业教育事业迅速发展,办学规模不断扩大,办学思路日益明确,办学形式日趋多样化,取得了显著的办学效益和社会效益。

毋庸置疑,目前已经出版的一批高等职业教育教材在主导教学方向、稳定教学秩序、提高教学质量方面起到了很好的作用。但是,有关专家也诚恳地指出,目前高等职业教育教材出版中还存在一些问题,主要是:教材建设仍然是以学校的选择为依据、以方便教师授课为标准、以理论知识为主体、以单一纸质材料为教学内容的承载方式,没有从根本上体现以应用性职业岗位需求为中心,以素质教育、创新教育为基础,以学生能力培养为本位的教育观念。

经过细致的调研,科学出版社和中国高等职业技术教育研究会共同启动了《高等职业教育人才培养创新教材》出版工程。在教材出版过程中,力求突出以下特色:

(1) 理念创新:秉承“教学改革与学科创新引路,科技进步与教材创新同步”的理念,根据新时代对高等职业教育人才的需求,策划出版一系列体现教学改革最新理念,内容领先、思路创新、突出实训、成系配套的高职高专教材。

(2) 方法创新:摒弃“借用教材、压缩内容”的滞后方法,专门开发符合高职特点的“对口教材”。在对职业岗位(群)所需的专业知识和专项能力进行科学分析的基础上,引进国外先进的课程开发方法,以确保符合职业教育的特色。

(3) 特色创新:加大实训教材的开发力度,填补空白,突出热点,积极开发紧缺专业、热门专业的教材。对于部分教材,提供“课件”、“教学资源支持库”等立体化的教学支持,方便教师教学与学生学习。对于部分专业,组织编写“双证教材”,注意将教材内容与职业资格、技能证书进行衔接。

(4) 内容创新:在教材的编写过程中,力求反映知识更新和科技发展的最新动态。将新知识、新技术、新内容、新工艺、新案例及时反映到教材中来,更能体现高职教育专业设置紧密联系生产、建设、服务、管理一线的实际要求。

二、精品与奉献

“高等职业教育人才培养创新教材出版工程”的启动,得到了教育部高等教育司高职高专处领导的认可,吸引了一批职业教育和高等教育领域的权威专家积极参与,共同打造精品教材。其实施的过程可以总结为:教育部门支持、权威专家指导、一流学校参与、学术研究推动。

国内的高等职业教育院校特别是北京联合大学、天津职业大学以及中国高等职业技术教育研究会的其他副会长、常务理事、理事单位等积极参加本教材出版工程,提供了先进的教学经验,在此基础上出版一大批特色教材。

在教材的编写过程中,得到了许多行业部委、行业协会的支持,对教材的推广起到促进作用。

先进的理念、科学的方法、有力的支持,必然导致精品的诞生。“高等职业教育人才培养创新教材出版工程”主要包括高职高专层次的基础课、公共课教材;各类紧缺专业、热门专业教材;实训教材、引进教材等特色教材;还包含部分应用型本科层次的教材。根据我们的规划,下列教材即将与读者见面:

(一) 高职高专基础课、公共课教材

(1) 基础课教材系列

(2) 公共选修课教材系列

(二) 高职高专专业课教材

(1) 紧缺专业教材

- 软件类专业系列教材
- 数控技术类专业教材
- 汽车类专业教材
-

(2) 热门专业教材

- 电子信息类专业教材
- 交通运输类专业教材
- 财经类专业教材
- 旅游类专业教材
- 生物技术类专业教材
- 食品类专业教材
- 精细化工类专业教材
- 广告类专业教材
- 艺术设计类专业教材
-

(三) 高职高专特色教材

——高职高专院校实训教材

——国外职业教育优秀教材

——.....

欢迎广大教师、学生在使用中提出宝贵意见,以便我们改进教材出版工作、提高质量。

中国高等职业技术教育研究会

科学出版社

前 言

高职高专教育的根本任务是培养生产、建设和管理第一线的技术应用型人才。为发挥高等数学在 21 世纪培养技术应用型人才中的作用, 培养学生应用数学知识解决实际问题的意识与能力, 在四川省综合教改课题“新世纪四川省大学数学教学改革的研究与实践”和全国大学生数学建模组委会立项课题“将数学建模的思想和方法融入数学主干课程”的子课题“新世纪高职高专大学数学教材研究”研究成果的基础上, 我们编写了这套高职高专高等数学教材。

本教材借鉴数学建模在提高学生综合能力和素质方面的成功经验, 以培养应用型人才为目标, 将数学基本知识、数学建模和数学实验有机融合, 主要有以下几个特点:

1. 教学定位适当。紧扣高职高专的培养目标, 又充分考虑高等教育从精英教育到大众化教育过渡的实际情况, 选择适当的教学定位。大量借助数表和图像, 将抽象的数学知识生动直观地表现出来, 增强学生的感性认识。知识过渡自然, 引例浅显, 案例生动, 具有较强的可读性和可施教性。

2. 重点突出。以数学知识的“产生-形成-应用”为主线, 强化数学的基本思想和基本方法。对基本知识详细介绍它的实际背景、来源分析、处理方法、结果含义解释等, 让学生理解“透彻”主要基本知识的实质和所含的基本的数学思想。穿插数学史的介绍, 激发学生的学习兴趣。

3. 理论与实际相结合, 强调数学知识的应用。将数学建模的思想和方法融入教材, 选编了丰富的数学应用案例以培养学生的数学应用能力。以 MATLAB 为软件平台, 设计了适合高职高专学生的基础实验和综合实验, 以培养学生借助现代技术手段, 运用数学方法处理实际问题的能力。

本套教材可作为高等专科学校、高等职业技术学院、成人高校及本科院校的二级学院以及本科(少学时)的通用教材, 也可作为数学建模培训、数学实验课程和经济、工程应用中的参考资料。

本册的内容需要 100 学时。标有 * 号的内容为选学内容, 另行安排学时。

参加下册编写的有颜文勇(第八、十一章)、成和平(第十章)、洪洁(第九章)、李才良(第十二章)、董艳(第十三章)。全书由颜文勇和成和平确定编写风格和完成最后的统稿。

本教材的编写得到四川省数学建模组委会、四川省“新世纪大学数学教学改革的研究与实践”综合教改课题组的关心、支持和指导。四川省高职高专改革教

材编委会对本书提出了不少修改意见。本书由全国大学生数学建模竞赛四川赛区组委会副主任、成都信息工程学院张志让教授，全国大学生数学建模竞赛四川赛区组委会副主任、电子科技大学谢云荪教授主审。四川省数学建模组委会主任王荫清教授，四川省数学建模组委会副主任、四川大学数学学院副院长王宝富副教授对本书的编写提出了许多宝贵意见和建议，在此向他们表示衷心感谢。

由于水平有限，时间也比较仓促，本书难免有不少错误之处，敬请读者指正。

编 者

2004年3月

目 录

第八章 空间解析几何与向量代数	1
第一节 空间直角坐标系	1
第二节 向量代数	4
第三节 平面方程与空间直线方程	14
第四节 曲面与空间曲线	21
第九章 多元函数微分学	29
第一节 多元函数的概念与极限	29
第二节 多元函数的偏导数和全微分	35
第三节 多元函数的极值	42
第十章 多元函数积分学	51
第一节 二重积分	51
第二节 曲线积分	65
第三节 数学实验：空间图形的绘制与多元函数的微积分运算实验	73
第十一章 线性代数	80
第一节 矩阵的概念与运算	80
第二节 行列式	91
第三节 矩阵的初等变换和矩阵的秩	104
第四节 逆矩阵	109
第五节 求解线性方程组	117
第六节 数学实验：矩阵方法实验	123
第十二章 概率论初步	135
第一节 事件的频率与概率	135
第二节 古典概型	141
第三节 概率的计算	144
第四节 随机变量及其分布函数	153
第五节 随机变量的数字特征	164
第十三章 实用统计学初步	172
第一节 数理统计的基本概念	172
第二节 参数点估计	176
第三节 假设检验	182

第四节 数学实验：概率论与数理统计实验.....	188
习题答案.....	198
参考文献.....	209
附录一 标准正态分布数值表.....	210
附录二 t 检验的临界值表	212

第八章

空间解析几何与向量代数

17 世纪初,笛卡儿引入了直角坐标系,建立了解析几何,加强了“数”与“形”的联系.平面解析几何通过建立平面直角坐标系,使平面上的曲线与二元方程 $F(x, y) = 0$ 之间建立了对应关系.空间解析几何与平面解析几何一样,通过引入空间直角坐标系,建立空间曲面与三元方程 $F(x, y, z) = 0$ 之间的联系,从而利用代数方法研究空间图形的性态.本章将在引入空间直角坐标系后,介绍向量代数、曲面及空间曲线等知识.

第一节 空间直角坐标系

一、空间直角坐标系

过空间一个定点 O , 作三条互相垂直的数轴 Ox, Oy, Oz , 它们都以 O 为原点且一般具有相同的单位长度, 这三条轴 Ox, Oy, Oz 分别称为 x 轴(横轴)、 y 轴(纵轴)、 z 轴(竖轴), 统称为坐标轴. 习惯上, 坐标轴的正向符合右手法则, 即右手的食指指向 Ox 轴的正向, 中指指向 Oy 轴的正向, 大拇指指向 Oz 轴的正向, 如图 8-1 所示. 这样的三条坐标轴就构成了一个空间直角坐标系 $Oxyz$, 点 O 称为坐标原点.

笛卡儿(Descartes, René, 1596—1660), 法国数学家和哲学家. 他站在方法论的自然哲学的高度, 创立了解析几何, 把相互对立着的“数”与“形”统一了起来, 使几何曲线与代数方程相结合. 正如恩格斯所说: “数学中的转折点是笛卡儿的变数. 有了变数, 运动进入了数学, 有了变数, 辩证法进入了数学, 有了变数, 微分和积分也就立刻成为必要了.” 他使数学在思想方法上发生了伟大的转折——由常量数学进入变量数学的时期.



每两个坐标轴确定的平面称为坐标面, x 轴和 y 轴所确定的坐标面称为 xOy 面, y 轴和 z 轴所确定的坐标面称为 yOz 面, z 轴和 x 轴所确定的坐标面称为 zOx 面.

三个坐标面将空间分成八个部分, 每一部分称为一个卦限. 含有 x 轴、 y 轴、 z

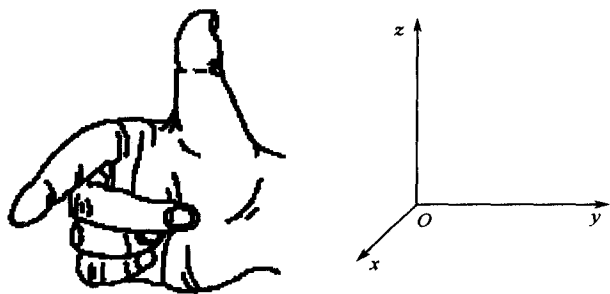


图 8-1

轴正半轴的卦限称为第 I 卦限, 在 xOy 面的上方, 按逆时针的方向, 依次是第 II、III、IV 卦限. 在 xOy 面的下方, 第 I 卦限正下方的为第 V 卦限, 按逆时针的方向, 依次为第 VI、VII、VIII 卦限, 如图 8-2 所示.

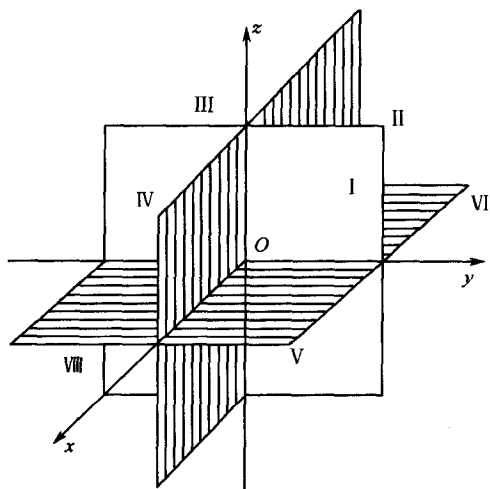


图 8-2

二、点的坐标和空间中两点间的距离公式

平面上一点的位置可以用平面直角坐标系的坐标准确地定位. 同样, 空间的一点可以用空间直角坐标系下的三个坐标表示出来. 设 M 为空间的一个点, 过点 M 分别作垂直于三个坐标轴的平面, 它们与 x 轴, y 轴和 z 轴的交点依次为 P , Q 和 R , 如图 8-3 所示. 这三点在 x 轴, y 轴和 z 轴上的坐标依次为 x , y 和 z . 则点 M 就

唯一地确定了一个有序数组 (x, y, z) ; 反之, 将上述步骤倒过来, 可知, 任何有序数组 (x, y, z) 一定对应空间中一个点. 这样, 空间的点就与有序数组 (x, y, z) 之间建立了一一对应关系. 有序数组 (x, y, z) 称为点 M 的坐标, 并依次称 x, y 和 z 为点 M 的**横坐标**、**纵坐标**和**竖坐标**. 坐标为 (x, y, z) 的点 M 通常记作 $M(x, y, z)$.

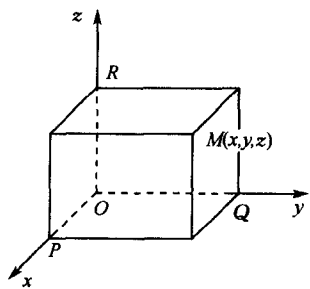


图 8-3

显然, 原点的坐标为 $(0, 0, 0)$, 在 x 轴, y 轴和 z 轴上的点的坐标分别是 $(x, 0, 0)$, $(0, y, 0)$ 和 $(0, 0, z)$; 在 xOy , yOz 和 xOz 坐标平面上点的坐标分别是 $(x, y, 0)$, $(0, y, z)$ 和 $(x, 0, z)$.

例 1 在空间直角坐标系中, 描出下列各点:

$A(-1, 2, 3)$; $B(1, -2, 3)$; $C(1, 2, -3)$;

$D(0, 0, 3)$; $E(-1, 2, 0)$.

解 以上各点的位置如图 8-4 所示.

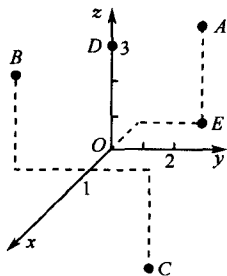


图 8-4

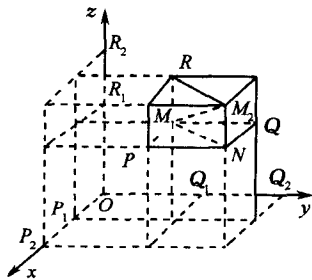


图 8-5

不难看出, 点 D 是 z 轴上的点; 点 E 是坐标面 xOy 面上的点.

设 $M_1(x_1, y_1, z_1)$, $M_2(x_2, y_2, z_2)$ 为空间两点, 与平面直角坐标系下两点间的距离公式类似, 可以用这两点的坐标表示空间中两点间的距离 d .

过 M_1, M_2 分别作垂直于三条坐标轴的平面, 形成如图 8-5 所示的长方体. 由图 8-5 知

$$\begin{aligned}
 d^2 &= |M_1M_2|^2 = |M_1N|^2 + |NM_2|^2 \\
 &= |M_1P|^2 + |PN|^2 + |NM_2|^2 \\
 &= |P_1P_2|^2 + |Q_1Q_2|^2 + |R_1R_2|^2 \\
 &= |x_2 - x_1|^2 + |y_2 - y_1|^2 + |z_2 - z_1|^2
 \end{aligned}$$

所以

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad (8-1)$$

由此可知, 点 $M(x, y, z)$ 到坐标原点 $O(0, 0, 0)$ 的距离为

$$d = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

特别地, 点 $M(x, y, z)$ 到 z 轴的距离为

$$d = \sqrt{x^2 + y^2}$$

习题 8-1

一、概念题

1. 在空间直角坐标系下, 点的坐标可以由 _____ 个有序数表示, xOy 面上的点的坐标中 _____ = 0.

2. 空间直角坐标系下两点 $M_1(0, 2, 3)$, $M_2(1, 2, 4)$ 间的距离为 _____, 点 $M(x, y, z)$ 到 xOy 坐标面的距离为 _____.

二、计算题

1. 指出下列各点位置的特殊性:

- (1) $(3, 0, 0)$; (2) $(0, -4, 0)$; (3) $(0, 0, 7)$;
(4) $(1, -3, 0)$; (5) $(-1, 0, 4)$; (6) $(0, -2, 5)$.

2. 在空间直角坐标系中, 描出下列各点的位置:

- $A(1, 2, 3)$; $B(-1, 2, 3)$; $C(-1, -2, 3)$; $D(1, -2, 3)$;
 $E(1, 2, -3)$; $F(-1, 2, -3)$; $G(-1, -2, -3)$; $H(1, -2, -3)$.

3. 设空间中一点 P 的坐标为 $(5, 1, -2)$, 求:

- (1) 由点 P 引至各坐标平面的垂足的坐标;
(2) 由点 P 引至各坐标轴的垂足的坐标.

4. 求点 $M(4, -3, 5)$ 与原点、各坐标轴、各坐标面之间的距离.

第二节 向量代数

一、向量的概念

在生活和工程技术中有一些量, 如时间、温度、高度、密度、重量等在给定单位后, 可以用一个实数来表示. 这种只有大小的量称为**数量**, 或**标量**. 另外在物理学中还有一些量, 如力、位移、速度、加速度、力矩等类型的量, 既要指出大小, 还要明确方向. 这种既有大小, 又有方向的量称为**向量**, 或**矢量**.

数学上, 常用有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 表示向量, 如图 8-6 所示, 有向线段的长度 $|\overrightarrow{AB}|$ 表

示向量的大小,有向线段的方向表示向量的方向, A, B 分别称为向量的起点和终点.



图 8-6

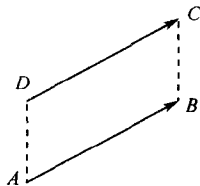


图 8-7

在实际问题中,有些向量与起点有关.但在许多几何与物理问题中,所讨论的向量常与起点无关,如速度、加速度等,这种向量称为自由向量(简称为向量).本书所讨论的向量均为自由向量.对于自由向量,两个大小相等,且方向相同的向量表示相等的向量.例如,如图 8-7 所示,若 $ABCD$ 为一平行四边形,则 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. 若不强调向量的起点和终点,向量也常用粗体字或上面加一箭头的字母表示,如 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 或 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 等.

向量的大小称为向量的模,记作 $|\overrightarrow{AB}|, |\vec{a}|$ 或 $|\vec{c}|$. 模等于 1 的向量称为单位向量.任意非零向量 $\mathbf{a}$ 的单位向量记作 $\mathbf{a}^0$, 即 $\mathbf{a}^0 = \frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|}$. 模等于零的向量称为零向量,记作 $\mathbf{0}$ 或 $\vec{0}$. 零向量的起点与终点重合,它的方向可以看作是任意的.

以坐标原点 O 为起点,向一个点 M 引向量 $\overrightarrow{OM}$, 这个向量称为点 M 对原点的向径,用粗体字母 $\mathbf{r}$ 表示.

二、向量的分解与向量的坐标表示

在力学分析中,常将平面上的力 F 沿 x 轴(水平), y 轴(垂直)方向分解,这样,力 F 由有序数组 (F_x, F_y) 完全确定.同理,空间中的力 F 由其沿 x 轴, y 轴和 z 轴的三个分量完全确定,若三个分量分别是 F_x, F_y 和 F_z , 那么力 F 就可以用有序数组 (F_x, F_y, F_z) 表示,如图 8-8 所示.

空间中的向量 $\mathbf{a}$ 可以经过平移,把起点移到坐标原点 O , 设其终点为 P , 则向量 $\overrightarrow{OP}$ 决定终点 P . 反过来,空间中任一点 P 也确定了一个向量 $\overrightarrow{OP}$. 这样,空间的点与向量之间建立了一一对应关系.点 P 的坐标 (a_1, a_2, a_3)

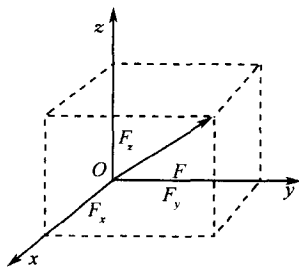


图 8-8

也称向量 $\overrightarrow{OP}$ 的坐标或分量, 为了区别点的坐标与向量的坐标, 向量的坐标记作

$$\overrightarrow{OP} = \mathbf{a} = \{a_1, a_2, a_3\}$$

如图 8-9 所示.

零向量可用记号 $\mathbf{0} = \{0, 0, 0\}$ 表示.

两个向量相等当且仅当它们对应的分量相等, 即

$$\{a_1, a_2, a_3\} = \{b_1, b_2, b_3\} \Leftrightarrow a_1 = b_1, a_2 = b_2, a_3 = b_3$$

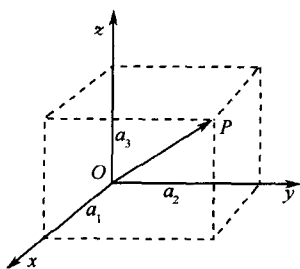


图 8-9

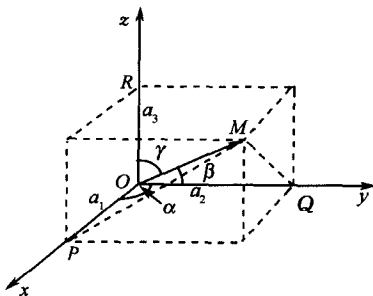


图 8-10

三、向量的模与方向余弦的坐标表示式

向量的主要特征是长度和方向. 任给一向量 $\mathbf{a} = \overrightarrow{OM} = \{a_1, a_2, a_3\}$, 从图 8-10 可以看出它的模是线段 OM 的长度, 由空间中两点间的距离公式, 有

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \quad (8-2)$$

下面讨论如何确定向量的方向.

设向量 $\mathbf{a} = \overrightarrow{OM}$ 与 x 轴、 y 轴、 z 轴的夹角分别为 α 、 β 、 γ , 则称 α 、 β 、 γ 为向量 $\mathbf{a} = \overrightarrow{OM}$ 的方向角. 由图 8-10 知

$$a_1 = |\mathbf{a}| \cos \alpha, \quad a_2 = |\mathbf{a}| \cos \beta, \quad a_3 = |\mathbf{a}| \cos \gamma$$

即

$$\cos \alpha = \frac{a_1}{|\mathbf{a}|}, \quad \cos \beta = \frac{a_2}{|\mathbf{a}|}, \quad \cos \gamma = \frac{a_3}{|\mathbf{a}|} \quad (8-3)$$

将 $|\mathbf{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$ 代入式(8-3), 得